Журнал технической физики, 1997, том 67, № 12

01;05;09

О поверхностных волнах в тонких слоях проводящих сред в области частот скин-эффекта

© А.А. Рухадзе, Б. Шокри

Институт общей физики РАН,
117942 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 24 декабря 1996 г.)

Получено и проанализировано дисперсионное уравнение тонкого слоя проводящей среды в областях частот выраженного скин-эффекта. Рассмотрены случаи инерционного, нормального и аномального скин-эффектов. В условиях, когда толщина слоя намного превосходит глубину скин-слоя дисперсионное уравнение и его решения соответствуют поверхностным волнам полуограниченной среды. В обратном пределе получаются новые спектры колебаний, существенно зависящие от толщины слоя.

1. Нас будут интересовать электромагнитные волны в тонких слоях изотропных проводников, описываемых в случае их пространственной неограниченности тензором диэлектрической проницаемости с двумя независимыми компонентами $\varepsilon^l(\omega,k)$ и $\varepsilon^{tr}(\omega,k)$. Будут исследованы волны в области частот сильно выраженного скин-эффекта, в которых компоненты $\varepsilon^l(\omega,k)$ и $\varepsilon^{tr}(\omega,k)$ по величине намного превышают единицу. В случае полуограниченной проводящей среды поверхностные волны в этой области частот были исследованы в работах [1,2]. Ниже рассматриваются тонкие пленки, толщина которых a может быть меньше глубины скин-слоя λ_{ck}. Кроме того, предполагается, что выполнено неравенство $a|k_z \ll 1$, где k_z — волновой вектор вдоль поверхности слоя, параллельной оси 0z.

Следуя [3], считаем поверхности слоя зеркально отражающими. В результате находим дисперсионное уравнение для определения спектра частот электромагнитных колебаний $\omega(\mathbf{k})$ слоя, граничащего с вакуумом [4]

$$\sqrt{k_z^2-\frac{\omega^2}{c^2}}+\frac{2}{a}\sum_{n\geqslant 0}\frac{1\pm(-1)^n}{k^2}\times\left[\frac{k_z^2}{\varepsilon^l(\omega,k)}-\frac{k_x^2\omega^2}{k^2c^2-\omega^2\varepsilon^{tr}(\omega,k)}\right]=0, \quad (1)$$

где

$$k^2=\sqrt{k_z^2+\frac{\pi^2n^2}{a^2}}.$$

Ниже анализируется это уравнение в области частот выраженного скин-эффекта, в которой $|\varepsilon^{l,tr}|\gg 1$, причем будут искаться комплексные решения $\omega(k_z)$, что соответствует постановке начальной задачи. Однако будет оговариваться также и вид решений $k_z(\omega)$ при заданных значениях ω, что соответствует постановке граничной задачи.

Наконец, отметим, что при $a|k_z|\gg 1$ уравнение (1) переходит в дисперсионное уравнение для поверхностных волн полуограниченной изотропной среды [5]

$$\sqrt{k_z^2-\frac{\omega^2}{c^2}}+\frac{2}{\pi}\int\limits_0^\infty\frac{dk_x}{k^2}\times\left[\frac{k_x^2}{\varepsilon^l(\omega,k)}-\frac{k_x^2c^2}{k^2c^2-\omega^2\varepsilon^{tr}(\omega,k)}\right]=0, \quad (2)$$

где $k^2=k_x^2+k_z^2$.

Именно это уравнение исследовалось в работах [1,2] в области частот сильного скин-эффекта.

2. Анализ уравнения (1) начнем с предельного случая относительно "высоких частот" $|\omega+i\nu_e|\gg k_zv_0$, когда можно пренебречь пространственной дисперсией, полагая

$$\varepsilon^l(\omega,k)=\varepsilon^{tr}(\omega,k)=\varepsilon(\omega)=1-\frac{\omega_{Le}^2}{\omega(\omega+i\nu_e)}. \quad (3)$$

Здесь

$$\omega_{Le}=\sqrt{\frac{4\pi e^2n_e}{m}}$$

— ленгмюровская частота; ν_e — частота столкновений электронов; v_0 — скорость хаотического движения, равная тепловой скорости $v_{Te}=\sqrt{T_e/m}$ в случае невырожденных электронов либо $v_0=v_{Fe}$ фермиевской скорости для вырожденных электронов. Следует заметить, что именно этот предельный случай наиболее полно был исследован в [3] и поэтому часть полученных ниже результатов совпадает с уже известными.

В рассматриваемом пределе скинирование поля имеет место в условиях

$$\omega_{Le}^2\gg\omega^2\gg\nu_e^2,\quad \omega_{Le}^2\gg\omega\nu_e\gg\omega^2. \quad (4)$$

В первом случае диэлектрическая проницаемость (3) почти действительна, причем $\operatorname{Re}\varepsilon(\omega)<0$ и скинирование поля соответствует полному внутреннему отражению электромагнитной волны от поверхности проводящей среды, в то время как во втором случае $\varepsilon(\omega)$ — практически чисто мнимая большая величина и имеет место значительное поглощение поля волны в скин-слое нормального скин-эффекта.

Уравнение (1) в рассматриваемом пределе сильно упрощается и принимает вид

$$\sqrt{k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} + \frac{2a\beta^2}{\pi^2\varepsilon(\omega)} \sum_{n\geqslant 0} \frac{1 \pm (-1)^n}{n^2 + \frac{a^2\beta^2}{\pi^2}} = 0, \qquad (5)$$

где

$$\beta^2 = k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(\omega).$$

Для симметричных мод (суммирование по четным n) из (5) при

$$\beta^2 a^2 \approx \frac{\omega^2}{c^2} a^2 \varepsilon \ll 1$$

получаем[1]

$$\varepsilon(\omega)\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{k_z^2 c^2}} + \frac{4}{a|k_z|} = 0. \qquad (6)$$

В области малых фазовых скоростей $\omega^2 \ll c^2 k_z^2$ уравнение (6) описывает почти потенциальные ($\mathbf{E} = -\nabla\Phi$) колебания и его решения дается формулами [3]

$$\omega = \begin{cases} \dfrac{\omega_{Le}}{2}\sqrt{a|k_z|} - i\,\dfrac{\nu_e}{2}, & \omega \gg \nu_e, \\ -i\,\dfrac{\omega_{Le}^2}{\nu_e}\,\dfrac{a|k_z|}{4}, & \omega \ll \nu_e. \end{cases} \qquad (7)$$

В этих условиях $|\varepsilon(\omega)a|k_z| \sim 1$. Если же эта величина велика $|\varepsilon(\omega)a|k_z| \gg 1$, то колебания становятся сильно непотенциальными и их фазовая скорость стремится к скорости света. Именно этот предел соответствует области частот скин-эффекта, причем как в случае инерционного ($\omega \gg \nu_e$), так и в случае нормального ($\omega \ll \nu_e$) скин-эффекта решения (6) даются соотношением

$$\omega \approx c|k_z| - i\,\frac{16\omega^4}{a^2 k_z^2 \omega_{Le}^4}\,\nu_e. \qquad (8)$$

Как и следовало ожидать, колебания затухают со временем, причем если в потенциальном пределе следует говорить только о начальной задаче, то в сильно непотенциальном случае правомерна и постановка граничной задачи. При этом волна распространяется вдоль поверхности проводника со скоростью света и испытывает пространственное затухание $\mathrm{Im}\,k_z = -\mathrm{Im}\,(\omega)/c$. Проникновение поля в слой полное, поскольку в сумму (5) основной вклад дает слагаемое с $n = 0$. Последнее утверждение следует также из условия $\beta^2 a^2 = \frac{\omega^2}{c^2} a^2 \varepsilon(\omega) \ll 1$, которое в случае аномального скин-эффекта сводится к $a^2 \ll c^2/\omega_{Le}^2$, а в случае нормального — к $a^2 \ll (c^2\omega\nu_e)/\omega_{Le}^4$, т.е. в обоих случаях толщина слоя мала по сравнению глубины скин-слоя.

[1] В обратном пределе при $\beta^2 a^2 \gg 1$ уравнение (5) переходит в (2), подробно исследованное в [1,2].

Рассмотрим теперь несимметричные моды (нечетные n в (5)). Здесь также следует ограничиться анализом уравнения (5) в пределе $\beta^2 a^2 \simeq (\omega^2/c^2)a^2\varepsilon(\omega) \ll 1$, когда оно принимает вид

$$\varepsilon(\omega)\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{c^2 k_z^2}} + \frac{a^2\beta^2}{a|k_z|} = 0. \qquad (9)$$

Таким образом, это уравнение также справедливо в условиях, когда толщина слоя много меньше глубины скин-слоя, а следовательно, имеет место полное проникновение поля в слой. С учетом неравенства $a|k_z| \ll 1$ уравнение (9) приближенно распадается на два уравнения, одно из которых соответствует объемным электростатическим модам колебаний, для которых $\varepsilon(\omega) = 0$ (как отмечено в [5], всегда существуют в пространственно ограниченной изотропной среде независимо от геометрии), а второе описывает поверхностную волну в слое со спектром

$$\omega \simeq c|k_z| - i\,\frac{\omega^4 a^2 \nu_e}{\omega_{Le}^2 c^2}. \qquad (10)$$

Так же как в (8), имеем существенную зависимость временно́го декремента затухания колебаний от толщины слоя. Более того, и здесь можно говорить о граничной задаче и ввести в пространственный коэффициент затухания $\mathrm{Im}\,k_z = -\mathrm{Im}\,(\omega)/c$.

3. Перейдем теперь к рассмотрению электромагнитных волн в тонком слое проводника в области частот аномального скин-эффекта, т.е. при $|\omega + i\nu_e| \ll k v_0$ и существен учет пространственной дисперсией

$$\varepsilon^l(\omega, k) = 1 + \frac{1}{k^2 r_D^2}, \qquad \varepsilon^{tr} = 1 + i\alpha\,\frac{\omega_{Le}^2}{\omega k v_0}. \qquad (11)$$

Здесь r_D — дебаевский радиус электронов, $\alpha = \sqrt{\pi/2}$ в случае невырожденных электронов ($v_0 = v_{Te}$) и $\alpha = (3/4)\pi$ в случае вырожденных ($v_0 = v_{Fe}$) [5]. С учетом выражений (11) из уравнения (1) получаем

$$\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{c^2 k_z^2}} + |k_z| r_D - \frac{2a\omega^2}{\pi^2 c^2 |k_z|} \sum_{n\geqslant 0} \frac{[1 \pm (-1)^n]n}{n^3 - i\gamma^3} = 0, \qquad (12)$$

где

$$\gamma^3 = \alpha\,\frac{a^3\omega\omega_{Le}^2}{\pi^3 c^2 v_0} = \frac{a^3}{\lambda_{ck}^3},$$

причем λ_{ck} — глубина аномального скин-слоя [5].

В пределе $a^3 \gg \lambda_{ck}^3$ (т.е. $\gamma^3 \gg 1$) уравнение (12) переходит в (2), подробно исследованное в [1,2]. Поэтому здесь мы ограничимся анализом случая $a^3 \ll \lambda_{ck}^3$, когда имеет место полное проникновение поля в слой.

Уравнение (12) в этом пределе для симметричных и несимметричных мод соответственно записывается в виде

$$\sqrt{1-\frac{\omega^2}{c^2k_z^2}}+|k_z|r_D-\frac{2a\omega^2(1-i)}{3\pi^2c^2|k_z|}\begin{cases}\Theta=0 & \text{для симметричных мод,}\\ \Phi=0 & \text{для несимметричных мод,}\end{cases} \tag{13}$$

где выражаются через известные числовые функции и приближенно равны $\Theta \simeq 3.74$, $\Phi \simeq 2.47$.

Из уравнения (13) находим следующий спектр поверхностных волн:

$$\omega = c|k_z| - \frac{4}{9}i\omega a^2k_z^2\begin{cases}\Theta^2,\\ \Phi^2.\end{cases} \tag{14}$$

Здесь, так же как и во всех приведенных выше формулах, мы пренебрегли вкладом второго слагаемого уравнения (13), считая $a \gg r_D$, а также малой действительной поправкой к частоте, снижающей фазовую скорость волны незначительно. Из выражения видна существенная зависимость декремента затухания волн от толщины слоя. Такая зависимость, естественно, сохраняется в пространственном коэффициенте затухания, равном $\operatorname{Im} k_z = -\operatorname{Im}(\omega)/c$.

Таким образом, толщина слоя существенным образом проявляется в спектрах поверхностных волн только в условиях, когда длина волны вдоль слоя и глубина проникновения поля в проводящую среду намного превосходят толщину слоя. В противном случае справедливы спектры поверхностных волн, полученные для полуограниченной среды.

Список литературы

[1] *Рухадзе А.А., Чоговадзе М.Е.* // Кр. сообщ. Физ. ФИАН. 1991. № 3. С. 30.

[2] *Мишуков С.И., Рухадзе А.А., Чоговадзе М.Е.* // Кр. сообщ. Физ. ФИАН. 1992. № 7–8. С. 31–35.

[3] *Кондратенко А.Н.* Плазменные волноводы. М.: Атомиздат, 1976.

[4] *Rukhadze A.A., Shokri B.* // Moscow Phys. Soc. 1997. In press.

[5] *Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А.* Основы электродинамики плазмы. М.: Высшая школа, 1988.