

04;10

К вопросу о расчете электростатической трекинг-силы при транспортировке релятивистских электронных пучков по омическим плазменным каналам низкой проводимости

© Е.К. Колесников, А.С. Мануйлов

Санкт-Петербургский государственный университет
Научно-исследовательский институт математики и механики им. В.И. Смирнова,
198904 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 9 декабря 1996 г.)

В электростатическом пределе рассчитана сила взаимодействия между параксиальным релятивистским электронным пучком и предварительно созданным омическим плазменным каналом низкой проводимости. Для конкретных параметров релятивистского электронного пучка найдена зависимость указанной силы от значения проводимости канала и расстояния от фронта пучка при различных значениях скорости нарастания тока в пучке.

В последнее время внимание исследователей все больше привлекают вопросы динамики транспортировки релятивистских электронных пучков в газоплазменных средах [1–15]. Особый интерес в комплексе проблем, связанных с транспортировкой, представляет изучение условий устойчивой проводки пучка по омическим плазменным каналам. Как было показано в работах [9–10], в случае высокой проводимости омических плазменных каналов, когда $\tau_m \gg \tau_c$, где $\tau_m = 4\pi\sigma_{ch}R_b^2/c$ — скиновое время, $\tau_c = 1/(4\pi\sigma_{ch})$ — характерное время зарядовой нейтрализации, σ_{ch} — проводимость канала, R_b — характерный радиус пучка, c — скорость света, наблюдается выталкивание релятивистских электронных пучков из канала. Очевидно, что указанный эффект обусловлен наличием вблизи оси канала дестабилизирующего равновесного обратного плазменного тока. Исключением может быть ситуация, когда проводимость нарастает к периферии канала. При этом основная часть обратного плазменного тока будет находиться вне пучка, что приведет к стабилизации транспортировки релятивистских электронных пучков [11–13]. В работе [14] в электростатическом приближении рассматривалась трекинг-сила, возвращающая смещенный в поперечном направлении пучок к оси плазменного канала низкой омической проводимости. Однако в [14] не была исследована зависимость указанной трекинг-силы от длительности нарастания тока пучка в его фронтальной части, а также от величины проводимости канала, чему и посвящена настоящая работа.

Рассмотрим параксиальный моноэнергетический аксиально-симметричный релятивистский электронный пучок, распространяющийся вдоль оси z цилиндрической системы координат (r, Θ, z) по омическому каналу низкой проводимости σ_{ch} ($4\pi\sigma_{ch}R_b/c \lesssim 1$), которая имеет однородный радиальный профиль

$$\sigma(r) = \begin{cases} \sigma_{ch}, & r \leq R_{ch}, \\ 0, & r > R_{ch}, \end{cases} \quad (1)$$

где R_{ch} — характерный радиус канала.

При этом будем считать, что при боковых отклонениях пучка он не выходит за пределы плазменного канала. Кроме того, шланговую неустойчивость будем рассматривать только в линейном приближении ($Y/R_b \ll 1$, Y — амплитуда шланговых колебаний пучка). В рассматриваемом здесь электростатическом пределе, когда выполнено условие низкой проводимости канала ($4\pi\sigma_{ch}R_b/c \lesssim 1$), действующая на пучок трекинг-сила обусловлена наличием дипольного поверхностного заряда, возникающего на границе канала при боковых смещениях релятивистского электронного пучка. Значение поверхностного заряда на единицу площади границы канала $\delta\rho$ определяется следующим образом:

$$\frac{\partial\delta\rho}{\partial t} = -\sigma_{ch} \left(\frac{\partial\phi_1}{\partial r} \right)_{R_{ch}^-}, \quad (2)$$

где t — время; $R_{ch}^- = \lim_{r \rightarrow 0} (R_{ch} - r)$; ϕ_1 — дипольная компонента электростатического потенциала коллективного поля системы плазма–пучок, которая удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r\phi_1 \right] = -4\pi\rho_1. \quad (3)$$

Здесь ρ_1 — возмущенное значение плотности заряда системы плазма–пучок. Значение ρ_1 определяется из уравнения сохранения заряда

$$\frac{\partial\rho_1}{\partial\xi} + 4\pi\sigma_{ch}\rho_1 = \frac{\partial\rho_{b1}}{\partial\xi}, \quad (4)$$

где $\rho_{b1} = -Y\partial\rho_{b0}/\partial r$ — возмущенное значение плотности заряда пучка при малых боковых отклонениях Y , $\xi = ct - v_z$ — сдвинутое время, v_z — продольная компонента скорости частиц пучка.

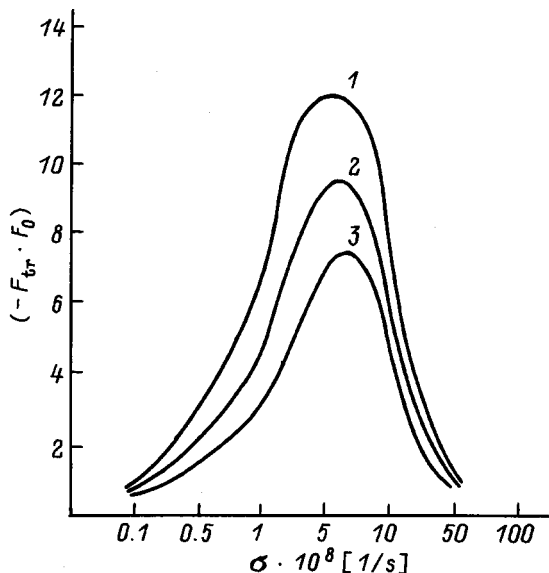


Рис. 1. Зависимость $(-F_{tr} \cdot F_0)$ от значения проводимости канала σ ($F_0 = 10^{-2}$ [1/cm]) для разных значений длительности нарастания тока ξ_r : 1 — 5, 2 — 15, 3 — 25.

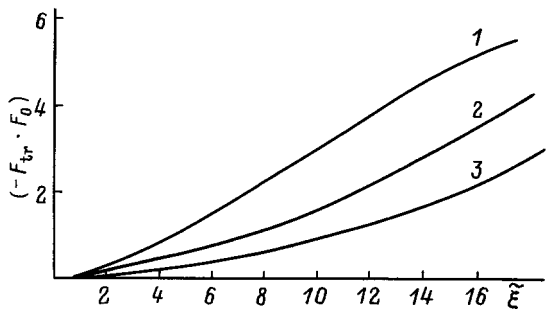


Рис. 2. Зависимость $(-F_{tr} \cdot F_0)$ от расстояния до фронта пучка $\tilde{\xi}$ ($F_0 = 10^{-2}$ [1/cm]) при $\sigma = 10^8$ 1/с для разных значений длительности нарастания тока. 1–3 — то же, что и на рис. 1.

Тогда после ряда преобразований нетрудно получить

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial r} \Big|_{R_{ch}^-} = 2\pi\delta\rho - \frac{2}{R_{ch}^2} \int_{-\infty}^{\xi} d\xi' \times \exp\left(\int_{\xi}^{\xi'} \frac{dx}{\tau_c(x)}\right) \frac{\partial}{\partial \xi'} \left(Y \frac{I_b}{\beta c}\right), \quad (5)$$

где I_b — полный ток пучка, $\beta = v_z/c$.

Используя выражения (2) и (5), окончательно имеем

$$\delta\rho = \frac{1}{\pi R_{ch}^2} \int_{-\infty}^{\xi} d\xi' \left[\exp\left(\int_{\xi}^{\xi'} \frac{dx}{2\tau_c}\right) - \exp\left(\int_{\xi}^{\xi'} \frac{dx}{\tau_c}\right) \right] \frac{\partial}{\partial \xi'} \left(Y \frac{I_b}{\beta c}\right). \quad (6)$$

Тогда уравнение, описывающее эволюцию поперечных колебаний пучка под действием только трекинг-силы,

может быть записано в виде

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial z^2} = F_{tr} = -\frac{2\pi c}{I_A} \delta\rho, \quad (7)$$

где I_A — предельный ток Альфвена.

Далее для простоты предположим, что проводимость плазменного канала σ_{ch} однородна по ξ и пучок смещается в поперечном направлении без изгиба, т.е. Y не зависит от ξ . Кроме того, закон нарастания тока на фронте пучка будем задавать следующим образом:

$$I_b(\xi) = I_{b0} \text{th}\left(\frac{\xi}{\xi_r}\right), \quad (8)$$

где ξ_r — длительность нарастания тока.

Тогда трекинг-сила может быть представлена в виде

$$F_{tr} = -\frac{2}{R_{ch}^2} \frac{I_{b0}}{I_A} R_b (\delta\rho)^*, \quad (9)$$

$$(\delta\rho)^* = \tilde{Y} \int_{-\infty}^{\tilde{\xi}} d\tilde{\xi}' \left[\exp\left(\frac{\tilde{\xi}' - \tilde{\xi}}{2\tilde{\xi}_c}\right) - \exp\left(\frac{\xi' - \xi}{\tilde{\xi}_c}\right) \right] \frac{4}{\tilde{\xi}_r} \frac{\exp(2\tilde{\xi}'/\tilde{\xi}_r)}{[\exp(2\tilde{\xi}'/\tilde{\xi}_r) + 1]^2}, \quad (10)$$

где $\tilde{\xi} = \xi/R_b$, $\tilde{\xi}_c = c/(4\pi\sigma_{ch}R_b)$, $\tilde{Y} = Y/R_b$, $\tilde{\xi}_r = \xi_r/R_b$.

На рис. 1 для случая $I_b = 10$ кА, $\gamma = 10$, $\tilde{Y} = 0.5$, $R_b = 0.5$ см, $R_{ch} = 2R_b$ приведены расчетные данные для F_{tr} при значениях проводимости плазменного канала в диапазоне $10^7 < \sigma_{ch} < 10^{10}$ 1/с для $\tilde{\xi} = 20$ и различных значений длительности нарастания тока. Из рисунка следует, что электростатическая трекинг-сила убывает с ростом длительности нарастания тока и имеет максимум при $\sigma_{ch} \sim 5 \cdot 10^8$ 1/с. На рис. 2 представлена зависимость F_{tr} от $\tilde{\xi}$ — расстояния до переднего фронта пучка при указанных выше значениях $\tilde{\xi}_r$. Из приведенных рисунков следует, что электростатическая трекинг-сила имеет место при низких значениях проводимости канала ($4\pi\sigma_{ch}R_b/c \lesssim 1$) и заметно зависит от длительности нарастания тока и расстояния до фронта пучка.

Список литературы

- [1] Lee E.P. // Phys. Fluids. 1976. Vol. 19. N 1. P. 60–69.
- [2] Lee E.P. // Phys. Fluids. 1978. Vol. 21. N 8. P. 1327–1343.
- [3] Uhm H.S., Lampe M. Phys. Fluids. 1980. Vol. 23. N 8. P. 1574–1585.
- [4] Fernsler R.F., Hubbard R.F., Lampe M. // J. Appl. Phys. 1994. Vol. 75. N 7. P. 3278–3293.
- [5] Надеждин Е.Р., Сорокин Г.А. // Физика плазмы. 1983. Т. 9. № 5. С. 988–991.
- [6] Колесников Е.К., Мануйлов А.С. // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 3. С. 40–44.
- [7] Колесников Е.К., Мануйлов А.С., Абашкина И.В. // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 11. С. 136–139.
- [8] Колесников Е.К., Мануйлов А.С. // Письма в ЖТФ. 1991. Т. 17. Вып. 3. С. 46–50.

- [9] *Murphy D.P., Raleigh M., Pechacek R.E.* et al. // *Phys. Fluids*. 1987. Vol. 30. N 1. P. 232–238.
- [10] *Hui B., Lampe M.* // V Intern. Conf. on High Power Particle Beams. San Francisco, 1983. P. 374–377.
- [11] *Welch D.R., Bieniosek F.M., Godfrey B.B.* // *Phys. Rev. Lett.* 1990. Vol. 65. N 25. P. 3128–3131.
- [12] *Murphy D.P., Pechacek R.E., Taggart D.P.* et al. // *Phys. Fluids*. B. 1992. Vol. 4. N 10. P. 3407–3417.
- [13] *Колесников Е.К., Мануйлов А.С.* // *ЖТФ*. 1991. Т. 61. Вып. 12. С. 43–46.
- [14] *Lee E.P.* // Livermore Lab. Report UCID-19674. 1983. P. 10.
- [15] *Weidman D.J., Nguyen K.T., Rhee M.J.* et al. // *J. Appl. Phys.* 1994. Vol. 76. N 6. P. 3244–3249.