

Токораспределение в однослойной катушке с проводящей "изоляцией"

© А.П. Дорошенко

Институт физики им. Л.В. Кириенского СО РАН,
660036 Красноярск, Россия

(Поступило в Редакцию 29 мая 1996 г. В окончательной редакции 24 февраля 1997 г.)

С целью поиска путей повышения механической прочности и энергетической эффективности резистивных систем сильных магнитных полей с квазибессилловыми обмотками рассмотрена катушка, выполненная из непрерывного прямоугольного проводника в виде однослойной цилиндрической спирали. Характерной особенностью этой спирали является то, что межвитковая изоляция в ней заменена на проводник с повышенным удельным сопротивлением. Рассмотрена зависимость направления результирующего вектора плотности тока от соотношения удельных сопротивлений проводников и угла намотки. Показано, что направление этого вектора можно в принципе задавать произвольно, подбирая соответствующим образом удельные сопротивления проводников. При этом угол намотки можно выбрать как угодно малым. Обосновывается, что такие спирали будут обладать высокой механической прочностью и их применение в квазибессилловых обмотках позволит значительно снизить осевую плотность тока, служащую для снижения механических напряжений до предельно допустимых, и тем самым повысить их энергетическую эффективность.

Одной из главных причин, сдерживающих процесс в создании систем для генерации сильных магнитных полей, является их механическая прочность, которая должна быть такой, чтобы удерживать магнитную систему от разрушения под действием сильных механических напряжений, обусловленных пондеромоторными силами. Бандажирование обмоток, их секционирование и оптимизация токораспределения по механическим напряжениям лишь частично решают эту задачу. Однако даже в этом случае полученная величина стационарного магнитного поля составляет немногим более 35 Т, а наиболее сложные разрабатываемые системы вряд ли позволят перейти границу 50 Т. По тем же самым причинам импульсные неразрушаемые соленоиды позволяют получать поля не более 70 Т [1].

Представляется, что одним из способов резкого повышения предела генерируемого поля могло бы быть использование бессилловых обмоток. Как известно [2], в идеально бессилловых системах направление тока совпадает с вектором магнитной индукции и силы Лоренца в обмотке отсутствуют, что позволяет существенно снизить требования к конструктивной¹ прочности обмотки.

Однако чисто бессилловые магниты создать практически невозможно. Даже тороидальные обмотки не могут быть в строгом смысле бессилловыми без поддерживающего внешнего поля, создаваемого обычным механически нагруженным соленоидом [2]. В магнитной системе с цилиндрической бессилловой обмоткой механически нагруженной является область обратного тока. Это, естественно, налагает некоторые ограничения на величину генерируемого поля. Тем не менее если распределение обратного тока выбирается по условию минимума азиму-

тальных механических напряжений, то, как показывают расчеты [3,4], указанные напряжения оказываются существенно меньшими, чем в обычном соленоиде таких же размеров с оптимизированным распределением азимутального тока по радиусу. Это позволяет существенно повысить величину генерируемого поля при неизменных прочностных характеристиках материала.

С энергетической точки зрения оправдывают себя только бессилловые обмотки, выполненные из сверхпроводника. Однако максимальное стационарное поле в настоящее время достижимо только в гибридных магнитах [1], где сверхпроводящие обмотки работают совместно с резистивными. При этом основной вклад в общее поле создается резистивными обмотками. Отдельно сверхпроводящие магниты способны генерировать поле не более 20 Т [1].

Резистивные магнитные системы с бессилловыми обмотками имеют очень низкую энергетическую эффективность [5,6]. По этой причине они могут быть использованы только для генерации импульсных магнитных полей порядка 100 Т [3,4], не достижимых с помощью обычных неразрушаемых многовитковых соленоидов [1].

В стационарном случае эффективным методом снижения энергозатрат как в бессилловой части, так и в области обратного тока является уменьшение осевой компоненты j_{0z} плотности тока [7]. Если при этом азимутальная компонента $j_{0\phi}$ осталась без изменения, то полоидальное поле в рабочем канале остается прежним, а потребляемая мощность снизится. Однако из-за изменения соотношения между j_{0z} и $j_{0\phi}$ обмотка, создающая полоидальное поле, перестанет быть "чисто бессилловой". Для определенности назовем ее "квазибессилловой". В отличие от бессилловой квазибессилловая обмотка испытывает механические напряжения, которые будут тем больше, чем меньше будет j_{0z} . Поэтому при переходе

¹ Способность магнитной системы противостоять пондеромоторным силам, оцениваемая как степень использования системой механической прочности материала до начала ее разрушения.

от магнитной системы с бескилевой обмоткой к системе с квазibesкилевой обмоткой степень снижения j_{0z} и соответственно энергетическая эффективность резистивной магнитной системы тесно связаны с механической прочностью проводника и конструктивной прочностью обмотки, создающей полоидальное поле.

С минимальной потерей электропроводимости механическая прочность проводника может быть повышена путем использования композитных материалов [1,8,9], а конструктивная прочность обмотки — сведением к минимуму угла намотки [10,11]. Поэтому в системах сильных стационарных магнитных полей с квазibesкилевыми обмотками для изменения от слоя к слою j_{0z} и $j_{0\varphi}$ желательно иметь такой метод, который позволял бы использовать в качестве проводника композитный материал и в то же время обеспечивал заданное отношение $j_{0\varphi}/j_{0z}$ при минимальном, не превышающем предельно допустимое значение шаге намотки.

Так как величина j_{0z} определяется током I_0 , циркулирующим по слоям квазibesкилевой обмотки, и поперечным сечением слоя, то для определения $j_{0\varphi}$ достаточно знать отношение $j_{0\varphi}/j_{0z}$, которое будет в дальнейшем основным расчетным параметром. Предлагаемый ниже метод излагается для отдельного слоя, выполненного в виде непрерывной цилиндрической спирали радиуса r и толщиной Δr (рис. 1). Тем не менее приведенные ниже результаты могут быть распространены как на многослойные, так и на биттеровские магнитные системы.

Рассматриваемая спираль изготавливается из композитного материала, состоящего из двух компонент различной проводимости. В осевом сечении спирали эти компоненты имеют форму прямоугольников и чередуются вдоль оси (рис. 1). Межвитковая изоляция в обычном понимании отсутствует. Проводящие компоненты находятся в непосредственном контакте между собой с обеих сторон вдоль оси (рис. 1). В этом

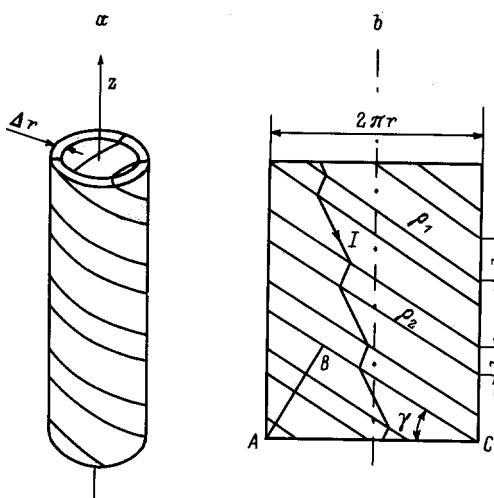


Рис. 1. *a* — схема спирали, $m = 2$; *b* — развертка спирали, схема линии тока. Ломаной *ABC* соответствует на спирали замкнутый путь интегрирования, на котором точкам *A* и *C* соответствует одна единственная точка.

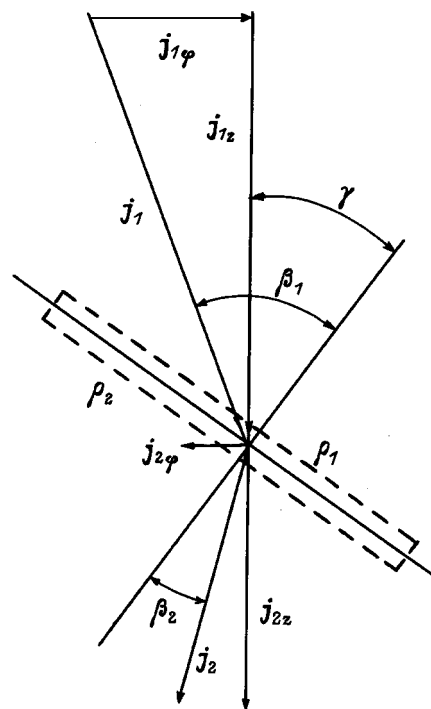


Рис. 2. Схема разрыва непрерывности вектора плотности тока в спирали на границе раздела проводников.

случае, как будет показано ниже, подбирая удельные сопротивления проводников, можно получить спираль с наперед заданным отношением $j_{0\varphi}/j_{0z}$ при достаточно малом шаге намотки.

Предположим, что в рассматриваемой спирали один из проводников имеет удельное сопротивление ρ_1 , а другой — ρ_2 ($\rho_2 > \rho_1$). Число заходов в спирали является четным и равно $2m$. Измеренная вдоль образующей цилиндра суммарная ширина проводника с удельным сопротивлением ρ_1 в каждом витке равна md_1 . Аналогичная величина для материала с удельным сопротивлением ρ_2 равна md_2 (рис. 1).

Если β_1 — угол между линией тока в среде с удельным сопротивлением ρ_1 и нормалью к поверхности раздела проводников (рис. 2), а β_2 — соответствующий угол в среде с удельным сопротивлением ρ_2 , то справедливо следующее соотношение [12,13]

$$\frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} \beta_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}. \quad (1)$$

Для определения неизвестных углов β_1 и β_2 выведем еще одно уравнение, отражающее геометрические параметры спирали. Для этого воспользуемся тем, что в рассматриваемой спирали текут постоянные токи. Как известно [12], электрическое поле постоянных токов, как и поле электростатическое, является полем потенциалным. Поэтому линейный интеграл вектора \mathbf{E} электрического поля по любому замкнутому пути в данной спирали будет равен нулю. Отсюда также следует, что тангенциальная составляющая \mathbf{E}_t вектора \mathbf{E}_1 электрического

поля в проводнике с удельным сопротивлением ρ_1 совпадает с тангенциальной составляющей вектора \mathbf{E}_2 электрического поля в проводнике с удельным сопротивлением ρ_2 . Пользуясь этими свойствами электрического поля постоянных токов, вычислим вдоль некоторого замкнутого пути на спирали линейный интеграл вектора \mathbf{E} и приравняв его к нулю, получим уравнение, решение которого совместно с (1) позволит определить углы β_1 и β_2 . В качестве такого пути интегрирования возьмем замкнутую линию, которой на развертке спирали соответствует ломанная, состоящая из двух ортогональных отрезков AB и BC (рис. 1, б). Отрезку BC на катушке соответствует неполный виток спиральной линии параллельной границам раздела проводников. Его длина совпадает с длиной отрезка BC и равна $2\pi r \cos \gamma$, где γ — угол намотки катушки. Отрезку AB соответствует криволинейный отрезок, соединяющий начало и конец неполного витка. Этот отрезок ортогонален границам раздела проводников. Его длина совпадает с длиной отрезка AB и равна $m(d_1 + d_2) \cos \gamma$. Вдоль спиральной линии слагающая вектора \mathbf{E} равна E_t . Поэтому результат линейного интегрирования по неполному витку спиральной линии по направлению вектора \mathbf{E}_t будет равен $2\pi r E_t \cos \gamma$. Сохраняя направление интегрирования, результат аналогичной операции по отрезку, замыкающему неполный виток, получим в виде $-m(d_1 E_{1n} + d_2 E_{2n}) \cos \gamma$, где E_{1n} и E_{2n} — значения нормальных к границам раздела слагающих соответственно векторов \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 . Суммируем полученные результаты. Затем, приравняв сумму к нулю, после несложных преобразований, получаем

$$2\pi r E_t = m d_1 E_{1n} + m d_2 E_{2n}. \quad (2)$$

Так как $E_{1n} = E_t \operatorname{ctg} \beta_1$ и $E_{2n} = E_t \operatorname{ctg} \beta_2$, то из (2) следует

$$2\pi r = m d_1 \operatorname{ctg} \beta_1 + m d_2 \operatorname{ctg} \beta_2. \quad (3)$$

Решая совместно (1) и (3), получаем

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{m d_1 \rho_1 + m d_2 \rho_2}{2\pi r \rho_1}, \quad (4)$$

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{m d_1 \rho_1 + m d_2 \rho_2}{2\pi r \rho_2}. \quad (5)$$

Определим угол намотки γ (рис. 1, 2) в виде

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{m d_1 + m d_2}{2\pi r}. \quad (6)$$

Так как $\rho_2 > \rho_1$, то из выражений (4)–(6) следует, что углы β_1 , β_2 и γ должны между собой соотноситься следующим образом:

$$\beta_1 > \gamma > \beta_2. \quad (7)$$

Осевая компонента j_{1z} плотности тока в проводнике с удельным сопротивлением ρ_1 (рис. 2) определяется в виде

$$j_{1z} = \frac{E_t}{\rho_1} \frac{\cos(\beta_1 - \gamma)}{\sin \beta_1}. \quad (8)$$

Решая совместно (4), (8), получаем

$$j_{1z} = E_t \left(\frac{2\pi r \cos \gamma}{m \rho_1 d_1 + m \rho_2 d_2} + \frac{\sin \gamma}{\rho_1} \right). \quad (9)$$

Соответственно осевая компонента j_{1z} в проводнике с удельным сопротивлением ρ_2 запишется в виде

$$j_{2z} = E_t \left(\frac{2\pi r \cos \gamma}{m \rho_1 d_1 + m \rho_2 d_2} + \frac{\sin \gamma}{\rho_2} \right). \quad (10)$$

Суммарный ток $I_0 = m(d_1 j_{1z} + d_2 j_{2z}) \Delta r \operatorname{ctg} \gamma$, протекающий по спирали, определится следующим образом:

$$I_0 = E_t \left(\frac{4\pi^2 r^2}{m \rho_1 d_1 + m \rho_2 d_2} + \frac{m d_1}{\rho_1} + \frac{m d_2}{\rho_2} \right) \Delta r \cos \gamma. \quad (11)$$

Азимутальная компонента $j_{1\varphi}$ плотности тока в проводнике с удельным сопротивлением ρ_1 запишется в виде (рис. 2)

$$j_{1\varphi} = \frac{E_t}{\rho_1} \frac{\sin(\beta_1 - \gamma)}{\sin \beta_1}. \quad (12)$$

Из выражений (4), (6), (12) получаем

$$j_{1\varphi} = \frac{E_t}{\rho_1} \frac{d_2(\rho_2 - \rho_1)}{d_1 \rho_1 + d_2 \rho_2} \cos \gamma. \quad (13)$$

Соответственно азимутальная компонента $j_{2\varphi}$ в проводнике с удельным сопротивлением ρ_2 запишется следующим образом:

$$j_{2\varphi} = \frac{E_t}{\rho_2} \frac{d_1(\rho_1 - \rho_2)}{d_1 \rho_1 + d_2 \rho_2} \cos \gamma. \quad (14)$$

Средняя азимутальная плотность тока

$$j_{0\varphi} = \frac{d_1 j_{1\varphi} + d_2 j_{2\varphi}}{d_1 + d_2}$$

запишется в виде

$$j_{0\varphi} = \frac{E_t \cos \gamma}{d_1 \rho_1 + d_2 \rho_2} \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2} \frac{(\rho_2 - \rho_1)^2}{\rho_1 \rho_2}. \quad (15)$$

Решая совместно (11) и (15), получаем

$$j_{0\varphi} = \frac{I_0}{\Delta r} \frac{m d_1 d_2}{d_1 + d_2} \times \frac{(\rho_1 - \rho_2)^2}{4\pi^2 r^2 \rho_1 \rho_2 + m^2 (d_1 \rho_1 + d_2 \rho_2)(d_1 \rho_2 + d_2 \rho_1)}. \quad (16)$$

Определим среднюю осевую плотность тока j_{0z} в виде

$$j_{0z} = \frac{I_0}{2\pi r \Delta \Delta r}. \quad (17)$$

Из выражений (16) и (17) следует

$$\frac{j_{0\varphi}}{j_{0z}} = \frac{\lambda_1 \lambda_2 (1 - \tau)^2 \cos \gamma \sin \gamma}{\tau + \lambda_1 \lambda_2 (1 - \tau)^2 \sin^2 \gamma}, \quad (18)$$

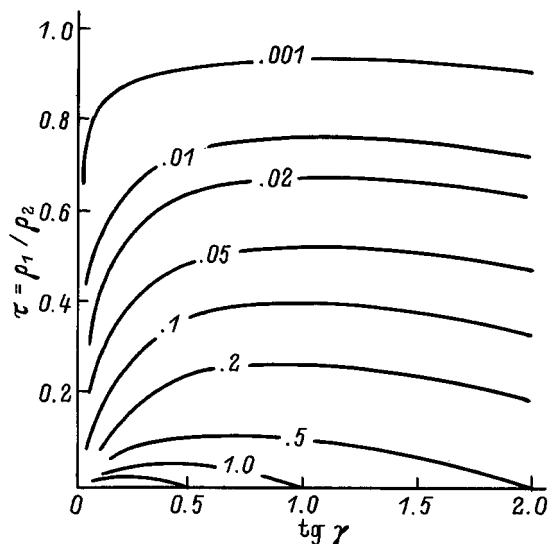


Рис. 3. Линии постоянных значений отношения $j_{0\varphi}/j_{0z}$.

где

$$\tau = \frac{\rho_1}{\rho_2}, \quad \lambda_1 = \frac{d_1}{d_1 + d_2}, \quad \lambda_2 = \frac{d_2}{d_1 + d_2}.$$

Для получения спирали с заданным отношением $j_{0\varphi}/j_{0z}$ при угле намотки γ , лежащем в интервале $(0 < \gamma < \text{arctg}(j_{0z}/j_{0\varphi}))$, необходимое значение параметра τ определится из (18) в виде

$$\tau = \frac{2\alpha}{2\alpha + 1 + \sqrt{4\alpha + 1}}, \quad (19)$$

где

$$\alpha = \lambda_1 \lambda_2 \left(\frac{j_{0z}}{j_{0\varphi}} - \text{tg } \gamma \right) \cos \gamma \sin \gamma.$$

В виде линий постоянных значений отношения $j_{0\varphi}/j_{0z}$ зависимость параметра τ от $\text{tg } \gamma$ представлена на рис. 3. Из этого рисунка видно, что для любого фиксированного значения отношения $j_{0\varphi}/j_{0z}$ ($0 < j_{0\varphi}/j_{0z} < \infty$) существует такой угол γ_0 , при котором τ принимает максимальное значение τ_m . Действительно, из (19) этот угол определится выражением

$$\text{tg } \gamma_0 = -\frac{j_{0\varphi}}{j_{0z}} + \sqrt{\left(\frac{j_{0\varphi}}{j_{0z}}\right)^2 + 1}. \quad (20)$$

Соответственно $\tau_m = \tau(\gamma_0)$ определится в виде

$$\tau_m = 1 + q - \sqrt{(1 + q)^2 - 1}, \quad (21)$$

где

$$q = \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2} \left\{ \left(\frac{j_{0\varphi}}{j_{0z}}\right)^2 + \sqrt{\left(\frac{j_{0\varphi}}{j_{0z}}\right)^2 + \left(\frac{j_{0\varphi}}{j_{0z}}\right)^4} \right\}.$$

Для получения спирали с заданным отношением $j_{0\varphi}/j_{0z}$ при $\tau \leq \tau_m$ требуемая величина угла намотки определится следующим образом:

$$\text{ctg } \gamma = \frac{1}{2} t \frac{j_{0z}}{j_{0\varphi}} \pm \sqrt{\frac{1}{4} t^2 \left(\frac{j_{0z}}{j_{0\varphi}}\right)^2 - t - 1}, \quad (22)$$

где

$$t = \frac{\lambda_1 \lambda_2 (1 - \tau)^2}{\tau}.$$

Анализ выражений (18), (19) и (22) показывает, что при $\tau = \tau_m$, определяемом выражением (21), угол γ принимает единственное значение, равное γ_0 , которое определяется выражением (20). Правая часть выражения (22) будет действительной только при $\tau \leq \tau_m$. По мере убывания τ от τ_m до нуля заданное отношение $j_{0\varphi}/j_{0z}$ будет иметь место уже при двух значениях γ_1 и γ_2 угла намотки ($\gamma_1 < \gamma_0 < \gamma_2$). При $\tau \rightarrow 0$ угол $\gamma_2 \rightarrow \text{arctg}(j_{0z}/j_{0\varphi})$. Угол γ_1 при $\tau \rightarrow 0$ резко убывает и может быть как угодно малым, оставаясь больше нуля. Как следует из выражения (18), при $\tau = 0$ и $\gamma = 0$ отношение $j_{0\varphi}/j_{0z}$ не определено. К тому же в реальной однослойной катушке с непрерывной намоткой угол γ не может быть равен нулю. В противном случае при $\tau = 0$ ($\rho_2 = \infty$) в спирали будет отсутствовать ток, а при $\tau \neq 0$ ток будет течь только вдоль оси. Исключение составляет однозаходная биттеровская спираль, выполненная из отдельных пластин, где ток переходит от одной пластины к другой через проводящий сектор [14].

Таким образом, в резистивных системах с квазибессильными обмотками токораспределение с заданными значениями осевой и азимутальной компонент в принципе может быть осуществлено с использованием композитного проводящего материала при шаге намотки, не превышающем предельно допустимого значения. Это позволит повысить механическую прочность обмотки, что в свою очередь позволит снизить осевую плотность тока в квазибессильной обмотке и тем самым повысить ее энергетическую эффективность. Детальный анализ эффективности такого рода однослойных и многослойных обмоток будет рассмотрен в следующих работах.

Список литературы

- [1] Herlach F., Perenboom Jos A.A.J. // Physica B. 1995. Vol. 211. P. 1–16.
- [2] Furth H.P., Jardin S.C., Montgomery D.B. // IEEE Trans. on Magn. 1988. Vol. 24. N 2. P. 1467–1468.
- [3] Шнейерсон Г.А. // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 1. С. 36–43.
- [4] Shneerson G.A. // IEEE Trans. on Magn. 1992. Vol. 28. N 1. P. 505–508.
- [5] Вейсиг Г.С., Горенко Л.М., Дорошенко А.П. и др. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1972. Т. 36. № 6. С. 1252–1255.
- [6] Корявко В.И., Литвиненко Ю.А. // ЖТФ. 1979. Т. 49. Вып. 11. С.2298–2303.
- [7] Дорошенко А.П. // ЖТФ. 1995. Т. 65. Вып. 8. С. 156–165.
- [8] Лагутин А.С., Ожогин В.И. // ПТЭ. 1981. № 3. С. 195–198.

- [9] *Weggel R.J.* // IEEE Trans. on Magn. 1988. Vol. 24. N 2. P. 1384–1386.
- [10] *Катрухин Ю.К., Дорошенко А.П.* // ПТЭ. 1985. № 5. С. 162–165.
- [11] *Лагутин А.С., Ожогин В.И.* Сильные импульсные магнитные поля в физическом эксперименте. М.: Энергоатомиздат, 1988. 190 с.
- [12] *Тамм И.Е.* Основы теории электричества. М.: Наука, 1989. 504 с.
- [13] *Шимони К.* Теоретическая электротехника. М.: Мир, 1964. 773 с.
- [14] *Монтгамери Д.* Получение сильных магнитных полей с помощью соленоидов. М.: Мир, 1971. 359 с.