01;03

Численное моделирование и экспериментальное исследование влияния синерезиса на распространение ударных волн в газожидкостной пене

© Е.И. Васильев, С.Ю. Митичкин, В.Г. Тестов, Ху Хайбо

Научно-исследовательский институт механики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, 117192 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 29 января 1996 г. В окончательной редакции 2 июля 1996 г.)

В рамках равновесной модели, используя модифицированную схему Годунова, обладающую монотонностью и вторым порядком точности, рассмотрено распространение ударных волн в газожидкостной пене с сильно неоднородным распределением плотности. Сопоставление численного моделирования и экспериментальных исследований позволило выявить основные особенности газодинамических возмущений, возникающих в таких двуфазных средах.

Введение

Экспериментальные исследования взаимодействия ударных волн с газожидкостными пенами выявили ряд присущих особенностей ударно-волновых процессов. Измерения в пенах, выполненные в горизонтальной ударной трубе, когда вследствие течения конденсированной фазы под действием силы тяжести плотность пены изменяется в направлении, перпендикулярном распространению ударных волн, показали, что фронт ударной волны является наклонным к оси трубы, а давление за фронтом изменяется по высоте [1]. Экспериментальное изучение в горизонтальной ударной трубе осложнено необходимостью регистрации давления как вдоль трубы, так и в направлении, перпендикулярном ее оси. Отсутствие этих сведений осложняет интерпретацию экспериментов и сопоставление с результатами других исследователей. Расчетная же модель должна учитывать в таком случае двумерность задачи. Кроме того, в достаточно длинной трубе при полном ее наполнении пеной [1] процесс наполнения достаточно продолжителен, получение однородной пены по всей длине горизонтальной трубы, а также измерения профиля плотности являются непростыми задачами.

При исследованиях в вертикальной ударной трубе [2,3], когда плотность пены меняется в направлении распространения ударной волны, сохраняется одномерность задачи, проще измерить профиль плотности, можно более корректно учесть его изменение во времени и влияние на особенности поведения параметров при распространении ударных волн.

Учитывая, что вследствие течения конденсированной фазы параметры пены меняются в пространстве и во времени, необходимо наряду с измерением профиля плотности пены по высоте провести изучение его изменения в интервале времен, характеризующих основные этапы процесса вытекания [4]. В представленной работе эксперименты проводились с различными по отношению к моменту получения пены задержками, что дало возможность изучить особенности взаимодействия ударных волн с пеной в различные моменты ее жизни.

Наряду с развитием экспериментальных исследований возникает необходимость создания расчетных моделей. Из методов, позволяющих проводить расчет всего течения по единой схеме, широкое распространение получила схема С.К. Годунова первого порядка точности [5], которая, однако, приводит к сильному размыванию контактных разрывов и скачков малой интенсивности. Появление существенно нелинейных схем привело к широкому развитию монотонных схем второго порядка точности как отечественными [6–9], так и зарубежными авторами [10–14]. Основная идея в большинстве работ сводится к коррекции потоков через границы ячеек, позволяющей повысить порядок точности схемы с первого до второго. Если в зарубежных работах наибольшее распространение получила коррекция потоков с помощью аддитивных добавок, вычисляемых на расширенном переменном шаблоне, то в работах отечественных авторов коррекция осуществляется на основе модификации исходных данных для задачи о распаде разрыва, предшествующей вычислению потоков. Второй подход более предпочтителен, так как позволяет существенно повысить качество уже имеющегося программного обеспечения, основанного на методе Годунова.

В данной работе приводится достаточно экономичная модифицированная схема Годунова для одномерных нестационарных течений смеси совершенных газов, обладающая монотонностью и вторым порядком точности. Наши расчеты по модификациям схемы Годунова, предложенным в работах [8,11] и обладающих монотонностью и вторым порядком точности, показали, что предложенная нами модификация обеспечивает несколько лучшую локализацию поверхностей разрывов. Упомянутая схема применяется для численного моделирования в рамках равновесной модели процесса распространения ударных волн в вертикальной трубе при наличии сильно неоднородного по плотности слоя пены. Приводится сравнение результатов численного моделирования и экспериментального исследования на вертикальной ударной трубе взаимодействия ударных волн с газожидкостными пенами.

Монотонная модификация схемы Годунова второго порядка

Описание движения газожидкостной пены будем проводить в рамках односкоростной общепринятой модели эффективного газа [15,16], в которой предполагается, что 1) несущий газ является совершенным с постоянными теплоемкостями; 2) скорость и температура жидкой фазы всегда совпадает со скоростью и температурой несущего газа; 3) собственное давление жидкой фазы отсутствует, т.е. жидкие капельки не взаимодействуют между собой; 4) объемная доля жидкой фазы $k \ll 1$. В этих предположениях дивергентная форма уравнений движения в канале постоянного сечения имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{w})}{\partial x} = 0, \tag{1}$$

где

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \rho_p \\ \rho_g \\ \rho v \\ \rho e \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{f}(\mathbf{w}) = \begin{bmatrix} \rho_p v \\ \rho_g v \\ \rho v^2 + p \\ (\rho e + p)v \end{bmatrix}. \tag{2}$$

Суммарная плотность газа и пены $\rho = \rho_g + \rho_p$, $\rho_p = k\rho_l$, где ρ_l — плотность жидкости. Такую равновесную смесь будем считать совершенным газом с переменным показателем адиабаты γ, который зависит от местных плотностей газа и пены

$$\gamma = 1 + \frac{\rho_g R}{\rho_g c_V + \rho_p c^*},$$

где R — газовая постоянная, c_V и c^* — теплоемкости газа и жидкости.

При этом выражение для объемной плотности e энергии смеси запишется как для совершенного газа

$$e = \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho(\gamma - 1)}.$$

Идея повышения точности схемы Годунова основана на следующем простом факте: метод Годунова 1-го порядка [5], примененный к модифицированному уравнению

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{w} + \alpha)}{\partial x} = 0, \tag{3}$$

даст приближенное решение исходного уравнения (1) со вторым порядком точности по пространству и времени, если поправка α аппроксимирует функцию

$$\boldsymbol{\psi} = \frac{\Delta x}{2}\operatorname{sign}(\mathbf{f}_w)\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial x} + \frac{\Delta t}{2}\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} \tag{4}$$

с третим порядком, т.е. $\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\psi} = 0\big((\Delta x)^3\big)$.

Таким образом, модификация сводится к введению поправок к параметрам течения при вычислении потоков в схеме Годунова. Дело осложняется лишь тем, что обычные способы, использующие линейную конечно-разностную аппроксимацию выражения (4), приводят в итоге к немонотонным схемам.

В данной работе вычисление поправок при численном решении осуществлялось нелинейным образом с использованием недивергентоной системы. Запишем систему (1) в недивергентном виде относительно переменных $\mathbf{u} = (\rho_p,\ \rho_g,\ p,\ v)$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + A(\mathbf{u})\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} = 0, \tag{5}$$

где

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \rho_p \\ \rho_g \\ p \\ v \end{bmatrix}, \quad A(\mathbf{u}) = \begin{bmatrix} v & 0 & 0 & \rho_p \\ 0 & v & 0 & \rho_g \\ 0 & 0 & v & \gamma\rho \\ 0 & 0 & \rho^{-1} & v \end{bmatrix}. \tag{6}$$

Система (5) является гиперболической и, следовательно, имеет место разложение $A = R\Lambda R^{-1}$, где R — матрица правых собственных векторов матрицы A, Λ — диагональная матрица ее собственных чисел $\Lambda = \operatorname{diag}(\lambda_1,\ \lambda_2, \dots)$. Конкретно для (6) разложение выглядит следующим образом:

$$A = R\Lambda R^{-1} = \begin{bmatrix} \rho_p/2c & -1/c & 0 & \rho_p/2c \\ \rho_g/2c & 0 & -1/c & \rho_g/2c \\ \rho c/2 & 0 & 0 & \rho c/2 \\ -1/2 & 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} v-c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v+c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1/\rho c & -1 \\ -c & 0 & \rho_p/\rho c & 0 \\ 0 & -c & \rho_g/\rho c & 0 \\ 0 & 0 & 1/\rho c & 1 \end{bmatrix}, \tag{7}$$

где скорость звука $c = \sqrt{\gamma p/\rho}$.

Выражение (4) для уравнения (5) после исключения $\partial\mathbf{u}/\partial t$ и с учетом разложения (7) можно записать в виде

$$\boldsymbol{\psi} = \frac{1}{2}\left(\operatorname{sign}(A) - \frac{\Delta t}{\Delta x}A\right)\Delta x\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x}$$
$$= \frac{1}{2}R\left(\operatorname{sign}(\Lambda) - \frac{\Delta t}{\Delta x}\Lambda\right)R^{-1}\Delta x\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x}. \tag{8}$$

Предполагаем, что выбрана равномерная по x сетка. Вычисление поправок, аппроксимирующих (8), проводим в каждой j-й ячейке по формулам

$$\boldsymbol{\alpha} = \frac{1}{2}R\left(\operatorname{sign}(\Lambda) - \frac{\Delta t}{\Delta x}\Lambda\right)\operatorname{mid}(\boldsymbol{\alpha}'_j,\ \boldsymbol{\alpha}''_j), \tag{9}$$

$$\boldsymbol{\alpha}'_j = R^{-1}(\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_{j-1}), \qquad \boldsymbol{\alpha}''_j = R^{-1}(\mathbf{u}_{j+1} - \mathbf{u}_j), \tag{10}$$

где $\operatorname{mid}(a,\ b)$ — некоторая функция выбора среднего из a и b (см. ниже), применяемая покомпонентно; векторы $\boldsymbol{\alpha}'_j$, $\boldsymbol{\alpha}''_j$ используют односторонние левые или правые разности по отношению к ячейке j.

Значения коэффициентов матриц вычисляются по параметрам той ячейки, в которой производится вычисление поправок. Значительная разреженность матриц позволяет организовать довольно экономичный вычислительный алгоритм. Поправки постоянны по ячейке и добавляются к основным параметрам перед вычислением потоков через соответствующие границы ячейки. В методе Годунова для этого используется задача о распаде произвольного разрыва. Процедура ее быстрого решения для совершенного газа подробно описана в [5].

Анализ монотонности схемы для линейного скалярного уравнения. Рассмотрим скалярное уравнение переноса с постоянным коэффициентом:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \lambda \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \qquad \lambda = \mathrm{const}, \tag{11}$$

Пусть сетка выбрана равномерной, причем направление роста индексов ячеек j совпадает с направлением оси x. Обозначим через u_j и $\bar{u}_j$ значения искомой функции $u(x, t)$ в ячейке j в моменты t и $t + \Delta t$ соответственно. Тогда разностная схема Годунова для (11) запишется как

$$\bar{u}_j = u_j - \nu(u_j - u_{j^-}), \tag{12}$$

где

$$\nu = \frac{\Delta t}{\Delta x}|\lambda|, \quad j^- = j - \mathrm{sign}(\lambda).$$

Известно, что схема (12) устойчива и монотонна при выполнении условий

$$0 \leqslant \nu \leqslant 1. \tag{13}$$

Модифицированную схему с поправками запишем в виде

$$\bar{u}_j = u_j - \nu\big((u+\alpha)_j - (u+\alpha)_{j^-}\big). \tag{14}$$

Поправки α_j в соответствии с (9), (10) вычисляются как нелинейные средние из пары величин

$$\alpha_j = \frac{1-\nu}{2}\,\mathrm{mid}\,(\alpha'_j,\, \alpha''_j), \tag{15}$$

где

$$\alpha'_j = u_j - u_{j^-}, \quad \alpha''_j = u_{j^+} - u_j, \quad j^+ = j + \mathrm{sign}\,(\lambda). \tag{16}$$

Обоснование монотонности схемы заключено в следующей теореме. Если функция $\mathrm{mid}(a, b)$ такова, что для любых a, b, c

$$|\mathrm{mid}(a, b) - \mathrm{mid}(b, c)| \leqslant r|b|,$$

где $r = 2\min\left(\frac{1}{\nu}, \frac{1}{1-\nu}\right)$, то при условии (13) разностная схема (14)–(16) устойчива и монотонна.

Доказательство. Для разности поправок из (15)–(17), с учетом того что $\alpha'_j = \alpha''_{j^-}$, получим

$$|\alpha_j - \alpha_{j^-}| \leq \frac{1-\nu}{2} r|\alpha'_j|.$$

Последнее можно записать в виде

$$\alpha_j - \alpha_{j^-} = \delta\frac{1-\nu}{2} r(u_j - u_{j^-}),$$

где $-1 \leqslant \delta \leqslant 1$.

Тогда схема (14) преобразуется к виду, аналогичному схеме Годунова (12),

$$\bar{u}_j = u_j - \hat{\nu}(u_j - u_{j^-}), \tag{18}$$

где $\hat{\nu} = \nu(1 + \delta\frac{1}{2}(1-\nu)r)$.

Из выражения для $\hat{\nu}$ несложно получить, что с учетом (13), (17) и того, что $|\delta| \leqslant 1$, выполняются следующие оценки:

$$\hat{\nu} \geqslant \nu\left(1 - \frac{1}{2}(1-\nu)r\right) = \frac{1}{2}\nu(1-\nu)(2/(1-\nu) - r) \geqslant 0,$$

$$\hat{\nu} \leqslant \nu\left(1 + \frac{1}{2}(1-\nu)r\right) \leqslant \nu(1 + (1-\nu)/\nu) = 1.$$

Следовательно, схема (14)–(16) устойчива и монотонна. Приведем несколько функций, удовлетворяющих условию (17),

$$\mathrm{mid}(a, b) = \mathrm{mms}(a, b) = \begin{cases} \min(|a|, |b|)\mathrm{sign}(a), & ab > 0, \\ 0, & ab \leqslant 0, \end{cases} \tag{19}$$

$$\mathrm{mid}(a, b) = \mathrm{mhs}(a, b) = \frac{|ab| + ab}{a+b}, \tag{20}$$

$$\mathrm{mid}(a, b) = \overline{\mathrm{mhs}}(a, b) = \sigma\,\mathrm{mhs}(a, b). \tag{21}$$

В последнем случае коэффициент $\sigma > 1$ и определяется следующим образом:

$$\sigma = 1 + 16(d - d^2)^2\left(\frac{|a+b|}{2\max(|a|, |b|)} r - 1\right),$$

где

$$d = \frac{|a-b|}{|a+b|}, \qquad r = 2\min\left(\frac{1}{\nu}, \frac{1}{1-\nu}\right). \tag{22}$$

Функции минимального модуля (19) и гармонического среднего (20) использовались в работах [6–9,11]. Функция (21) ранее в литературе не встречалась. Доказать выполнимость условия (17) для функции (21) несложно, если учесть, что она удовлетворяет неравенству

$$|\overline{\mathrm{mhs}}(a, b)| \leqslant r|\mathrm{mms}(a, b)|,$$

которое превращается в равенство при $a/b = 3$ или $b/a = 3$, что обычно реализуется в окрестности размазанных разрывов.

В заключение раздела отметим, что для обеспечения второго порядка аппроксимации по пространству и времени уравнения (11) в областях монотонности параметров достаточно, чтобы функция $\mathrm{mid}(a, b)$ при близких аргументах со вторым порядком совпадала со средним арифметическим

$$\mathrm{mid}(a, a) = a,$$

$$\frac{\partial}{\partial a}\mathrm{mid}(a, b)|_{a=b} = \frac{\partial}{\partial b}\mathrm{mid}(a, b)|_{b=a} = \frac{1}{2}.$$

Несложно проверить, что функции (20) и (21) удовлетворяют этим условиям в отличие от (19).

Численное моделирование течения в ударной трубе

Численное моделирование рассматриваемого явления взаимодействия ударной волны с пенным слоем сильно неравномерной плотности проводилось в следующей постановке. Вертикальная цилиндрическая труба длиной L, разделенная диафрагмой на камеру высокого (КВД) и канал низкого давлений (КНД), заполнена идеальным совершенным газом с давлением p_4 (в КВД) и p_0 (в КНД) и одинаковой температурой T_0. КНД расположена в нижней части трубы и имеет длину L_0. На ее нижнем торце расположен слой пены высотой H и средней плотностью $\bar{\rho}_p$.

После разрыва в момент $t = 0$ диафрагмы в трубе возникает серия волновых возмущений (волна разрежения, контактный разрыв, ударная волна), которые взаимодействуют с торцами трубы, с пенным слоем и между собой, образуя достаточно сложную картину течения.

При численном моделировании были взяты следующие исходные данные. Геометрия: $L = 2.24$ m, $L_0 = 1.44$ m, $H = 0.19$ m; начальные условия: $p_4 = 4.2$ atm, $p_0 = 1$ atm, $T_0 = 293$ K; константы для газа: $\gamma_g = 1.4$, $R = 297\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\cdot K}}$, $c_V = 742.5\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\cdot K}}$; для жидкости $c^* = 4200\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\cdot K}}$.

В качестве граничных условий на торцах обеспечивались условия непротекания. Область по длине трубы покрывалась равномерной сеткой, содержащей 348 ячеек. Шаг по времени Δt выбирался аналогично стандартному методу Годунова [5] с числом Куранта 0.85.

При численной реализации для поправок использовались функции (20) и (21), причем первая, более слабая, использовалась для первой и четвертой компонент векторов поправок (см. формулы (9)). Указанные компоненты соответствуют собственным значениям $v \pm c$ матрицы A в (7). Отметим, что целесообразность подобного дифференцированного подхода к различным компонентам подробно изложена в [13].

Ниже приводится сравнение результатов расчетов, полученных по схеме Годунова и по модифицированной схеме, для течения в ударной трубе. Вниз по течению от границы воздух–пена плотность возрастает к торцу канала. В расчетах профиль плотности задавался из проведенных нами измерений.

На рис. 1 представлены $x{-}t$-диаграммы (линии постоянной плотности) течения в ударной трубе, рассчитанные по методу Годунова (рис. 1, *a*) и предлагаемой модификацией (рис. 1, *b–d*). Граница раздела камеры и канала низкого давления обозначена индексом k, поверхность пены — индексом f. Средняя по столбу плотность пены $\bar{\rho}_p$ непосредственно после наполнения составляла 32 kg/m^3 (соответствующее значение $k = 0.033$). Использованы экспериментальные профили плотности пены для времен задержек момента разрыва диафрагмы от момента окончания напуска пены T (время выдержки пены) = 2 (рис. 1, *a–c*) и $6m/n$ (рис. 1, *d*). На рис. 1, *c, d* в увеличенном масштабе представлена $x{-}t$-диаграмма части канала, прилегающей к торцевой стенке, *1–4* на оси x — сечения ударной трубы, в которых расположены датчики давления. Датчики *1–3* размещались на расстояниях от торца канала 0.373, 0.258 и 0.143 m, соответственно.

Видно, что контактная поверхность c, фронт первичной падающей волны i, фронт первичной отраженной волны r, фронт волны проходящей в пену t, граница пены f, фронт вторичной отраженной волны R, фронт вторичной отраженной волны R_e, прошедшей границу пена–воздух, и другие поверхности разрыва лучше локализованы при использовании модифицированной схемы.

Отметим, что во всех областях течения поток неоднороден из-за неоднородности начальной плотности пены. При увеличении времени задержки от момента наполнения пеной ударной трубы до воздействия на пену ударной волны вследствие синерезиса происходит изменение плотности пены по оси канала. В верхней части столба пена становится суше, в нижней концентрация конденсированной фазы возрастает. Видно, что в более влажной пене (рис. 1, *c*) скорости движения проходящей волны, поверхности пены, волн, отраженных от торца и прошедших через границу пены, меньше. С увеличением времени задержки эти параметры возрастают (рис. 1, *d*). Что касается скорости первичной отраженной волны (r), то здесь имеет место обратная зависимость, т. е. для влажной пены скорость первичной отраженной волны выше.

Эпюры давлений, построенные на основе расчетных $x{-}t$-диаграмм для датчиков, расположенных вне пены и в пене, представлены на рис. 2. Рис. 2, *a* соответствует условиям расчета рис. 1, *a–c*. Длительность фронта первичной отраженной волны сокращается (рис. 2, *a*) по мере удаления от границы раздела воздух–пена вверх по потоку.

Как за фронтом проходящей волны (t_t), так и за первичной отраженной волной (t_r) давление непрерывно нарастает. Это обусловлено наличием семейства волн сжатия, которые возникают при распространении проходящей волны в направлении увеличения плотности пены. Волны сжатия распространяются вверх по потоку и проходят через границу пена–воздух. При этом со временем рост давления замедляется, так как в средней части столба плотность меняется слабо. Отразившись от торца в момент времени t_{R_4}, волна движется к границе раздела пена–воздух. Достигнув ее, отраженная волна сжатия проходит через границу, а в сторону торца распространяется волна разрежения. При этом граница пены смещается в направлении прошедшей через границу волны сжатия, т. е. происходит разжатие пенного столба. Основная масса волн разрежения генерируется в процессе движения отраженной волны по пене из-за сильного отрицательного градиента плотности. Вклад границы пены значительно меньше. Это приводит к тому, что давление на торце начинает падать гораздо раньше, чем отраженная волна достигнет границы пе-

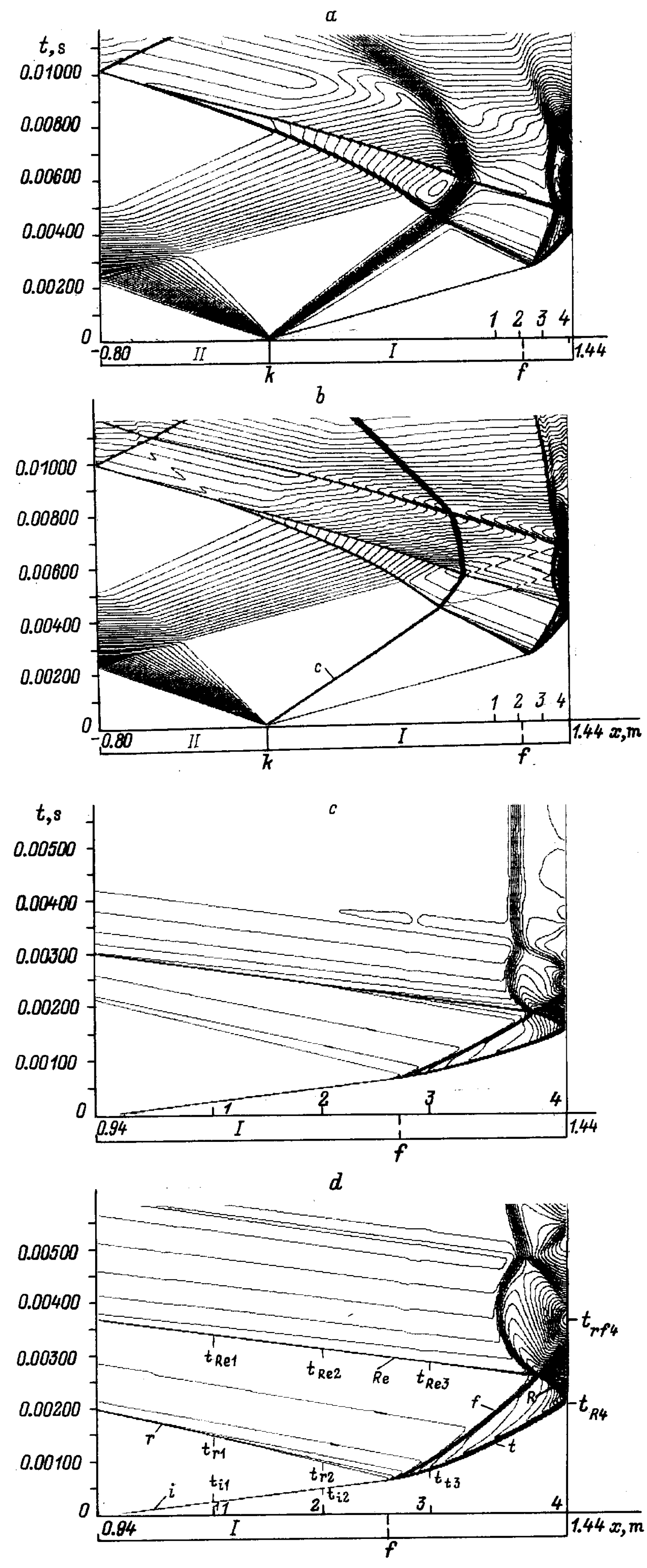

Рис. 1. *I* — KHD, *II* — KBD.

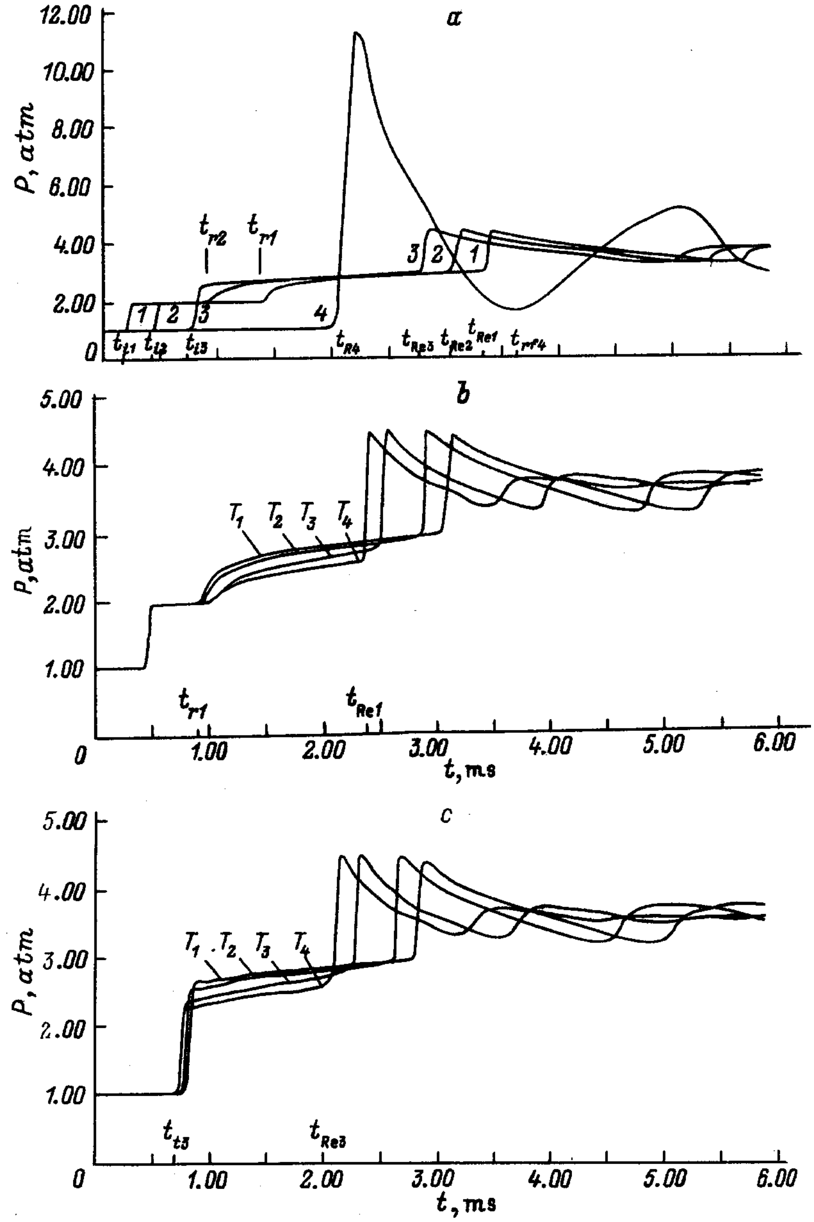

Рис. 2. Расчетные эпюры давлений. *a*: *1–4* — номера датчиков; t_i, t_r, t_t, t_R и t_{Re} — времена прихода падающей, первичной отраженной, проходящей в пену, вторичной отраженной и прошедшей границу пена–воздух вторичной отраженной волн соответственно; *b* — давление на датчике *1* (время выдержки пены $T_1 = 2\,\mathrm{min}$, $T_2 = 3\,\mathrm{min}$, $T_3 = 4.5\,\mathrm{min}$, $T_4 = 6\,\mathrm{min}$; *c* — давление на датчике *3*.

ны и тем более придет волна разрежения от границы. Рост давления $(t > t_{rf_4})$ обусловлен приходом волн сжатия, возникающих при движении волн разрежения по среде с отрицательным градиентом плотности после их отражения от торца, а также при взаимодействии этих волн разрежения с границей раздела пена–воздух. Градиент плотности в пене приводит к тому, что волны сжатия к торцу генерируются раньше достижения волной разрежения границы пены. В итоге из-за градиента волны разрежения и волны сжатия, идущие к торцу, возникают гораздо раньше, чем без градиента. Минимум давления (t_{rf_4}) соответствует моменту, когда влияние вторых становится больше влияния первых. На эпюрах давления датчиков *1–3* амплитуда давления за вторичной отраженной волной t_{Re} существенно ниже, чем на торце.

С увеличением времени выдержки пены происходит снижение средней плотности пены, и поэтому амплитуда скачка за первичной отраженной волной уменьшается. На рис. 2, *b* представлены эпюры давлений на первом датчике для времен выдержек пены T_1, T_2, T_3, T_4, равных 2, 3, 4, 5 и 6 min соответственно. В более сухой пене, так как заметное отражение происходит несколько глубже поверхности пены (рис. 1, *d*), рост давления происходит с запаздыванием, а вторичная отраженная волна приходит раньше из-за бóльшей скорости ее распространения. Аналогичное поведение давления имеет место и на датчике, расположенном в пене (рис. 2, *c*).

Результаты экспериментальных исследований

Исследования особенностей распространения ударных волн в вертикальном столбе пены проводились в ударной трубе диаметром 0.045 m [3]. Распределение плотности пены по высоте столба в зависимости от времени выдержки после наполнения определялось методом взвешивания с помощью вертикально установленных друг над другом кварцевых цилиндров. Плотность, измеренная в каждом цилиндре, приписывалась его половинной высоте. Полученные профили плотности по высоте h пены ($\bar{\rho}_p = 32\,\mathrm{kg/m^3}$, $H = 190\,\mathrm{mm}$) и использовавшиеся в расчетах (рис. 1, 2) представлены на рис. 3.

Процесс вытекания жидкости из пен обычно описывают в виде кривых вытекания, которые для изучаемых пен представлены на рис. 4: V_0 — объем жидкости, содержащийся в пене в момент наполнения; V_T — объем жидкости, вытекшей из пены к моменту T. Отметим, что действительно процесс синерезиса можно характеризовать четырьмя стадиями [4,17]: накопление, ускорение, вытекание и разрушение. Период накопления отличен от нуля и с ростом высоты пенного столба от 0.19 до 0.3 m практически не меняется, что означает, что в проведенных экспериментах высота пенного столба была больше критической [4]. В стадии ускорения ($T < 2\,\mathrm{min}$) процесс вытекания жидкости из пены идет с нарастающей скоростью. В течение периода вытекания ($2 < T < 3\,\mathrm{min}$) скорость остается почти постоянной. На следующем этапе (период разрушения, $T > 3\,\mathrm{min}$) происходит уменьшение скорости вытекания.

Результаты экспериментального исследования влияния изменения плотности вдоль направления распространения ударной волны и времени выдержки пены на поведение давления представлены на осциллограммах с датчиков давления *1–3* (рис. 5). На рис. 5, *a–c* приведены записи давлений для времен задержек выстрела (T) относительно момента наполнения трубы пеной 2, 3 и 6 min соответственно. Числа Маха падающей ударной волны в воздухе для описанных экспериментов равнялись 1.39, 1.33 и 1.34 соответственно. Согласно представлениям, развитым в [4,17], наиболее интенсивные процессы перераспределения жидкости в вертикальном столбе пены происходят до наступления периода разрушения пены ($T < 3\,\mathrm{min}$, рис. 4). Период разрушения характеризуется квазистатическим равновесием, динамика течения жидкости здесь определяется только процессом укрупнения пузырьков. На на взгляд, осциллограммы рис. 5 подтверждают положения [4,17]. Наиболее заметны различия в поведении давления для экспериментов с пенами, проведенными в различные периоды их существования: опыт на рис. 5, *a* соответствует окончанию периода ускорения и началу периода вытекания, а опыты рис. 5, *b, c* соответствуют периоду разрушения.

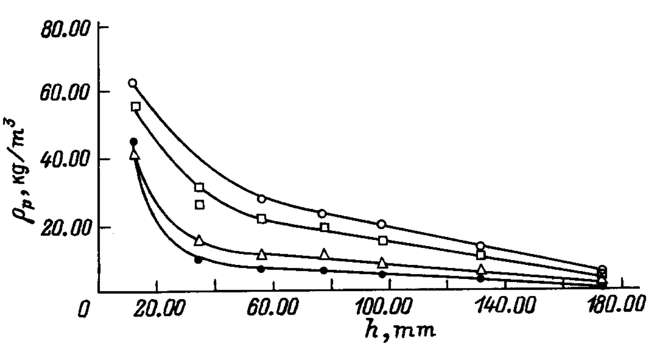

Рис. 3. Распределение плотности по высоте пенного столба в зависимости от времени выдержки пены. T, min: ○ — 2, □ — 3, △ — 4.5, ● — 6.

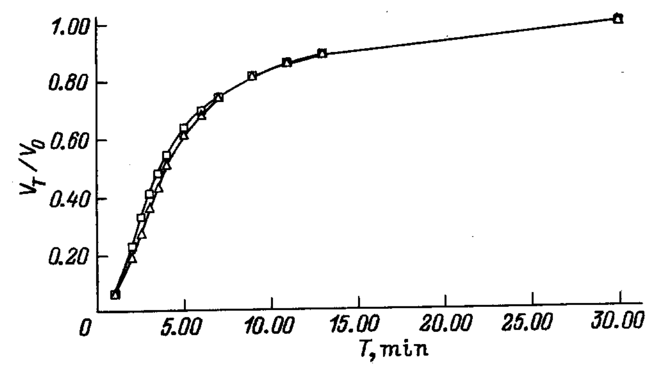

Рис. 4. Кривые вытекания жидкой фазы из пены. H, m: □ — 0.19, △ — 0.3.

При взаимодействии падающей ударной волны с границей раздела воздух–пена в первичной отраженной волне наблюдается хорошо выраженный скачок давления ΔP_r, амплитуда которого падала с 0.3 (рис. 5, *a*) до 0.1 atm (рис. 5, *c*) при увеличении времени выдержки пены. При времени выдержки 6 min (рис. 5, *c*) скачок давления мал, т. е. на границе раздела изменение акустического сопротивления незначительно. Если для датчика *3*, расположенного до выстрела в пене, в расчетных эпюрах мы имеем скачок давления (рис. 2, *c*), то в эксперименте сначала регистрируется предвестник-скачок давления ΔP_n, а за ним следует релаксационная зона, в которой давление нарастает до равновесного значения ΔP_p. С увеличением времени выдержки пены от 2 до 6 min концентрация жидкой фазы уменьшается и поэтому амплитуда предвестника возрастает с 0.1 до 0.3 atm, длительность релаксационной зоны сокращается с 0.3 до 0.05 ms. При этом в более сухой пене за релаксационной зоной (рис. 5, *c*) в равновесной области четко выражено наличие участка практически постоянного давления, что указывает на малое изменение плотности ниже границы воздух–пена. В более влажной пене (рис. 5, *a, b*) за релаксационной зоной продолжается плавный рост давления, как и в расчете (рис. 2, *c*), что обусловлено возникновением волн сжатия из-за возрастания плотности пены по мере движения волны. Аналогичное нарастание давления отмечают и датчики, установленные перед пеной.

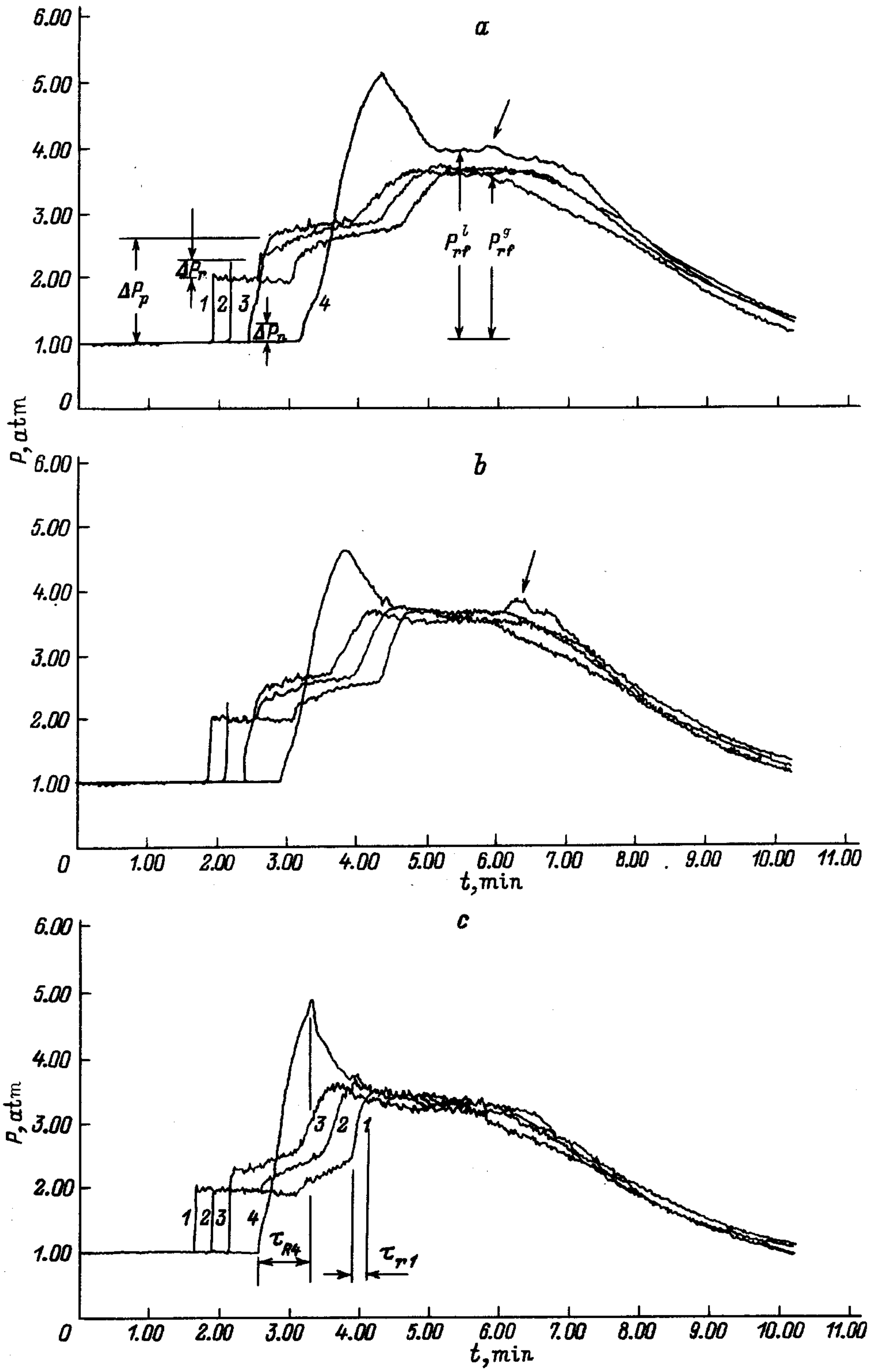

Рис. 5. Экспериментальные эпюры давлений при различных временах выдержки пены. *1–4* — номера датчиков; T, min: *a* — 2, *b* — 3, *c* — 6; M_i: *a* — 1.39, *b* — 1.33, *c* — 1.34.

Сопоставление экспериментов (рис. 5) и расчетных эпюр давления (рис. 2) показывает, что расчетная модель, основанная на представлении газожидкостной пены эффективным газом, описывает ряд закономерностей в поведении давления. Хорошо количественно описывается давление в проходящей в пену и первичной отраженной волнах, что согласуется с результатами исследований других авторов [18]. В отношении общей картины распространения возмущений имеет место качественное описание. В частности, проведенные расчеты подтверждают предположение работы [3] о том, что некоторое повышение давления в зоне отраженной волны (отмечено стрелкой на рис. $5, a, b$) связано с волнами сжатия, образующимися при прохождении отраженных от торца канала волн разрежения границы пена–воздух.

Показания торцевого датчика фиксируют более медленное нарастание давления, чем в расчетах, так как последние не учитывают, что отраженная волна движется по неравновесной газокапельной среде. Сокращение длительности участка нарастания давления (τ_{R_4}) в более сухих пенах связано с уменьшением затрат энергии на формирование и разгон газокапельной среды, сокращением времени установления равновесия. Как видно из рис. 5, во влажной пене ($T = 2\,\mathrm{min}$) $\tau_{R_4} = 1.2\,\mathrm{ms}$, в более сухой пене ($T = 6\,\mathrm{min}$) $\tau_{R_4} = 0.75\,\mathrm{ms}$. Амплитуда предвестника на торце меньше, чем амплитуда предвестника в пене из-за высокой плотности пены у торца. Сопоставление эксперимента с расчетом показывает, что расчетная амплитуда давления на торце превышает измеренную, что, по-видимому, обусловлено достаточно высокой концентрацией жидкой фазы у торца и некорректностью описания среды за отраженной волной моделью эффективного газа. При этом амплитуда практически не зависит от времени выдержки пены, так как плотность пены вблизи торца практически не меняется и соответствует минимальной кратности [4]. Последующий спад давления на торце связан с приходом волн разрежения, возникающих за фронтом отраженной ударной волны. В случае влажной пены (рис. $5, a$) давление на торце падает до значения P^l_{rf}, превышающего значение давления за отраженной волной в воздухе P^g_{rf}. В более сухой пене (рис. $5, b, c$) давление снижается до значения P^g_{rf}. Последующее слабое изменение давления (в сравнении с расчетом) вплоть до прихода головы волны разрежения из камеры высокого давления указывает, что для образовавшейся в этой области газокапельной среды модель эффективного газа неприменима. Фотографирование пены в этих условиях [19] показало, что пена действительно претерпевает разрушение непосредственно за предвестником ударной волны.

По мере удаления от торца амплитуда отраженной волны падает и после прохождения границы пена–воздух становится равной интенсивности, соответствующей отражению в газе. В случае более сухой пены (рис. $5, b, c$) длительность зоны нарастания давления короче и убывает в направлении распространения волны, скорость распространения волны возрастает. Так (рис. $5, c$), если на третьем датчике длительность фронта $\tau_r = 0.4\,\mathrm{ms}$, то на первом — $0.2\,\mathrm{ms}$.

Заключение

1. Предлагаемая монотонная модификация схемы Годунова второго порядка точности по пространству и времени в сравнении с исходной схемой Годунова обеспечивает лучшую пространственную локализацию разрывов течения в ударной трубе.

2. Расчетное моделирование распространения слабых ударных волн в газожидкостной пене с учетом синерезиса в рамках модели эффективного газа хорошо описывает поведение давления в проходящей и первичной отраженной ударных волнах.

3. Экспериментальные исследования показали, что синерезис существенно изменяет условия отражения как на границе пена–воздух, так и на торцевой стенке канала, влияет на поведение давления и скорость распространения возмущений.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

Авторы признательны В.А. Левину за интерес и поддержку исследований.

Список литературы

[1] *Weaver P.M., Pratt N.H.* // Proc. 16th Intern. Symp. on Shock Tubes and Waves. Aahen., 1987. P. 363–369.
[2] *Британ А.Б., Зиновик И.Н., Левин В.А.* // ПМТФ. 1992. № 2. С. 27–32.
[3] *Британ А.Б., Зиновик И.Н., Левин В.А.* и др. // ЖТФ. 1995. Т. 65. Вып. 7. С. 19–28.
[4] *Канн К.Б.* Капиллярная гидродинамика пен. Новосибирск: Наука, 1989. 167 с.
[5] *Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я.* и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
[6] *Колган В.П.* // Ученые записки ЦАГИ. 1972. Т. 3. № 6. С. 68–72.
[7] *Колган В.П.* // Ученые записки ЦАГИ. 1975. Т. 6. № 1. С. 9–14.
[8] *Копченов В.И., Крайко А.Н.* // ЖВМиМФ. 1983. Т. 23. № 4. С. 848-859.
[9] *Васильев Е.И.* // Матем. моделирование в задачах механики и управления. Волгоград: ВолГУ, 1990. С. 84–95.
[10] *Boris J.P., Book D.L.* // J. Comput. Phys. 1973. Vol. 11. P. 38–69.
[11] *Van Leer B.* J. Comput. Phys. 1974. Vol. 14. P. 361–370.
[12] *Zalesak S.T.* // J. Comput. Phys. 1979. Vol. 31. P. 335–362.
[13] *Harten A.* // J. Comput. Phys. 1983. Vol. 49. P. 357-393.
[14] *Yang J.Y., Lombard C.K.* // AIAA 8th Comput. Fluid. Dyn. Conf. Honolulu, 1987. AIAA 87-1166. P. 696–704.
[15] *Сидоркина С.И.* // ДАН СССР. 1957. Т. 112. № 3. С. 398–399.
[16] *Rudinger G.* // AIAA J. 1965. Vol. 3. N 7. P. 1217–1222.
[17] *Канн К.Б.* // Коллоид. журн. 1978. Т. XL. № 5. С. 858–864.
[18] *Кудинов В.М., Паламарчук Б.И., Гельфанд Б.Е., Губин С.А.* // Прикладная механика. 1977. Т. XXX. № 3. С. 92–97.
[19] *Британ А.Б., Зиновик И.Н., Митичкин С.Ю., Тестов В.Г.* // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 2. С. 1–11.