

01;05;09

Сверхпроводниковый резонатор в сильных СВЧ полях: тепловой домен, нелинейные тепловые эффекты

© А.А. Жаров, И.М. Нефедов, А.Н. Резник

Институт физики микроструктур РАН,
603600 Нижний Новгород, Россия

(Поступило в Редакцию 30 апреля 1996 г.)

Теоретически исследована тепловая нелинейность сверхпроводниковых пленок в электромагнитном поле. Показано, что переход сверхпроводника из сверхпроводящего в нормальное состояние из-за джоулевого разогрева имеет гистерезисный характер, отвечающий возникновению в пленке бистабильного состояния. Установлено, что неоднородность амплитуды электромагнитного поля вдоль поверхности сверхпроводниковой пленки приводит при превышении некоторого порога к формированию в сверхпроводнике домена нормальной фазы. Выяснено, что временная эволюция доменных стенок имеет характер тепловых автоволн нагрева или охлаждения. Рассчитаны нелинейные радиохарактеристики (коэффициенты отражения, пропускания, частотные отклики) полоскового резонатора в условиях действия тепловой нелинейности.

Введение

В настоящее время высокотемпературные сверхпроводниковые (ВТСП) материалы¹ являются перспективными с точки зрения их применения в СВЧ электронике, что связано, в частности, со значительно более низкими потерями энергии в этих материалах по сравнению с нормальными металлами при температуре жидкого азота. Устройствами, где указанное преимущество сверхпроводников выглядит наиболее отчетливо, являются разного рода резонаторы, служащие ключевыми элементами многих СВЧ систем: узкополосных фильтров, стабилизаторов частоты, цепей согласования и т.д. [1,2]. Уже первые эксперименты по исследованию взаимодействия электромагнитного СВЧ излучения с ВТСП пленками показали, что высокотемпературные сверхпроводники обладают сильными нелинейными свойствами [3–5]. Достигающиеся высокие значения добротности сверхпроводниковых резонаторов обеспечивают возбуждение в них полей больших амплитуд, что способствует проявлению нелинейных эффектов уже при сравнительно невысоких уровнях подводимой мощности. Нелинейность резонаторов проявляется в падении добротности, сдвиге резонансной частоты, искажении формы частотной характеристики.

Существует довольно большое число физических механизмов, вызывающих нелинейность ВТСП материалов в СВЧ полях: слабые джозефсоновские связи между гранулами поликристаллических сверхпроводниковых структур, проникновение абрикосовских вихрей в толщу сверхпроводника, вязкое движение вихрей в областях слабых связей, джоулев разогрев и др. [6–11]. По всей видимости, их парциальный вклад в общую нелинейность материала далеко не равнозначен и существенно

зависит от структуры и качества образца. В работах по моделированию СВЧ свойств ВТСП резонаторов [3,12] не конкретизировался тип нелинейности, а результаты сводились к подбору эмпирических зависимостей поверхностного импеданса ВТСП пленок от амплитуды СВЧ тока, дающих наилучшее согласие с экспериментом, и проводились качественные соображения, свидетельствующие в пользу того или иного механизма нелинейности. Такой подход приемлем для сравнительно слабых полей накачки, когда относительная нелинейная поправка к поверхностному импедансу мала и реально трудно четко указать физический механизм изменения поверхностного импеданса под действием СВЧ излучения. Иная ситуация складывается в случае полей большой интенсивности, настолько, что становится возможным переход сверхпроводника из сверхпроводящего в нормальное состояние ($S-N$ -переход) и оказывается важным знание конкретной причины, приводящей к разрушению сверхпроводимости, поскольку все перечисленные выше физические механизмы нелинейности характеризуются различными порогами, инерционностями, масштабами нелокальности и пр. В то же самое время именно это, последнее обстоятельство дает возможность в ряде случаев рассматривать процессы $S-N$ -перехода, обусловленные только одним каким-либо фактором.

Ниже мы ограничимся рассмотрением теплового механизма $S-N$ -перехода ВТСП пленок (как обладающего минимальным, по оценкам [11], порогом для "совершенных" образцов) и его влиянием на работу полоскового резонатора. Этот механизм анализировался в [13,14] применительно к одиночной пленке и резонатору типа Фабри–Перо в условиях воздействия на сверхпроводник СВЧ поля с однородным распределением амплитуды по поверхности пленки. Вместе с тем во многих системах (например, полосковых резонаторах) ВТСП пленки находятся в неоднородном поле. Как было установлено в нашей предварительной работе [15], нарушение сверхпроводимости в такой системе происходит в фор-

¹ Результаты, полученные в данной работе, могут, разумеется, быть перенесены и на низкотемпературные сверхпроводники с соответствующими перенормировками. Однако для определенности уточним, что речь далее будет идти исключительно о ВТСП материалах.

ме теплового домена, занимающего конечную, вполне определенную, зависящую от структуры поля область внутри резонатора с резкими (в масштабе длины волны излучения) перепадами температуры со значений $T > T_C$ до значений $T < T_C$ (T_C — критическая температура сверхпроводящего перехода) на его краях. Было показано также, что появление соответствующего домена нормальной фазы связано с явлением тепловой бистабильности ВТСП пленок в поле высокочастотной волны (см. также [11]), возникающей из-за резкой зависимости коэффициента поглощения пленок от температуры при температуре, близкой к T_C . Настоящая работа представляет собой развитие начатых в [15] теоретических исследований и направлена как на изучение особенностей разогрева ВТСП пленок СВЧ излучением и динамики установления теплового домена в резонаторе, так и на выяснение его влияния на радиохарактеристики полоскового резонатора.

Постановка задачи. Исходные уравнения

Как и в предыдущей нашей работе [15], в качестве резонатора мы будем рассматривать четвертьволновый отрезок полосковой линии, подключенный к линии передачи и нагрузке. Схематически он показан на рис. 1. Распространение электромагнитных волн в плоскопараллельных полосковых линиях с расстоянием между полосками d , значительно меньшим, чем их ширина W ($d \ll W$), может быть описано с помощью комплексного волнового импеданса Z_W и волнового числа k , связанных с параметрами полосковой линии следующим образом:

$$Z_W = Z_W^{(0)} \sqrt{1 - 2i(Z_s/R_0 k_0 d)}, \quad (1a)$$

$$k = k_0 \sqrt{\varepsilon \{1 - 2i(Z_s/R_0 k_0 d)\}}, \quad (1б)$$

где $Z_W^{(0)}$ — действительный характеристический импеданс полосковой линии, определяемый ее геометрией; $\varepsilon = \varepsilon_0(1 - i g \delta)$ — диэлектрическая проницаемость среды между полосками; Z_s — поверхностный импеданс полосков; R_0, k_0 — импеданс и волновое число свободного пространства.

Будем предполагать, что полоски, образующие резонатор, представляют собой пленку высокотемпературного сверхпроводника, расположенную на диэлектрической подложке. Зависимость поверхностного импеданса от температуры T может быть описана с помощью модифицированной двухжидкостной модели [16]²

$$Z_s(T) = \begin{cases} iR_n / \left(i + \xi \left(1 - \frac{T^\alpha}{T_C^\alpha} \right) \right), & T < T_C, \\ Z_s(T_C), & T \geq T_C, \end{cases} \quad (2)$$

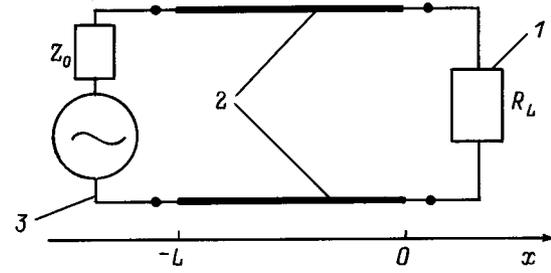


Рис. 1. Эквивалентная схема резонатора. 1 — импеданс нагрузки, 2 — $\lambda/4$ отрезок полосковой ВТСП линии, 3 — линия передачи.

где параметры R_n и ξ выбираются таким образом, чтобы обеспечить наилучшее согласие (2) с экспериментальными данными, и зависят от частоты электромагнитного поля и качества ВТСП пленки.

Примеры зависимостей $\text{Re } Z_s(T)$ и $\text{Im } Z_s(T)$ для $\xi = 12$, $\alpha = 1.5$, $R_n = 0.85$ приведены на рис. 2.

Электромагнитное поле в резонаторе мы будем описывать с помощью "телеграфных" уравнений для тока и напряжения в полоске, которые в стационарном ($e^{-i\omega t}$) случае имеют следующую форму:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + k^2 I &= 0, \\ U &= -\frac{Z_s}{ik_0 \sqrt{\varepsilon}} \frac{\partial I}{\partial x}, \end{aligned} \quad (3)$$

где I — ток, текущий по сверхпроводнику; U — напряжение между полосками резонатора; x — координата вдоль оси резонатора (рис. 1).

Решение уравнений (3) должно удовлетворять граничным условиям непрерывности тока и напряжения на концах резонатора при $x = 0, -L$ или соответствующим им импедансным граничным условиям

$$\frac{U(0)}{I(0)} = R_L, \quad (4a)$$

где R_L — импеданс нагрузки, который в дальнейшем мы будем полагать действительным.

Отношение

$$\frac{U(-L)}{I(-L)} = Z_{in} \quad (4б)$$

дает входной импеданс резонатора, определяющий коэффициент отражения подводимого излучения.

Уравнения (3) не являются замкнутой системой, поскольку параметры k и Z_W зависят от температуры пленки из-за зависимости $Z_s(T)$. Температура же в свою очередь зависит от мощности джоулевых потерь в ВТСП пленке, которая определяется амплитудой СВЧ тока I , протекающего по сверхпроводнику. Таким образом, уравнения (3) должны быть дополнены уравнением теплового баланса

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - G(T - T_0) + \frac{1}{2W^2} \text{Re } Z_s(T) \cdot |I|^2, \quad (5)$$

² Рассматриваются пленки с толщиной, превышающей глубину проникновения электромагнитного поля в сверхпроводник.

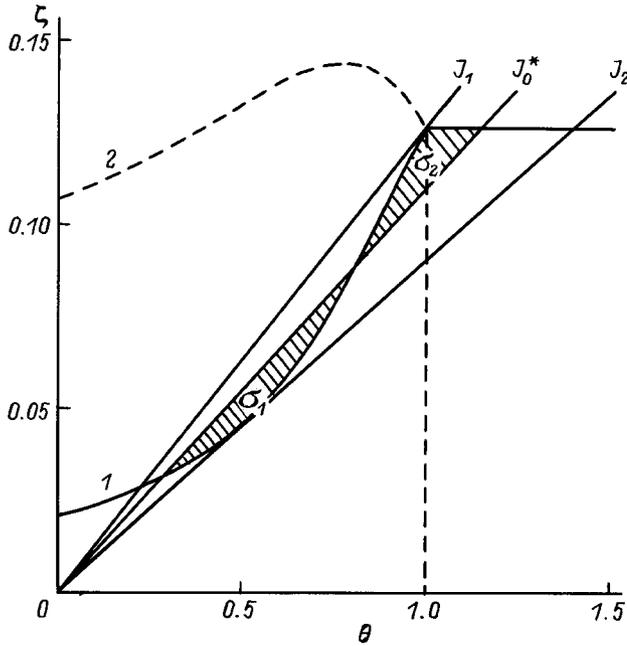


Рис. 2. Зависимость реальной (1) и мнимой (2) частей нормированного поверхностного импеданса $\zeta_s = 2Z_s/R_0k_0d$ от нормированной температуры $\Theta = (T - T_0)/(T_C - T_0)$. Пересечение прямых линий с кривой $\text{Re } \zeta_s(\Theta)$ — графическое решение уравнения (12), заштрихованные площадки σ_1 и σ_2 — ”правило площадей”, сформулированное с помощью уравнения (16).

где C, G — соответственно теплоемкость и теплопроводность системы пленка–подложка, зависящие от тепловых характеристик и характера теплоотвода; D — коэффициент продольной теплопроводности; T_0 — фиксированная температура обратной стороны подложки.

Уравнение (5) моделирует перенос тепла в системе, включающей тонкую ВТСП пленку на стабилизированной по температуре T_0 диэлектрической подложке, с источником нагрева, обусловленным джоулевыми потерями. Это уравнение несколько отличается от точного двумерного диффузионного уравнения. Обоснование возможности его использования содержится в [17]. Член $\sim G(T - T_0)$ в (5) описывает поток тепла в подложку по нормали к пленке. Как показано в [11], уравнение (5) адекватно описывает тепловую систему, если мы выберем $C = 0.5c_sH, G = k_s/H, D = k_sH$ при условии квазиодномерного теплоотвода ($H \ll W, L$) где c_s, k_s — удельные теплоемкость и теплопроводность подложки, H — толщина подложки. Соответствующий масштаб продольной термодиффузии при этом оказывается равным толщине подложки.

В итоге имеем полную систему уравнений, описывающую самосогласованную динамику полоскового ВТСП резонатора с тепловой нелинейностью, которая в безразмерных переменных приобретает следующий вид:

$$\frac{\partial^2 J}{\partial x^2} + (1 - i\zeta_s(\Theta))J = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \Lambda \frac{2\partial^2 \Theta}{\partial x^2} - \Theta + \text{Re } \zeta_s(\Theta) \cdot |J|^2, \quad (7)$$

где $\tau = t/t_T, t_T = C/G, \bar{x} = k_0\sqrt{\epsilon}x$ (черточка над новой переменной убрана), $\Theta = (T - T_0)/(T_C - T_0), \zeta_s = 2Z_s/R_0k_0d, J = I/I_T, I_T = 4W^2G(T_C - T_0)/R_0k_0d, \Lambda = k_0H\sqrt{\epsilon} = 2\pi H/\lambda, \lambda$ — длина волны в резонаторе.

Уравнение для высокочастотного тока в резонаторе (6) мы сохранили в стационарной форме, поскольку характерные времена электромагнитных процессов, как правило, значительно меньше времени тепловой релаксации t_T (особые случаи будут специально оговорены ниже). Таким образом, уравнения (6), (7) описывают безынерционные электромагнитные процессы, при которых разного рода эффекты перераспределения излучения и преобразования частоты несут незначительный вклад. Заметим также, что характерный масштаб неоднородности электромагнитного поля в резонаторе (λ) значительно превышает характерный масштаб теплопроводности H ($\lambda \ll 1$). Перенормированный поверхностный импеданс ζ_s , входящий в уравнения (6), (7), будем считать малым в сравнении с единицей $|\zeta_s| \ll 1$ во всем диапазоне изменений температуры Θ , что реально выполняется, если частота излучения $f < 100$ GHz, а толщина полосковой линии $d > 10^{-2}$ см. Для полоскового ВТСП резонатора (рис. 1) входной импеданс в линейном режиме ($\zeta_s = \text{const}$) можно найти, используя формулу пересчета импедансов

$$Z_{\text{in}}(-L) = Z_W \frac{-iR_L + Z_W \text{tg } kL}{-iZ_W + R_L \text{tg } kL}. \quad (8)$$

При подключении к резонатору линии передачи с действительным волновым (характеристическим) импедансом Z_0 коэффициент отражения излучения (по мощности) определяется следующим образом:

$$\Gamma = \left| \frac{Z_{\text{in}}(-L) - Z_0}{Z_{\text{in}}(-L) + Z_0} \right|^2. \quad (9)$$

В дальнейшем мы будем считать, что частота подводимого излучения близка к резонансной частоте ω_0 (отвечающей, для действительного импеданса нагрузки R_L , четверть волновому резонансу $L \sim \lambda/4$), причем для точного резонанса выполнены условия согласования

$$\Gamma = 0; \quad (\text{Re } Z_{\text{in}} = Z_0, \quad \text{Im } Z_{\text{in}} = 0), \quad (10)$$

которые в приближении $|\zeta_s| \ll 1$ можно записать в явном виде

$$Z_W^0 \approx \sqrt{Z_0 R_L}, \quad L \approx \pi/2k_0d. \quad (11)$$

Второе соотношение в (11) дает приближенное значение ω_0 , точное положение которой зависит от величины ζ_s .

Целью дальнейшего исследования является изучение температурных распределений вдоль полосков в резонаторе в зависимости от подводимой к резонатору мощности, динамики их установления, а также влияния возникающих самосогласованных неоднородностей поверхностного импеданса на коэффициенты отражения и пропускания резонатора.

Особенности нагрева ВТСП пленок электромагнитным полем

В этом разделе мы рассмотрим некоторые важные свойства решений уравнения теплового баланса (7). Вначале исследуем ситуацию, когда поле накачки задано и не зависит от координаты $x - |J|^2 \equiv |J_0|^2 = \text{const}$.

а) Тепловая бистабильность ВТСП пленок. Рассмотрим однородные, не зависящие от x стационарные распределения температуры. Уравнение (7) в этом случае сводится к алгебраическому

$$\frac{\partial}{\partial \tau}, \frac{\partial}{\partial x} = 0,$$

дающему локальную связь температуры и амплитуды высокочастотного тока

$$\text{Re } \zeta_s(\Theta) = \frac{\Theta}{|J_0|^2}. \quad (12)$$

Из-за существенно немонотонного характера функции $\text{Re } \zeta_s(\Theta)$ (рис. 2) в области сверхпроводящего перехода ($\Theta \sim 1$) зависимость $\Theta(|J_0|^2)$, полученная из решения уравнения (12), становится в некоторой области значений амплитуды тока $J_1 < |J_0| < J_2$ трехзначной. Этот факт иллюстрируется графическим решением уравнения (12), представленным на рис. 2, на котором показаны по отдельности его правая и левая части как функции Θ . Точки пересечения этих функций дают искомые решения уравнения теплового баланса (12). Область значений амплитуд тока, соответствующих неоднозначному решению уравнения (12), отмечена на рис. 2 сплошными линиями. Итак, в указанной области значений амплитуд тока возможны три различных состояния пленки (сверхпроводящее, резистивное и нормальное), отличающиеся температурой, для одной и той же амплитуды волны накачки: $\Theta_{\min} < 1$, $\Theta_{\text{med}} \sim 1$, $\Theta_{\max} > 1$. Нетрудно убедиться, что два состояния — сверхпроводящее (Θ_{\min}) и нормальное (Θ_{\max}) устойчивы, а резистивное (Θ_{med}) неустойчиво. Таким образом, имеет место тепловая бистабильность пленки, которая физически объясняется тем, что из-за существенной разницы в коэффициентах поглощения пленки в сверхпроводящем и нормальном состояниях одна и та же интенсивность излучения может поддерживать различные температуры пленки. В приближении локальной связи температуры пленки с амплитудой тока решение уравнения (12) может быть обеспечено не только $\Theta = \text{const}$, но и произвольной разрывной функцией $\Theta(x)$ со скачками температуры между Θ_{\min} и Θ_{\max} . Очевидно, что в областях скачков температуры уравнение (12) становится неприменимым, поскольку становятся существенными тепловые потоки вдоль пленки и необходимо пользоваться исходным уравнением (7). Рассмотрим задачу о структуре пространственного перехода температуры между устойчивыми состояниями тепловой системы Θ_{\min} и Θ_{\max} (доменной стенки).

б) Тепловые автоволны. Будем искать решение уравнения (7) в виде стационарной волны. Переходя к движущейся переменной $\eta = x - v\tau$, где v — скорость волны, из (7) имеем

$$\Lambda^2 \frac{d^2 \Theta}{d\eta^2} + v \frac{d\Theta}{d\eta} - \Theta + |J_0|^2 \text{Re } \zeta_s(\Theta) = 0. \quad (13)$$

Уравнение (13) аналогично одномерному уравнению движения эквивалентной частицы с координатой Θ массы Λ^2 в вязкой среде с коэффициентом трения v в потенциале

$$\Phi(\Theta) = -\frac{\Theta^2}{2} + |J_0|^2 \int_0^\Theta \text{Re } \zeta_s(\Theta) d\Theta. \quad (14)$$

Характерный вид потенциала (14) представлен на рис. 3, где величина Δ обозначает разницу между значениями потенциала в экстремумах (максимумах), а критический ток J_0^* будет определен ниже. Экстремумы потенциала $\Phi(\Theta)$ соответствуют равновесным (однородным) состояниям системы, определяемым уравнением (12). Решению в форме доменной стенки (которое, как можно убедиться, также является устойчивым) отвечает движение эквивалентной частицы, начинающееся на одном максимуме Φ и заканчивающееся в другом (на фазовой плоскости уравнения (13) такому движению отвечает сепаратриса, идущая из одной седловой точки в другую). Таким образом, в этом случае перепад потенциала Δ

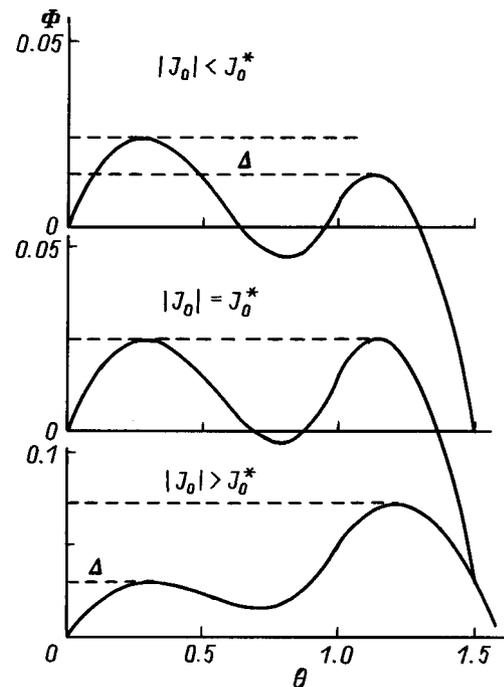


Рис. 3. Форма потенциала (14) для разных амплитуд высокочастотного тока J_0 в области бистабильности $J_1 < |J_0| < J_2$.

(рис. 3) должен быть равен работе силы "трения"

$$-v \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{d\Theta}{d\eta} \right)^2 d\eta = \Delta = \frac{1}{2} (\Theta_{\max}^2 - \Theta_{\min}^2) - |J_0|^2 \int_{\Theta_{\min}}^{\Theta_{\max}} \operatorname{Re} \zeta_s(\Theta) d\Theta. \quad (15)$$

Уравнение (15) дает связь между амплитудой ВЧ тока и скоростью движения перепада температуры. При нашем выборе системы координат $v < 0$ отвечает волне нагрева пленки, а $v > 0$ — волне охлаждения. Получить эту связь в явном виде, не прибегая к решению уравнения (13), не представляется возможным. Однако из уравнения (15) немедленно следует условие, определяющее амплитуду тока $|J_0^*|^2$, для которой доменная стенка является неподвижной

$$\frac{1}{2} (\Theta_{\max}^2 - \Theta_{\min}^2) = |J_0^*|^2 \int_{\Theta_{\min}}^{\Theta_{\max}} \operatorname{Re} \zeta_s(\Theta) d\Theta \quad (16)$$

(напомним, что Θ_{\max} , Θ_{\min} также зависят от $|J_0^*|^2$).

Решение уравнения (16) относительно $|J_0^*|^2$ допускает простую геометрическую интерпретацию (рис. 2). Заштрихованные области на рис. 2, обозначенные как σ_1 и σ_2 , равны при $|J_0|^2 = |J_0^*|^2$. Следовательно, соотношение (16) может рассматриваться как своеобразное "правило площадей" для отыскания $|J_0^*|^2$. Одновременно из (15) и (16) следует (с учетом того, что интеграл в левой части (15) является существенно положительной величиной), что при $|J_0|^2 > |J_0^*|^2$ имеют место тепловые волны нагрева, а в противоположном случае $|J_0|^2 < |J_0^*|^2$ — волны охлаждения (разумеется, речь идет о значениях амплитуды поля накачки из областей бистабильности (рис. 2)).

Для получения конкретных соотношений между $|J_0|^2$ и v и отыскания структуры тепловой автоволны необходимо сделать упрощения в исходном уравнении (13). Одним из таких упрощений является аппроксимация зависимости $\operatorname{Re} \zeta_s(\Theta)$ кусочно-постоянной функцией

$$\operatorname{Re} \zeta_s(\Theta) = \begin{cases} q_s, & \Theta < 1, \\ q_n, & \Theta > 1, \end{cases} \quad (17)$$

где $q_{s,n}$ не зависят от Θ .

Несмотря на некоторые отличия (17) от (2) при $\Theta < 1$, это выражение правильно отражает все качественные особенности реальной зависимости $\operatorname{Re} \zeta_s(\Theta)$ в области сверхпроводящего перехода. Подставляя (17) в уравнение (13), приходим к двум линейным уравнениям, описывающим $\Theta(\eta)$ при $\Theta < 1$ и при $\Theta > 1$ по отдельности,

$$\Lambda^2 \frac{d^2\Theta}{d\eta^2} + v \frac{d\Theta}{d\eta} - \Theta + q_s |J_0|^2 = 0, \quad \Theta < 1,$$

$$\Lambda^2 \frac{d^2\Theta}{d\eta^2} + v \frac{d\Theta}{d\eta} - \Theta + q_n |J_0|^2 = 0, \quad \Theta > 1. \quad (18)$$

Будем искать решение уравнений (18) в виде перепада (кинка). Совместим для определенности точку $\eta = 0$ со значением температуры $\Theta = 1$. В этой точке должно выполняться условие непрерывности $[d\Theta/d\eta]_{\eta=0} = 0$ (здесь квадратные скобки означают скачок соответствующей величины). Выпишем искомое решение уравнений (18)

$$\eta < 0, \quad \Theta < 1,$$

$$\Theta = (1 - \Theta_{\min}) \exp(p_1 \eta) + \Theta_{\min}, \quad (19)$$

$$\eta > 0, \quad \Theta > 1,$$

$$\Theta = (1 - \Theta_{\max}) \exp(p_2 \eta) + \Theta_{\max}, \quad (20)$$

где $\Theta_{\min} = q_s |J_0|^2 < 1$, $\Theta_{\max} = q_n |J_0|^2 > 1$, $p_1 = (1/2\Lambda^2)(-v + \sqrt{v^2 + 4\Lambda^2}) > 0$, $p_2 = (1/2\Lambda^2) \times (-v - \sqrt{v^2 + 4\Lambda^2}) < 0$.

Кроме того, условие непрерывности теплового потока (т. е. $d\Theta/d\eta$) при $\eta = 0$ дает нам явную связь v с $|J_0|^2$

$$p_1(1 - \Theta_{\min}) = p_2(1 - \Theta_{\max}). \quad (21)$$

Разрешая уравнение (21) относительно v , имеем

$$v = \frac{\Lambda \{2 - |J_0|^2(q_n + q_s)\}}{\sqrt{q_n q_s \left(\frac{1}{q_s} - |J_0|^2 \right) \left(|J_0|^2 - \frac{1}{q_n} \right)}}. \quad (22)$$

Как и следовало ожидать, решение в виде тепловой автоволны существует только в области тепловой бистабильности при $J_1^2 = 1/q_n < |J_0|^2 < 1/q_s = J_2^2$, на границах которой $v \rightarrow \infty$. Статическое решение (с $v = 0$) реализуется при $|J_0|^2 = J^{*2} = 2/(q_n + q_s)$, что также легко получить для выбранной аппроксимации зависимости $\operatorname{Re} \zeta_s(\Theta)$ непосредственно из сформулированного выше "правила площадей". Перепад температуры на доменной стенке $\Delta\Theta = \Theta_{\max} - \Theta_{\min}$ линейно возрастает с $|J_0|^2$ от минимального значения при $|J_0|^2 = J_1^2$, равного $\Delta\Theta_{\min} = 1 - (q_s/q_n)$, до $\Delta\Theta_{\max} = (q_n/q_s) - 1$ при $|J_0|^2 = J_2^2$.

Таким образом, помимо однородного нагрева сверхпроводниковых пленок электромагнитным полем постоянной амплитуды, соответствующей бистабильному состоянию системы, возможен неоднородный нагрев в форме движущейся доменной стенки.³ Конкретный характер реализующегося решения зависит в этом случае от начального распределения температуры вдоль поверхности. Как будет показано ниже, несколько иная ситуация имеет место в неоднородном поле. Типичным примером электродинамической системы с неоднородным распределением амплитуды ВЧ тока вдоль сверхпроводниковых пленок является полосковый резонатор, который и взят в качестве базового объекта для изучения тепловой нелинейности сверхпроводниковых электродинамических систем.

³ Отметим, что подобные решения получены для сверхпроводниковых проволок при их нагреве постоянным током [18].

Тепловой домен в полосковом ВТСП резонаторе

Вопрос о динамике нарушенной сверхпроводимости может быть исследован с помощью системы уравнений (6), (7), для чего необходимо получить самосогласованное решение для температуры и тока. Однако при условии $|\zeta_s(\Theta)| \ll 1$ структура поля в резонаторе слабо зависит от распределения температуры вдоль поверхности сверхпроводника и качественные особенности процесса возникновения области нарушенной сверхпроводимости можно проследить, считая амплитуду тока $|J|^2$ в правой части уравнения (7) заданной функцией координаты x . Именно неоднородность электромагнитного поля вдоль полоска в резонаторе принципиально отличает эту задачу от рассмотренной выше с $|J|^2 = \text{const}$. Неоднородность электромагнитного поля в резонаторе приводит к пространственной локализации области тепловой бистабильности, положение которой зависит как от распределения амплитуды тока вдоль полоска, так и от его максимальной величины $|J_{\text{max}}|^2$. Если максимальная амплитуда поля в резонаторе превышает критическое значение J_2 , то в полоске возникает область нарушенной сверхпроводимости (тепловой домен). Учитывая результаты вышеприведенного рассмотрения для $|J| = \text{const}$, следует ожидать, что в неоднородном поле граница домена движется к своему стационарному положению (с координатой $x = x_d$, где $|J(x_d)| = J^*$, $v(J^*) = 0$) со скоростью v , определяемой значением J в данной точке x . Координата x_d (и соответствующее ей значение J^*) может быть найдена с помощью "правила площадей" (16) (как уже отмечалось выше, масштаб $S-N$ -перехода Λ значительно меньше масштаба неоднородности поля Λ). В результате при $x < x_d$ сверхпроводник находится в сверхпроводящем (S) состоянии, а при $x > x_d$ — в нормальном (N). Обратим внимание на очевидную несимметрию процессов возникновения и исчезновения теплового домена при нарастании и уменьшении напряженности электромагнитного поля соответственно. При возрастании поля домен возникает только при условии $J_{\text{max}} > J_2$. В условиях уменьшения J домен исчезает при более низком уровне поля накачки — когда $J_{\text{max}} < J_1 < J_2$. Приведенное качественное рассмотрение тепловых процессов в резонаторе не учитывает того факта, что зависимость $J(x)$ в процессе движения доменной стенки отслеживает распределение Θ в каждый момент времени. Полное самосогласованное решение задачи может быть получено только на основе численного интегрирования системы уравнений (6), (7).

Задачу о динамике тепловых процессов в резонаторе будем решать в следующей постановке: для уравнения (7) ставится начальная задача — при $\tau = 0$ температура пленки $\Theta = 0$ (в задаче о нагреве сверхпроводника), либо при $\tau = 0$ — $\Theta > 1$ всюду в резонаторе (в задаче об охлаждении ВТСП пленки). В первом случае начальное распределение поля в резонаторе соответствует значению поверхностного импеданса $\zeta_s(0)$, во

втором — $\zeta_s(1)$. Уравнение теплового баланса кроме постановки начальных условия требует еще постановки граничных условий, определяющих тепловые потоки вдоль координаты x вне резонатора. Учитывая, что тепловые свойства рассматриваемой системы определяются фактически только подложкой, будем считать, что тепловой баланс всей системы в целом описывается одним и тем же уравнением (7) с $|J|^2 = 0$ вне резонатора (поскольку джоулев нагрев подложки в этих областях несуществен). Таким образом, в численной схеме решения уравнения (7) необходимо поставить граничные условия "свободной диффузии" при $x = -L, 0$. Однако такие условия имеют интегральную форму и приводят к существенному усложнению алгоритма расчета. Поэтому вместо указанных граничных условий мы поставим условия $\Theta = 0$ в фиксированных точках вне области резонатора на расстоянии от его границ, значительно превышающем диффузионный масштаб Λ . Эти условия отражают асимптотику решения $\Theta \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \pm\infty$ с характерным масштабом спада $\sim \Lambda$ вне области источника $-L < x < 0$, совпадающей с резонатором.

Для численного решения уравнения (7) на каждом временном шаге применялся метод расщепления или метод операторной экспоненты [19], основанный на формуле Ли–Гроттера–Като для экспоненты от суммы двух некоммутирующих матриц [20]. Уравнение (6) при заданной на каждом временном шаге функции $\Theta(\tau, x)$ линейно и его решение находилось путем численного интегрирования, начиная с точки $x = 0$ до точки $x = -L$.

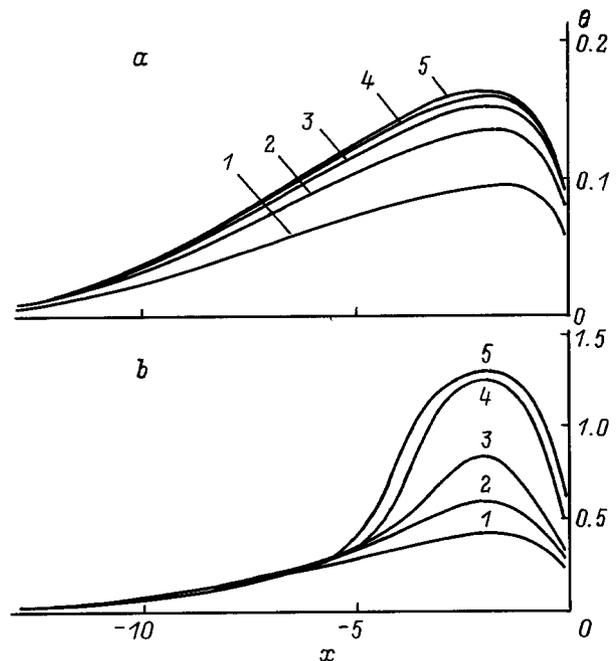


Рис. 4. Динамика нагрева сверхпроводниковой пленки в полосковом резонаторе. Временной шаг $\Delta\tau$. Кривые 1–5 соответствуют различным моментам времени. $\tau_N = \Delta\tau$, где N — номер кривой; a — $|J_0^{(in)}| = 0.4$ (домен нормальной фазы не возникает), $\Delta\tau = 1$; b — $|J_0^{(in)}| = 0.57$ (образуется тепловой домен), $\Delta\tau = 2$.

Две константы интегрирования находятся из граничных условий при $x = 0$.

Расчеты проводились для следующих значений параметров резонатора: $R_L = 2\Omega$, $\varepsilon = 10$, $\delta = 10^{-4}$, $d = 12\mu\text{m}$, $G = 64\text{W/K}\cdot\text{cm}^2$ и ВТСП пленки в миллиметровом диапазоне длин волн: $T_C = 90\text{K}$, $R_n = 0.85\Omega$, $\xi = 12$, $\alpha = 1.5$ (при этом характерный ток нелинейности I_T для $T_0 = 77\text{K}$ равен $I_T \approx 0.108\text{A}$). Результаты соответствующих расчетов представлены на рис. 4, *a, b*. На рис. 4, *a* приведена динамика разогрева сверхпроводниковой пленки для потока энергии в подводящей линии меньше критического (т.е. потока, при котором амплитуда тока в резонаторе не достигает критического значения J_2). Амплитуда поля падающей волны (по току) в безразмерных переменных равнялась $|J_0^{(\text{in})}| = 0.4$. При этом температура ВТСП пленки не достигала температуры сверхпроводящего перехода $\Theta = 1$, а распределение $\Theta(\tau, x)$ в каждый момент времени с большой точностью соответствовало решению локального (без учета диффузии вдоль пленки) уравнения теплового баланса (7). Таким образом, в допороговом режиме, когда пленка целиком находится в сверхпроводящем состоянии и отсутствуют бистабильность и эффекты генерации тепловых автоволн, перенос тепла вдоль поверхности пленки пренебрежимо мал, а температура локально связана с амплитудой тока

$$\Theta(\tau, x) \approx q_s |J(x)|^2 (1 - e^{-\tau}), \quad (23)$$

где пренебрежено зависимостью $\text{Re } \zeta_s(\Theta)$, т.е. $\text{Re } \zeta_s(\Theta) \approx q_s$.

Ситуация коренным образом меняется, когда амплитуда поля падающей волны превышает пороговое значение и в резонаторе происходит формирование домена нормальной фазы сверхпроводника. Рис. 4, *b* как раз и демонстрирует этот процесс. Амплитуда тока в падающей волне принималась равной $|J_0^{(\text{in})}| = 0.57$, превышающей критическое значение ($|J_0^{(\text{in})}|_C \approx 0.5508$). В надпороговом режиме после превышения температурой пленки значения $\Theta = 1$ (температура S - N -перехода) происходит образование доменной стенки, которая в области бистабильности движется в виде автоволны нагрева к своему стационарному значению со скоростью, отслеживающей локальное значение амплитуды тока (см. (22)). Движение доменной стенки прослеживается на рис. 4, *b* как более крутой участок кривых, смещающийся с течением времени в область более слабого поля. При этом в области S - N -перехода связь тока и температуры нелокальна из-за теплопередачи вдоль пленки.

Распространение волны охлаждения качественно не отличается от волны нагрева. Отметим только, что одному и тому же значению $|J_0^{(\text{in})}|$, отвечающему максимальной величине амплитуды тока в резонаторе, лежащей в зоне тепловой бистабильности ($J_1 < |J_{\text{max}}| < J_2$), соответствуют различные стационарные распределения температуры $\Theta(x)$, зависящие от предыстории процесса. На рис. 5 показаны такие распределения температуры,

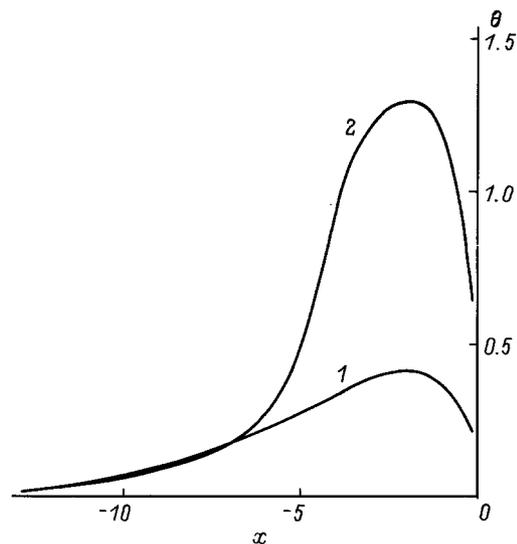


Рис. 5. Тепловая бистабильность полоскового резонатора. 1 — установившееся распределение температуры в режиме нагрева; 2 — тепловой домен, возникающий в режиме охлаждения.

полученные в режиме нагрева пленки (кривая 1) из состояния $\Theta = 0$ и в режиме охлаждения (кривая 2) из состояния $\Theta > 1$ при $|J_0^{(\text{in})}| = 0.53$. В первом случае область нарушенной сверхпроводимости отсутствует, а во втором происходит формирование теплового домена.

Нелинейные радиохарактеристики резонатора

Образование в сверхпроводниковом резонаторе нормального домена сопровождается заметным изменением коэффициентов отражения и прохождения, а также их частотных зависимостей. Это связано, с одной стороны, с увеличением $\text{Re } \zeta_s$, приводящим к увеличению потерь в резонаторе и уменьшению добротности, с другой стороны, с изменением $\text{Im } \zeta_s$, ведущим к сдвигу резонансной частоты. Ниже на основании численного решения системы уравнений (6), (7) мы исследуем стационарные (для установившихся распределений температуры) зависимости $\Gamma(|J_0^{(\text{in})}|)$, $\Sigma(|J_0^{(\text{in})}|)$ и $\Gamma(\omega)$, $\Sigma(\omega)$, где Γ , Σ — суть энергетические коэффициенты отражения и прохождения. В схему расчета закладывалось, что после каждого шага изменения $|J_0^{(\text{in})}|$ или ω система успевала прийти к стационарному состоянию до следующего изменения и начальным распределением температуры служило стационарное распределение для предыдущего шага. На рис. 6, *a, b* приведены зависимости коэффициентов отражения Γ и прохождения Σ от амплитуды падающей волны $|J_0^{(\text{in})}|$. Обращает на себя внимание гистерезис в соответствующих зависимостях, обусловленный гистерезисом в структуре теплового домена при увеличении и уменьшении мощности падающего

излучения, о котором речь шла выше. Адиабатически медленное нарастание $|J_0^{(in)}|$ приводит, начиная с некоторого значения $|J_0^{(in)}| = J_n$, к резкому увеличению коэффициента отражения и уменьшению коэффициента прохождения, связанным с появлением области нормальной фазы в резонаторе. В режиме снижения мощности переход в сверхпроводящую фазу (исчезновение домена) осуществляется при другом, более низком, значении амплитуды падающей волны — J_s , что объясняется рассмотренной бистабильностью тепловой системы.

Тепловая бистабильность сказывается и на частотном отклике резонатора. На рис. 7 в качестве примера изображены частотные зависимости коэффициента прохождения для нескольких значений амплитуды падающей волны в подводящей линии. Кривая 1 отвечает величине $|J_0^{(in)}|$, для которой домен не возбуждается. При этом зависимость $\Sigma(\omega)$ близка к линейной. Кривая 2 — та же зависимость при $|J_0^{(in)}| = 0.551 > J_n$. Возбуждение теплового домена в резонаторе приводит к искажению соответствующей резонансной кривой прежде всего в области максимума, поскольку именно на резонансной частоте достигающиеся амплитуды полей в резонаторе максимальны. Из-за бистабильности системы искажения резонансной кривой носят несимметричный характер и зависят от того, повышается частота излучения или понижается (на рис. 7 направления изменения частоты на кривых показаны стрелками). Несимметрия резонансных кривых также легко объясняется. На "крыльях" резонансной кривой порог возбуждения домена не превышает. По мере приближения к резонансу амплитуды поля в резонаторе возрастает и при превышении порога возбуждается домен, что немедленно сказывается на резонансной кривой. После прохождения резонанса домен пропадает при больших отстройках от резонанса

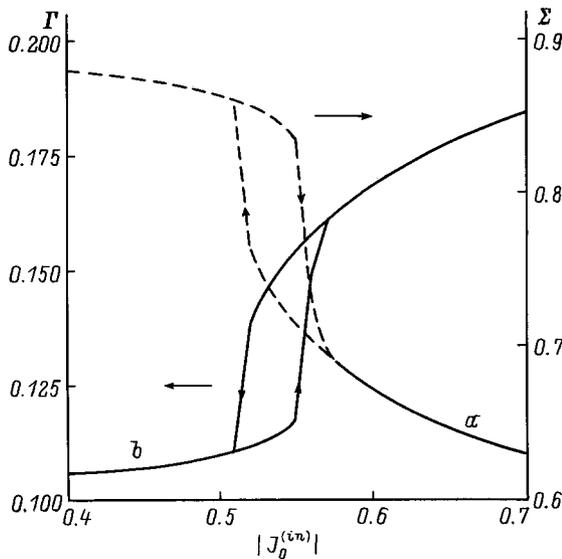


Рис. 6. Зависимость коэффициентов отражения (a) и прохождения (b) резонатора от амплитуды падающей волны ($\omega = \omega_0$).

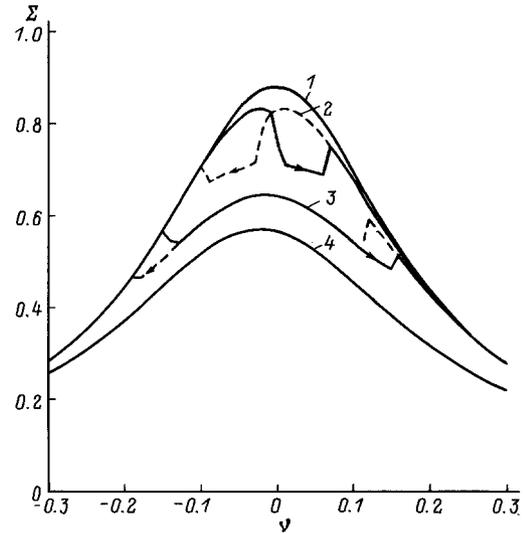


Рис. 7. Зависимость коэффициента прохождения от частоты $\nu = ((\omega/\omega_0) - 1)$; 1 — $|J_0^{(in)}| = 0.4$, линейная частотная характеристика резонатора в сверхпроводящем состоянии; 2, 3 — $|J_0^{(in)}| = 0.551, 0.66$ — искажения частотной характеристики, связанные с образованием домена нормальной фазы; 4 — $|J_0^{(in)}| = 7.0$, частотная характеристика резонатора в нормальном состоянии.

в силу более низкого порога "обратного переключения". Дальнейшее повышение мощности излучения влечет за собой расширение области искажения зависимости $\Sigma(\omega)$, захватывающей все более широкий диапазон частот (кривая 3, $|J_0^{(in)}| = 0.57$). При еще больших мощностях, когда в рассматриваемом интервале частот область нормальной фазы захватывает весь резонатор (кривая 4), резонансная кривая перестает видоизменяться, поскольку перестает изменяться поверхностный импеданс ВТСП полосков. Отметим, что подобные нелинейные искажения частотных откликов наблюдались в ряде экспериментальных работ (см., например, [3,21]).

Заключение

Итак, в данной работе нами исследованы тепловой $S-N$ -переход сверхпроводниковых пленок под действием электромагнитного излучения и нелинейные эффекты, связанные с таким переходом в ВТСП резонаторе. Мы полагаем, что характерные времена тепловых процессов значительно превышают времена электромагнитных, что позволило использовать стационарное волновое уравнение. Показано, что $S-N$ -переключение осуществляется в виде распространения тепловых автоволн, приводящих в конечном счете к установлению в резонаторе стационарного домена нормальной фазы. В приближении заданного поля предложен простой алгоритм нахождения границы стационарного домена. Выполненное численное моделирование для полоскового ВТСП резонатора показало гистерезисный характер процесса установления домена и

связанный с этим гистерезис радиофизических характеристик резонатора. Дальнейшее развитие предложенной теории может быть связано с учетом инерционности электромагнитных процессов. В случаях, когда времена, определяемые движением доменной стенки, сравнимы с характерным временем изменения амплитуды поля в резонаторе $\sim Q/\omega$ (где Q — добротность) и отражение от доменной стенки достаточно велико, можно ожидать эффекты параметрической трансформации частоты излучения, обусловленные компрессией электромагнитного поля в резонаторе, а также динамические (автоколебательные) режимы взаимодействия излучения с ВТСП резонатором.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований. Гранты № 95-02-04996, 96-02-16997.

Список литературы

- [1] Newman N., Lyons W.G. // J. Supercond. 1993. Vol. 6. P. 119.
- [2] Chaloupka H.J., Hein M.A., Muller G. // SPIE-OE/LASE'94. Los-Angeles, 1994. P. 1.
- [3] Hedges S.J., Adams M.J., Nicholson B.F. // Electron. Lett. 1990. Vol. 26. P. 977.
- [4] Chin C.C., Oates D.E., Dresselhaus G., Dresselhaus M.S. // Phys. Rev. B. 1992. Vol. 45. P. 4788.
- [5] Chaloupka H. // J. Supercond. 1992. Vol. 5. P. 403.
- [6] Hylton T.L., Kapitulnik A., Beasley M.R. et al. // Appl. Phys. Lett. 1988. Vol. 53. P. 1343.
- [7] Nguen P.P., Oates D.E., Dresselhaus G. // Phys. Rev. B. 1993. Vol. 48. P. 6400.
- [8] Willemsen B.A., Derov J.S., Silva J.H., Sridhar S. // IEEE Trans.: Appl. Supercond. 1995. Vol. 5. P. 1753.
- [9] Golosovsky M.A., Shortland H.J., Beasley M.R. // Phys. Rev. B. Vol. 51. P. 6462.
- [10] Halbritter J. // J. Appl. Phys. 1992. Vol. 71. P. 339.
- [11] Zharov A.A., Korotkov A.L., Reznik A.N. // Supercond. Sci. Technol. 1992. Vol. 5. P. 104.
- [12] Oates J.H., Shin R.T., Oates D.E. et al. // IEEE Trans. Appl. Supercond. 1993. Vol. 3. P. 17.
- [13] Жаров А.А., Коротков А.Л., Резник А.Н. // СФХТ. 1992. Т. 5. С. 419.
- [14] Резник А.Н., Смирнов А.И., Чернобровцева М.Д. // СФХТ. 1993. Т. 6. С. 242.
- [15] Reznik A.N., Zharov A.A., Chernobrovitseva M.D. // IEEE Trans. Appl. Supercond. 1995. Vol. 5. P. 2579.
- [16] Тинкхам М. Введение в сверхпроводимость. М.: Атомиздат, 1980. 310 с.
- [17] Keyes R.J. Topics in Applied Physics. Vol. 19. Optical and Infrared Detectors. New York: Springer Verlag. 1977. 305 p.
- [18] Гуревич А.В., Миц Р.Г. Тепловые автоволны в нормальных металлах и сверхпроводниках. М.: ИВТАН СССР, 1987. 165 с.
- [19] Hardin R.H., Tappert F.D. // SIAM Rev. Chronicle. 1973. Vol. 16. P. 423.
- [20] Нефедов И.М., Шерешевский И.А. // Математическое моделирование. 1995. Т. 7. С. 88.
- [21] Portis A.M., Chaloupka H., Jeck M. et al. // ISEC'91. Glasgow Ext. Abstracts. P. 25.