

01;03;09

Вероятностная модель рассеяния сантиметровых радиоволн объектом, расположенным вблизи взволнованной морской поверхности

© В.В. Леонтьев

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет, 197376 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 29 января 1996 г.)

Получена двумерная (совместная) плотность распределения вероятности амплитуды и фазы поля, рассеянного в обратном направлении точечным изотропным отражателем, расположенным вблизи статистически шероховатой границы раздела двух сред. Показано, что по сравнению со свободным пространством усиление мощности рассеянного сигнала может превышать 16 раз. Оценена вероятность выброса флуктуаций эффективной площади рассеяния за фиксированный уровень.

При проектировании информационных радиоэлектронных систем (например, систем радиолокации), работающих в морских условиях, большое внимание уделяется разработке математических моделей, адекватно описывающих процесс взаимодействия радиоволн как с различными телами (буи, бакены, вехи, суда и т.д.), так и с поверхностью моря. Это обусловлено тем, что характеристики рассеяния объектов, расположенных вблизи границы раздела двух сред, существенно отличаются от характеристик рассеяния этих же объектов в свободном пространстве. Например, хорошо известно [1], что наблюдаются различные специфические флуктуационные эффекты, обусловленные наличием многолучевых механизмов распространения электромагнитных волн. В частности, может иметь место эффект усиления обратного рассеяния волн на телах, расположенных вблизи как плоской [2], так и статистически шероховатой [3,4] границ раздела. Случайный характер подстилающей поверхности требует применения методов статистической радиофизики для анализа волновых процессов.

К настоящему времени разработано большое число вероятностных моделей (см., например, [5]) флуктуаций амплитуд отраженных радиолокационных сигналов, однако эти модели не позволяют установить взаимосвязь между характеристиками флуктуаций и параметрами источника зондирующего сигнала, объекта, а также границы раздела. Модели, адекватно описывающие флуктуации фазовых сдвигов сигналов, отраженных от надводных объектов, практически отсутствуют.

Целью настоящей работы является разработка вероятностной модели рассеяния электромагнитных волн надводным объектом, позволяющей учитывать геометрические и электродинамические характеристики задачи.

Положение объекта вблизи статистически шероховатой морской поверхности, характеризующее задачу геометрической характеристики, показаны на рис. 1. Будем считать, что в точке A размещен изотропный источник монохроматической электромагнитной волны, а моделирующий объект неподвижный точечный изотропный от-

ражатель расположен в точке B . Полагая, что приемник совмещен с источником излучения, рассмотрим только случай моностатического рассеяния. Распределение ординат H морских волн — гауссовское с нулевым математическим ожиданием ($\langle H \rangle = 0$) и среднеквадратичным отклонением σ_H . Для морских объектов характерны следующие соотношения параметров: $R_0 \gg h$, $h \gg \lambda$, $\alpha = (\sigma_H/\lambda) \sin \theta \ll 1$, где α — обобщенный параметр Рэлея.

Используя лучевую модель распространения радиоволн, а также опираясь на теорему взаимности (которая справедлива как для самих полей, так и для геометрооптических лучей), рассеянное отражателем в обратном направлении поле (с учетом многолучевости) можно представить в следующем виде:

$$\dot{E}_r = \dot{E}_1 + \dot{E}_2 + 2\dot{E}_3, \quad (1)$$

где \dot{E}_1 — поле, создаваемое отражателем при распространении волн в свободном пространстве соответственно вдоль луча ABA (рис. 1); \dot{E}_2 — поле, распространяющееся по трассе источник–поверхность–отражатель–поверхность–приемник, на которой отражение от поверхности происходит дважды; \dot{E}_3 — поле, распространяющееся по трассе источник–отражатель–поверхность–приемник или источник–поверхность–отражатель–приемник при однократном отражении от границы раздела.

Выражение (1) записано в скалярном виде, а следовательно, относится к какой-либо одной выбранной ли-

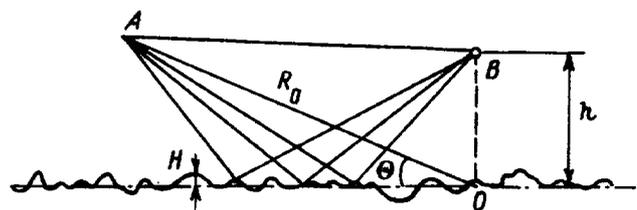


Рис. 1. Геометрия задачи.

нейной поляризации, одинаковой для всех составляющих. Могут иметь место и другие траектории распространения волн, однако их вклад в результирующее поле (1) достаточно мал.

Во многих задачах удобнее рассматривать не само рассеянное поле, а связанную с ним относительную величину — комплексный коэффициент рассеяния (ККР), который, следуя [2], определим в следующем виде:

$$\dot{A} = 2\sqrt{\pi} R_0 (\dot{E}_r / \dot{E}_i) \exp(-ikR_0), \quad (2)$$

где \dot{E}_i — падающее поле, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число в свободном пространстве.

Тогда с учетом геометрии рис. 1 из (1) и (2) можно показать, что

$$\dot{A} = \sqrt{\sigma_0} [\exp(-i2kh \sin \Theta) + \dot{\Gamma}^2 \exp(i2kh \sin \Theta) + 2\dot{\Gamma}], \quad (3)$$

где σ_0 — эффективная площадь рассеяния (ЭПР) точечного отражателя в свободном пространстве, h — высота отражателя над средним уровнем моря, Θ — угол скольжения, $\dot{\Gamma}$ — комплексный коэффициент отражения (ККО) электромагнитных волн от статистически шероховатой поверхности моря.

По множеству реализаций морской поверхности ККО

$$\dot{\Gamma} = x + iy = \rho \exp(i\nu) \quad (4)$$

является случайной величиной, следовательно, ККР (3) — также случайная величина.

В отраженном от статистически шероховатой морской поверхности волновом поле выделяют детерминированную (или когерентную) случайную (или некогерентную) составляющие [6–8], каждая из которых может быть определена обобщенным параметром α . Тогда проекции x и y ККО (4) определяются следующим образом:

$$x = x_c + \varepsilon_x, \quad y = y_c + \varepsilon_y,$$

где x_c, y_c — проекции когерентного $\dot{\Gamma}_c$ ККО; $\varepsilon_x \equiv N(0, \eta)$ и $\varepsilon_y \equiv N(0, \eta)$ — проекции некогерентного ККО, описываемые двумя независимыми гауссовскими случайными величинами с нулевыми математическими ожиданиями и одинаковыми среднеквадратичными отклонениями η .

Совместная (двухмерная) плотность распределения вероятности (ПРВ) модуля ρ и фазового сдвига ν ККО (4) от статистически шероховатой поверхности при гауссовском распределении ординат морских волн определяется выражением

$$W(\rho, \nu) = \rho \frac{1}{\eta\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\rho \cos \nu - x_c)^2}{2\eta^2}\right] \frac{1}{\eta\sqrt{2\pi}} \times \exp\left[-\frac{(\rho \sin \nu - y_c)^2}{2\eta^2}\right]. \quad (5)$$

В этом случае распределение амплитуды падающего на объект поля будет подчиняться обобщенному распределению Рэля (или распределению Райса).

Введем обозначение

$$\dot{A} / \sqrt{\sigma_0} = \zeta \exp(i\varphi) \quad (6)$$

и используя правило [9] преобразования распределений двух функционально связанных (3) величин \dot{A} и $\dot{\Gamma}$, можно определить двухмерную функцию распределения случайных величин ζ и φ . В связи с тем что обратные функции $\rho(\zeta, \varphi)$ и $\nu(\zeta, \varphi)$ неоднозначны и имеют две ветви,

$$W(\zeta, \varphi) = \sum_{i=1}^2 W[\rho_i(\zeta, \varphi), \nu_i(\zeta, \varphi)] |J_i(\zeta, \varphi)|, \quad (7)$$

где

$$\rho_{1,2}(\zeta, \varphi) = \sqrt{1 + \zeta \mp 2\sqrt{\zeta} \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\Phi}{2}\right)},$$

$$\Phi = 2kh \sin \Theta,$$

$$\nu_{1,2}(\zeta, \varphi) = \arctg \left[\frac{\sin \Phi \pm \sqrt{\zeta} \sin\left(\frac{\varphi}{2} - \frac{\Phi}{2}\right)}{-\cos \Phi \pm \sqrt{\zeta} \cos\left(\frac{\varphi}{2} - \frac{\Phi}{2}\right)} \right],$$

$$J_{1,2}(\zeta, \varphi) = \frac{1}{4\sqrt{1 + \zeta \mp 2\sqrt{\zeta} \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\Phi}{2}\right)}}$$

— якобианы преобразования.

Подставляя (5) в (7), получим

$$W(\zeta, \varphi) = \frac{1}{8\pi\eta^2} \sum_{i=1}^2 \exp \times \left\{ -\frac{\rho_i^2(\zeta, \varphi) + |\dot{\Gamma}_c|^2 - 2|\dot{\Gamma}_c| \rho_i(\zeta, \varphi) \cos[\nu_i(\zeta, \varphi) - \varphi_c]}{2\eta^2} \right\}, \quad (8)$$

где $|\dot{\Gamma}_c|^2 = x_c^2 + y_c^2$, $\varphi_c = \arctg(y_c/x_c)$.

Выражение (8) можно упростить. После преобразования будем иметь

$$W(\zeta, \varphi) = \frac{\exp\left(-\frac{\zeta + \Gamma_0^2}{2\eta^2}\right)}{8\pi\eta^2} \sum_m \exp \times \left[\frac{m2\sqrt{\zeta} \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\Phi}{2}\right) + m2|\Gamma_c| \sqrt{\zeta} \cos\left(\frac{\varphi}{2} - \frac{\Phi}{2} - \varphi_c\right)}{2\eta^2} \right], \quad (9)$$

где $\Gamma_0 = \sqrt{1 + |\dot{\Gamma}_c|^2 + 2|\dot{\Gamma}_c| \cos(\Phi + \varphi_c)}$, $m = \pm 1$.

Очевидно, что (9) позволяет исследовать влияние различных параметров источника зондирующего сигнала, объекта и границы раздела на флюктуацию напряженности рассеянной электромагнитной волны. На рис. 2 представлена совместная ПРВ модуля и фазового сдвига нормированного ККР (6), вычисленная по (9) при горизонтальной поляризации поля, $\lambda = 3$ см, $\Theta = 1^\circ$, $h/\lambda = 125$, $\alpha = 0.18$.

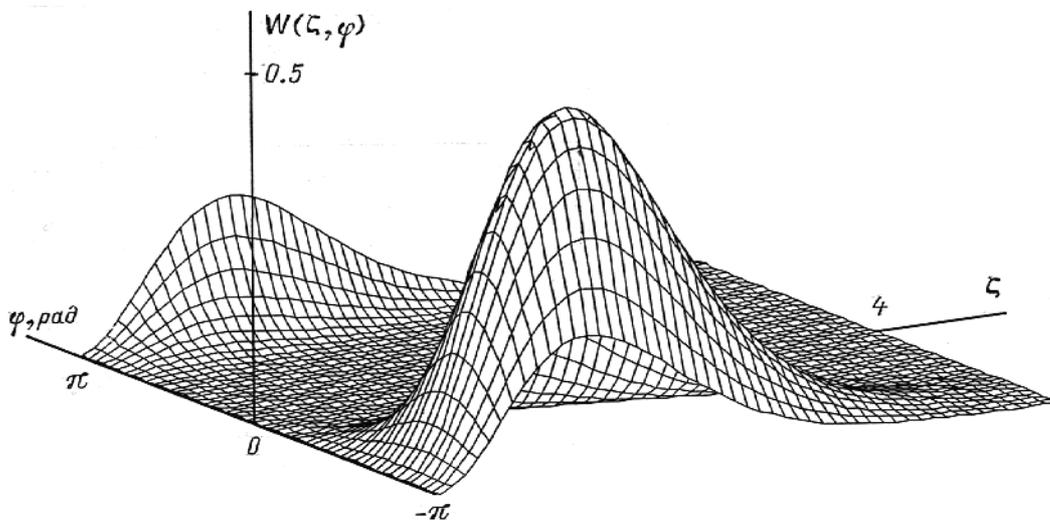


Рис. 2. Двухмерная плотность распределения вероятности нормированного комплексного коэффициента рассеяния (6).

Одновременные ПРВ для модуля и фазового сдвига нормированного комплексного коэффициента рассеяния определяются известными соотношениями

$$W(\zeta) = \int_{-\pi}^{\pi} W(\zeta, \varphi) d\varphi, \quad (10)$$

$$W(\varphi) = \int_0^{\infty} W(\zeta, \varphi) d\zeta. \quad (11)$$

Подставляя (9) в (10) и производя преобразования, получим

$$W(\zeta) = \frac{1}{2\eta^2} \exp\left(-\frac{\zeta + \Gamma_0^2}{2\eta^2}\right) I_0\left(\frac{2\Gamma_0\sqrt{\zeta}}{2\eta^2}\right), \quad (12)$$

где $I_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка.

Распределение (12) известно и носит название райс-квадрат [10,11], а гипотеза о том, что для монохроматических сигналов поле, отраженное от точечной цели вблизи статистически шероховатой поверхности описывается этой ПРВ, впервые была сформулирована, по-видимому, в [10]. Однако в [10,11], распределение (12) получают из более простой математической модели, чем в нашем случае. Авторы указанных работ, как и мы, полагают, что падающее поле у цели распределено по закону Райса. Но в отличие от нашей модели (1) поле у приемной антенны в [10,11] определяют исходя из двухлучевой модели распространения отраженной волны (лучами цель–приемная антенна и цель–поверхность–приемная антенна). Возникает вопрос, почему две различные модели дают один и тот же результат (12). Это обусловлено тем, что в обоих случаях в качестве модели цели использован точечный изотропный отражатель, для которого собственные моноста- тические и бистатические комплексные коэффициенты

рассеяния одинаковы. Известно [2], что четырехлучевая и двухлучевая модели дают одинаковый результат и в случае гладкой и плоской границы раздела двух сред.

В некоторых случаях достаточно знать только моменты распределения (12). Можно показать, что k -й начальный момент распределения райс-квадрат определяется следующим выражением:

$$m_k = (2\eta^2)^k \Gamma(k+1) \times \exp\left(-\frac{\Gamma_0^2}{2\eta^2}\right) {}_1F_1\left(k+1, 1, \frac{\Gamma_0^2}{2\eta^2}\right), \quad (13)$$

где $\Gamma(k+1)$ — гамма-функция, ${}_1F_1(k+1, 1, \Gamma_0^2/2\eta^2)$ — вырожденная гипергеометрическая функция Куммера.

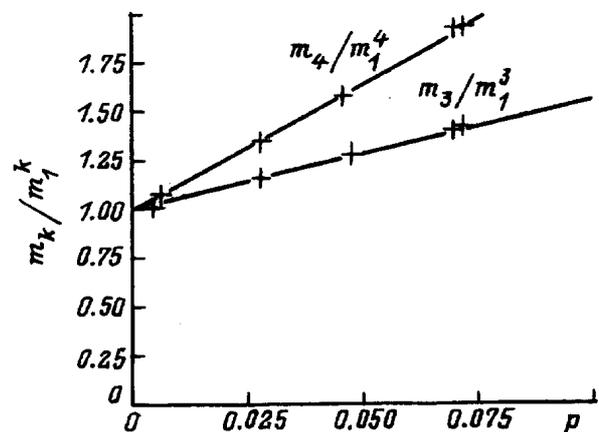


Рис. 3. Сравнение нормированных третьего и четвертого моментов распределения "Райс-квадрат" с экспериментальными данными.

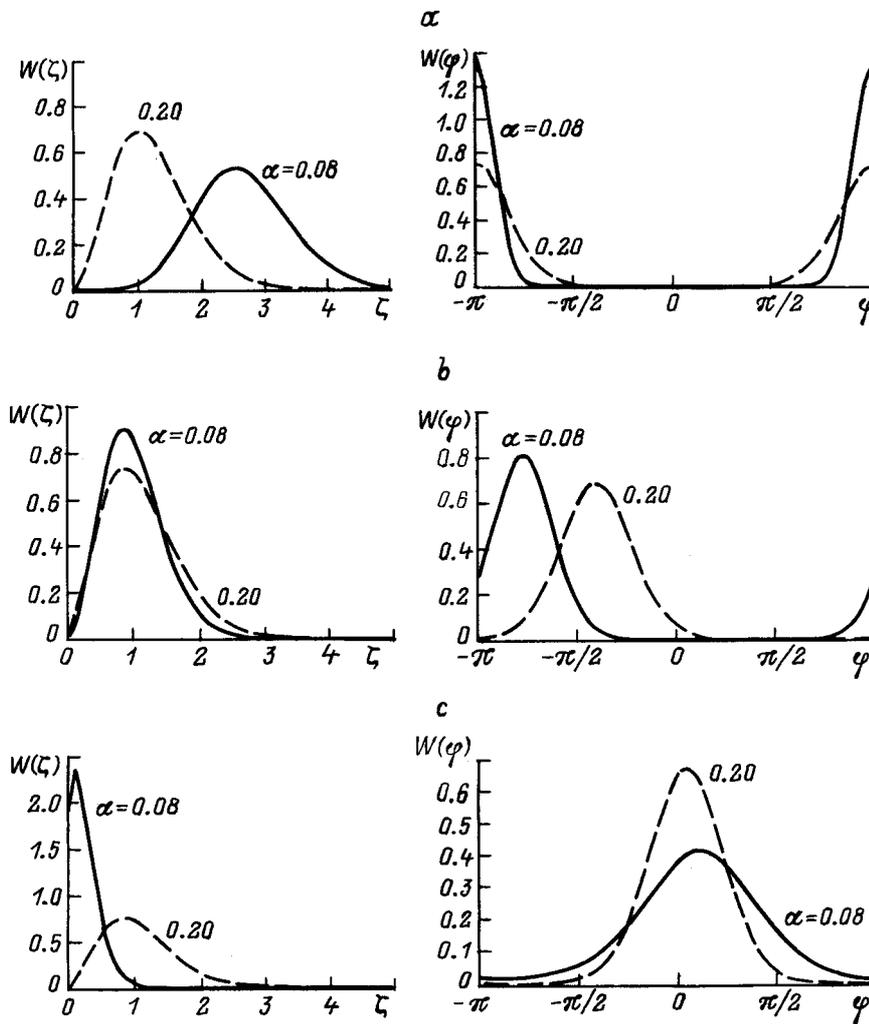


Рис. 4. Плотности распределения вероятности модуля и фазового сдвига нормированного комплексного коэффициента рассеяния (6). h/λ : $a - 129$, $b - 120$, $c - 114$.

Используя тождество ${}_1F_1(1, 2, z) = (z + 1) \exp(z)$, из (13) легко получить математическое ожидание

$$m_1 = 2\eta^2 \left(\frac{\Gamma_0^2}{2\eta^2} + 1 \right) \quad (14)$$

и второй начальный момент

$$m_2 = (2\eta^2)^2 \left[\left(\frac{\Gamma_0^2}{2\eta^2 + 3} \right) \left(\frac{\Gamma_0^2}{2\eta^2 + 1} \right) - 1 \right] \quad (15)$$

модуля нормированного комплексного коэффициента рассеяния (6). Обозначим

$$2\eta^2/\Gamma_0^2 = p. \quad (16)$$

Числитель выражения (16) определяется дисперсией некогерентной компоненты комплексного коэффициента отражения от шероховатой морской поверхности и характеризует флуктуации ("шум") облучающего поля у цели. Знаменатель выражения (16) пропорционален

постоянной компоненте распределения Райса или постоянной компоненте облучающего поля

$$E = E_0 \sqrt{1 + |\tilde{\Gamma}_c|^2 + 2|\tilde{\Gamma}_c| \cos(\Phi + \varphi_c)},$$

учитывающей "прямой" луч и когерентно отраженный от поверхности раздела. В связи с этим отношение (16) можно назвать отношением шум/сигнал. Тогда из (15) и (14) следует, что

$$\frac{m_2}{m_1^2} = 2 - \frac{1}{(1+p)^2}.$$

На рис. 3 сплошными линиями представлены зависимости нормированных четвертого и третьего моментов распределения райс-квадрат (вычисленных по формуле (13)) в зависимости от отношения шум/сигнал. Там же крестиками представлены результаты измерений, выполненных в лабораторных условиях, когда в качестве цели использовался сферический отражатель.

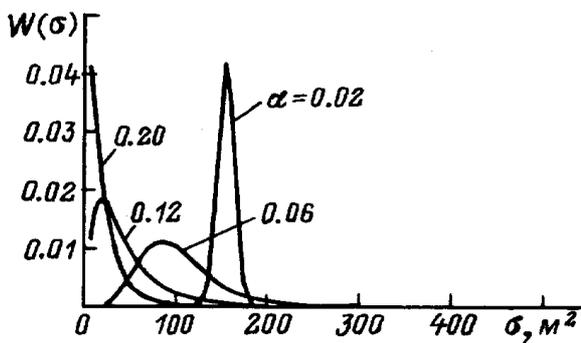


Рис. 5. Изменение ПРВ эффективной площади рассеяния отражателя вблизи морской поверхности.

В эксперименте отношение шум/сигнал вычислялось по формуле

$$p = \sqrt{\frac{1}{2 - (m_2/m_1^2)} - 1},$$

а моменты m_2 и m_1 оценивались на основе результатов измерения. Сравнение теоретических и экспериментальных результатов показывает их хорошее совпадение.

ПРВ фазового сдвига нормированного комплексного коэффициента рассеяния (6) определим, подставляя (9) в (11),

$$W(\varphi) = \frac{\exp\left(-\frac{\Gamma_0^2}{2\eta^2}\right)}{2\pi} \left\{ 1 + \frac{\sqrt{\pi} \Gamma_0 \cos\left(\frac{\varphi}{2} - \beta\right)}{\sqrt{2\eta^2}} \right. \\ \left. \times \exp\left[\frac{\Gamma_0^2 \cos^2\left(\frac{\varphi}{2} - \beta\right)}{2\eta^2}\right] f\left[\frac{\Gamma_0 \cos\left(\frac{\varphi}{2} - \beta\right)}{\sqrt{2\eta^2}}\right] \right\}, \quad (17)$$

где

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt$$

— интеграл вероятности или функция ошибок,

$$\beta = \arcsin \left[\frac{-\sin(\Phi/2) + |\dot{\Gamma}_c| \sin(\varphi_c + \Phi/2)}{\Gamma_0} \right].$$

На рис. 4 представлены плотности распределения вероятности модуля и фазового сдвига нормированного комплексного коэффициента рассеяния (6) точечного отражателя, расположенного над шероховатой морской поверхностью, вычисленные по формулам (12) и (17) для различных высот его расположения над средним уровнем моря и для различных параметров α .

Можно показать, что ПРВ эффективной площади рассеяния σ отражателя вблизи статистически шероховатой

поверхности определяется выражением

$$W(\sigma) = \frac{1}{4\eta^2 \sqrt{\sigma \sigma_0}} \exp\left(-\frac{\Gamma_0^2}{2\eta^2}\right) \\ \times \exp\left(-\frac{\sqrt{\sigma}}{2\eta^2 \sqrt{\sigma_0}}\right) I_0\left(\frac{\Gamma_0 \sqrt[4]{\sigma}}{\eta^2 \sqrt[4]{\sigma_0}}\right). \quad (18)$$

На рис. 5 приведены плотности распределений вероятности ЭПР отражателя, вычисленные по формуле (18) при различных значениях параметра α . При расчете принято, что ЭПР собственно отражателя (в свободном пространстве) $\sigma_0 = 10 \text{ м}^2$, длина волны облучающего поля $\lambda = 3 \text{ см}$, поляризация горизонтальная, угол скольжения $\Theta = 1^\circ$. Изменение параметра α произведено путем изменения среднеквадратичного отклонения σ_H ординат морских волн и увеличение α соответствует усилению морского волнения. Высота отражателя над уровнем моря $h = 3.87 \text{ м}$ и выбрана из тех соображений, чтобы для случая гладкого моря усиление ЭПР отражателя (относительно его ЭПР в свободном пространстве) составляло 16 раз (12 дБ) [2]. В связи с этим при слабом волнении ($\alpha = 0.02$) плотность распределения вероятности ЭПР сосредоточена около значения $\sigma = 160 \text{ м}^2$. С увеличением волнения в отраженном от статистически шероховатой морской поверхности волновом поле уменьшается когерентная компонента комплексного коэффициента отражения, что ведет к уменьшению ЭПР отражателя.

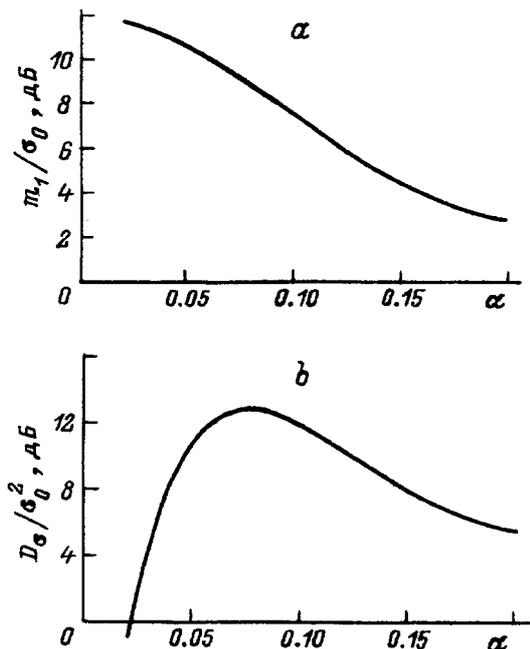


Рис. 6. Нормированные математическое ожидание (а) и дисперсия (б) ЭПР отражателя, расположенного вблизи поверхности моря.

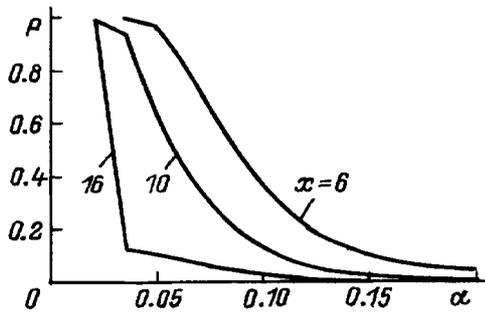


Рис. 7. Изменение вероятности выброса флуктуаций ЭПР отражателя за фиксированный уровень $\sigma = x\sigma_0$ при изменении обобщенного параметра α .

Моменты распределения (18) имеют вид

$$m_k = (2\eta^2)^{2k} \Gamma(2k+1) \exp\left(-\frac{\Gamma_0^2}{2\eta^2}\right) \sigma_0^k {}_1F_1 \left(2k+1, 1, \frac{\Gamma_0^2}{2\eta^2}\right). \quad (19)$$

Из (19) следует, что математическое ожидание ЭПР

$$m_1 = (2\eta^2)^2 (z^2 + 4z + 2) \sigma_0 \quad (20)$$

и дисперсия ЭПР

$$D_\sigma = (2\eta^2)^4 (8z^3 + 52z^2 + 80z + 20) \sigma_0^2, \quad (21)$$

где $z = \Gamma_0^2 / (2\eta^2)$.

Зависимости нормированных математического ожидания (20) и дисперсии (21) ЭПР отражателя от обобщенного параметра α показаны на рис. 6.

Из рис. 5 видно, что ЭПР отражателя вблизи статистически шероховатой поверхности может существенно превышать его собственную ЭПР, измеренную в свободном пространстве. Для количественной характеристики эффекта усиления обратного рассеяния целесообразно оценить вероятность выброса флуктуаций ЭПР отражателя за фиксированный уровень $\sigma = x\sigma_0$

$$P = \int_{x\sigma_0}^{\infty} W(\sigma) d\sigma. \quad (22)$$

Подставляя (18) в (22), получим

$$P = 1 - \frac{\sqrt{x}}{\eta^2} \exp\left(-\frac{\Gamma_0^2}{2\eta^2}\right) \times \int_0^1 t \exp(-\tau t^2) I_0\left(2 \frac{\Gamma_0}{\sqrt{x}} \tau t\right) dt, \quad (23)$$

где $\tau = \sqrt{x} / (2\eta^2)$.

Результаты численного интегрирования (23) представлены на рис. 7. В частном случае интеграл в (23) можно вычислить аналитически [12]. При условии, что $\Gamma_0 / \sqrt{x} = 1$, выражение (23) примет следующий вид:

$$P = 1 - \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\Gamma_0^2 + \sqrt{x}}{2\eta^2}\right) \left[\exp\left(\frac{\sqrt{x}}{\eta^2}\right) - I_0\left(\frac{\sqrt{x}}{\eta^2}\right) \right].$$

Таким образом, флуктуации характеристик радиолокационного рассеяния точечного изотропного отражателя вблизи статистически шероховатой границы раздела двух сред носят негауссовский характер. Природу появления негауссовских отражений в обратном направлении можно объяснить сложным механизмом взаимодействия электромагнитной волны с системой "отражатель плюс поверхность раздела".

Список литературы

- [1] Кравцов Ю.А., Саичев А.И. // УФЖ. 1982. Т. 137. Вып. 3. С.501–527.
- [2] Андреев А.Ю., Богин Л.И., Кобак В.О., Леонтьев В.В. // РИЭ. 1990. Т. 35. № 4. С. 734–739.
- [3] Виноградов А.Г., Гурвич А.С., Кашикарров С.С. и др. // Открытие (диплом № 359). БИ. 1989. № 21.
- [4] Заворотный В.У., Татарский В.И. // ДАН СССР. 1982. Т. 265. № 3. С. 608–611.
- [5] Шляхин В.М. // РИЭ. 1987. Т. 32. № 9. С. 1793–1817.
- [6] Beard C.I. // IRE Trans. on Antennas and Propagation. 1961. Vol. AP-9. N 5. P. 470–483.
- [7] Beard C.I., Katz I., Spetner L.M. // IRE Trans. on Antennas and Propagation. 1956. Vol. AP-4. N 2. P. 162–167.
- [8] Beckmann P., Spizzichino A. The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces. New York: Pergamon, 1963. 503 p.
- [9] Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Сов. радио, 1974. Кн. 1. 552 с.
- [10] Baker C.J., Ward K.D. // AGARD Conf. 1987. N 419. P. 25-1–25-4.
- [11] Ward K.D., Baker C.J., Watts S. // IEE Proc. F (Radar and signal processing). 1990. Vol. 137. Pt F. N 2. P. 51–62.
- [12] Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 1108 с.