

07;12

## Использование спекл-эффекта для анализа колебаний шероховатой поверхности

© Ю.П. Пресняков, В.П. Щепинов

Московский инженерно-физический институт,  
115409 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 18 января 1996 г.)

Рассматривается бесконтактный метод регистрации колебаний шероховатой поверхности на основе использования спекл-эффекта. Приводятся зависимости глубины модуляции электрического сигнала фотодетектора от амплитуды колебания и параметров оптической схемы установки. Проведена экспериментальная проверка полученной оптической зависимости. В Заключении для иллюстрации приводятся результаты спектрального анализа колебаний корпуса электродвигателя. Отмечается возможность применения разработанного метода для исследования колебаний нагретых поверхностей и прозрачных сред.

Колебания тела приводят к поворотам элементов его поверхности на углы, максимальные в узлах и минимальные в пучностях. Пусть  $\Theta$  есть угол поворота такого элемента относительно оси касательной к его поверхности. Тогда при освещении лазерным лучом участка колеблющейся шероховатой поверхности, который существенно меньше пространственного периода колебаний, отраженное излучение поворачивается на угол  $2\Theta$ . В результате этого случайное распределение интенсивности отраженного излучения в плоскости диафрагмы фотодетектора, расположенного на расстоянии  $z$  от освещенного участка поверхности, смещается на величину  $h(t)$ , являющейся периодической функцией времени,

$$h(t) = 2\Theta(t)z, \quad (1)$$

где  $\Theta(t) \ll 1$ .

Интенсивность лазерного излучения, отраженного шероховатой поверхностью, описывается случайной функцией координат [1], интервал корреляции которой  $\delta$  (размер спекла) равен

$$\delta \approx (\lambda z)/d, \quad (2)$$

где  $\lambda$  — длина волны излучения лазера;  $d$  — размер освещенного участка поверхности тела.

При перемещении спеклов в плоскости диафрагмы, обусловленном колебанием поверхности, электрический сигнал фотодетектора является периодической функцией с периодом, равным периоду колебаний тела. Если размер диафрагмы  $\Delta \ll \delta$ , то амплитуда электрического сигнала фотодетектора с линейной характеристикой пропорциональна интенсивности света  $J(t)$

$$u(t) \sim J(t). \quad (3)$$

Такой подход при исследовании колебаний шероховатой поверхности тела был рассмотрен в работе [2], причем размер диафрагмы  $\Delta = 5-10$  мкм удовлетворяет условию  $\Delta \ll \delta$ . Однако в этом случае для определения амплитуды функции  $h(t)$  требуется проведение калибровочных измерений электрического сигнала  $u(t)$

при известной величине смещения  $D$  диафрагмы относительно неподвижной спекл-структуры. В соответствии с формулой (3)  $h(t) = D$  при  $u(t) = u_0(D)$ .

В настоящей работе рассматривается методика исследования колебаний шероховатой поверхности на основе интегрального спекл-эффекта, в соответствии с которым площадь диафрагмы  $s \gg \delta^2$ .

Предлагаемый метод исследования основан на использовании случайной зависимости средней по диафрагме интенсивности от конкретной реализации спекл-структуры. Теоретическое рассмотрение этого эффекта приведено в работах [3,4], где показано, что плотность вероятности распределения средней по диафрагме интенсивности  $I$  приближенно описывается гамма-распределением

$$p(I) = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{J_0}\right)^m I^{m-1} \exp\left(-\frac{mI}{J_0}\right), \quad (4)$$

где  $I \geq 0$ ;  $J_0$  — средняя интенсивность в плоскости диафрагмы,  $\Gamma(m)$  — гамма-функция;  $m \geq 1$  — число независимых корреляционных ячеек, причем  $m \cong s/\delta^2$  для 2-мерной диафрагмы и  $m \cong L/\delta$  для щелевой диафрагмы длиной  $L$ , ширина которой  $\Delta \ll \delta$ .

Периодические колебания поверхности тела приводят к периодическим смещениям спекл-структуры в плоскости диафрагмы, в результате чего электрический сигнал на выходе фотодетектора также изменяется периодически, причем спектр этого сигнала пропорционален спектру колебания поверхности тела.

Функциональная схема метода спектрального анализа колебаний поверхности тела приведена на рис. 1, а. Излучение лазера непрерывного действия 1 линзой 2 фокусируется на исследуемый участок поверхности 3. Отраженное излучение через диафрагму 4 падает на чувствительную поверхность фотодиода 5, выходной электрический сигнал которого усиливается усилителем 6 и через аналого-цифровой преобразователь 7 поступает в компьютер 8. На рис. 1, б показана плоскость диафрагмы, представляющей собой прямоугольное отверстие со сторонами 2а и 2б в непрозрачном экране. Оси декартовой

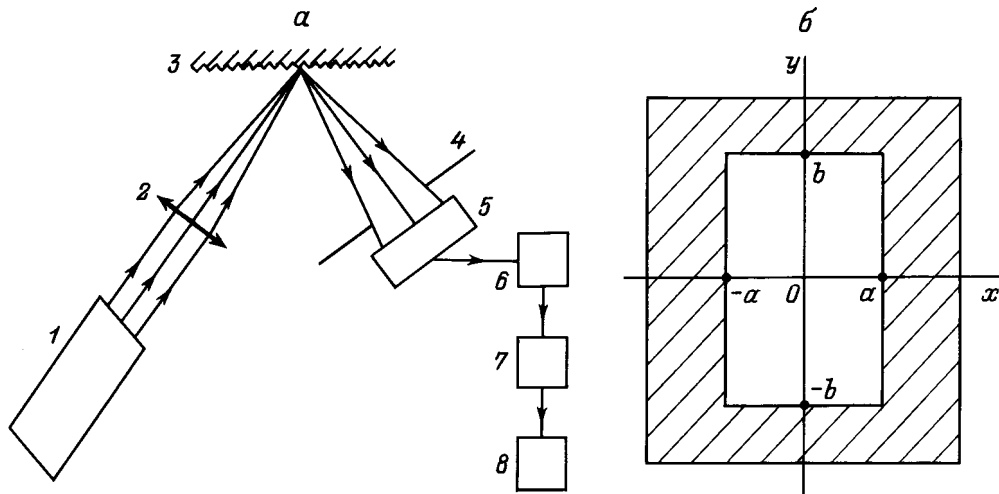


Рис. 1. Принципиальная схема установки (а) и плоскость диафрагмы фотодетектора (б).

системы координат  $(x, y)$  параллельны сторонам прямоугольного отверстия, а начало координат находится в его центре.

При перемещении спекл-структуры в плоскости диафрагмы выходной электрический сигнал фотодетектора равен

$$u(t) = A \int_{-a}^a \int_{-b}^b J[x + h_x(t), y + h_y(t)] dx dy \quad (5)$$

где  $A$  — постоянная, зависящая от мощности отраженного излучения в области диафрагмы и чувствительности фотодетектора;  $h_x(t)$  и  $h_y(t)$  — компоненты вектора перемещения спекл-структуры  $\mathbf{h}(t)$ .

Амплитуда  $h_0$  вектора перемещения связана с амплитудой угла поворота  $\Theta_0$  освещенного участка поверхности формулой (1). Для перемещения спеклов с амплитудой  $h_0 \ll \delta$ , т.е. существенно меньшей размера спекла, можно ограничиться первыми двумя членами разложения интенсивности в ряд

$$J[x + h_x(t), y + h_y(t)] \cong J(x, y) + \nabla J(x, y) \mathbf{h}, \quad (6)$$

где  $\nabla$  — оператор градиента.

Подставив выражение (6) в (5) и опустив постоянную  $A$ , получим

$$u(t) = \int_{-a}^a \int_{-b}^b J(x, y) dx dy + \int_{-a}^a \int_{-b}^b \mathbf{h} \nabla J(x, y) dx dy. \quad (7)$$

Выражение (7) представим в виде

$$u(t) = u_0 + u_{\sim}(t),$$

где  $u_0 = 4abI$  — постоянная составляющая электрического сигнала;  $u_{\sim}(t)$  — переменная составляющая

сигнала, которая имеет вид

$$u_{\sim}(t) = h_x \int_{-a}^a \int_{-b}^b \frac{\partial J(x, y)}{\partial x} dx dy + h_y \int_{-a}^a \int_{-b}^b \frac{\partial J(x, y)}{\partial y} dx dy. \quad (8)$$

После интегрирования выражение (8) принимает вид

$$u_{\sim}(t) = \mathbf{h}(t) \mathbf{g}, \quad \mathbf{g} = \{g_x, g_y\}, \quad (9)$$

где

$$g_x = \int_{-b}^b [J(a, y) - J(-a, y)] dy, \quad g_y = \int_{-a}^a [J(x, b) - J(x, -b)] dx.$$

При заданном значении амплитуды  $h_0$  величина  $|\mathbf{g}|$  определяет случайную амплитуду переменного сигнала  $u_{\sim}(t)$ , которая всегда отлична от нуля, так как вероятность того, что, например,

$$\int_{-b}^b J(a, y) dy = \int_{-b}^b J(-a, y) dy,$$

равна нулю согласно определению функции плотности вероятности.

Для слагаемых, составляющих компоненты вектора  $\mathbf{g}$ ,

$$I = \frac{1}{2b} \int_{-b}^b J(\pm a, y) dy$$

и  $m = m_b = (2b)/\delta$  для

$$\int_{-b}^b J(\pm a, y) dy.$$

Для слагаемых

$$\int_{-a}^a J(x, \pm b) dx$$

в формуле (4)

$$I = \frac{1}{2a} \int_{-a}^a J(x, \pm b) dx$$

и  $m = m_a = (2a)/\delta$ .

Из формул (1) и (9) следует, что спектр электрического сигнала  $u_{\sim}(t)$  пропорционален спектру угла поворота  $\Theta(t)$ . Полученный результат лежит в основе предлагаемого метода анализа механических колебаний шероховатой поверхности.

Выражение для глубины модуляции  $\gamma$  электрического сигнала для конкретной реализации спекл-структуры в соответствии с (9) имеет вид

$$\gamma = \frac{|\mathbf{h}_0 \mathbf{g}|}{u_0}.$$

Среднеквадратичная глубина модуляции  $f$  определяется выражением

$$f^2 = \langle \gamma^2 \rangle = \left\langle \frac{(\mathbf{h}_0 \mathbf{g})^2}{u_0^2} \right\rangle, \quad (10)$$

где угловые скобки означают усреднение по ансамблю случайных распределений интенсивности внутри диафрагмы.

В выражении (10) числитель и знаменатель статистически независимы, следовательно,

$$f^2 = \frac{\langle (\mathbf{h}_0 \mathbf{g})^2 \rangle}{\langle u_0^2 \rangle}.$$

Из формулы (7) находим

$$\langle u_0^2 \rangle = 16a^2 b^2 \langle I^2 \rangle,$$

где случайная величина

$$I = \frac{1}{4ab} \int_{-a}^a \int_{-b}^b J(x, y) dx dy$$

распределена по закону (4), из которого следует, что

$$\langle I^2 \rangle = \frac{m+1}{m} J_0^2, \quad m = \frac{ab}{\delta^2}.$$

Из принятого ранее условия  $F \gg \delta^2$  следует, что  $m \gg 1$  и

$$\langle I^2 \rangle \approx J_0^2, \quad \langle u_0^2 \rangle \approx 16a^2 b^2 J_0^2.$$

Среднее значение числителя в (10) равно

$$\langle (\mathbf{h}_0 \mathbf{g})^2 \rangle = h_{0x}^2 \langle g_x^2 \rangle + h_{0y}^2 \langle g_y^2 \rangle + 2h_{0x} h_{0y} \langle g_x g_y \rangle. \quad (11)$$

Случайные величины  $g_x$  и  $g_y$  статистически независимы и их средние значения равны нулю, следовательно, последнее слагаемое в правой части равенства (11) равно нулю. Используя статистическую независимость  $g_x$  и  $g_y$  и распределение (4), несложно найти, что

$$\langle g_x^2 \rangle = \frac{8b^2}{m_b} J_0^2, \quad \langle g_y^2 \rangle = \frac{8a^2}{m_a} J_0^2.$$

Окончательное выражение для среднеквадратичной глубины модуляции принимает вид

$$f = \frac{\sqrt{\delta}}{2ab} \sqrt{bh_{0x}^2 + ah_{0y}^2}. \quad (12)$$

При ориентации диафрагмы, ортогональной к исходному положению, среднеквадратичная глубина модуляции  $f_{\perp}$  равна

$$f_{\perp} = \frac{\sqrt{\delta}}{2ab} \sqrt{ah_{0x}^2 + bh_{0y}^2}. \quad (13)$$

Таким образом, измерения среднеквадратичной глубины модуляции при двух ортогональных ориентациях диафрагмы ( $a \neq b$ ) позволяют с помощью формул (12) и (13) оопределить величины компонент вектора перемещения спекл-структуры и, следовательно, величины компонент вектора угла поворота точки поверхности тела.

Для круговой диафрагмы радиусом  $R$  амплитуда вектора перемещения определяется из выражения

$$f_0 = \frac{h_0}{R} \sqrt{\delta}. \quad (14)$$

Экспериментальная проверка формулы (14) проводилась при  $h_{0x} = h_0, h_{0y} = 0$ . В этом случае

$$f = \frac{h_0}{2a} \sqrt{\frac{\delta}{b}}. \quad (15)$$

Размер спекла определяется с помощью спекл-транспаранта [5], установленного на трансляционном двухкоординатном столике. Величина  $\delta$  определялась по уровню  $e^{-1}$  корреляционного сигнала на выходе фотодетектора при перемещении спекл-транспаранта. Погрешность измерения перемещения 1 мкм.

На рис. 2 показана осциллограмма функции корреляции интенсивности спекл-структуры с ее негативным

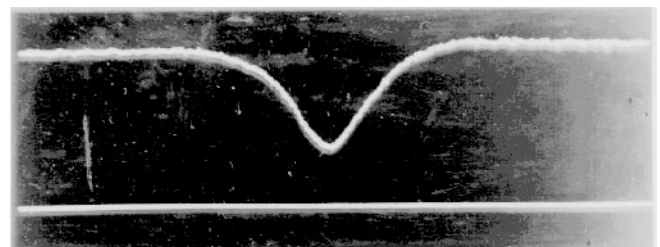


Рис. 2. Осциллограмма функции корреляции интенсивности.

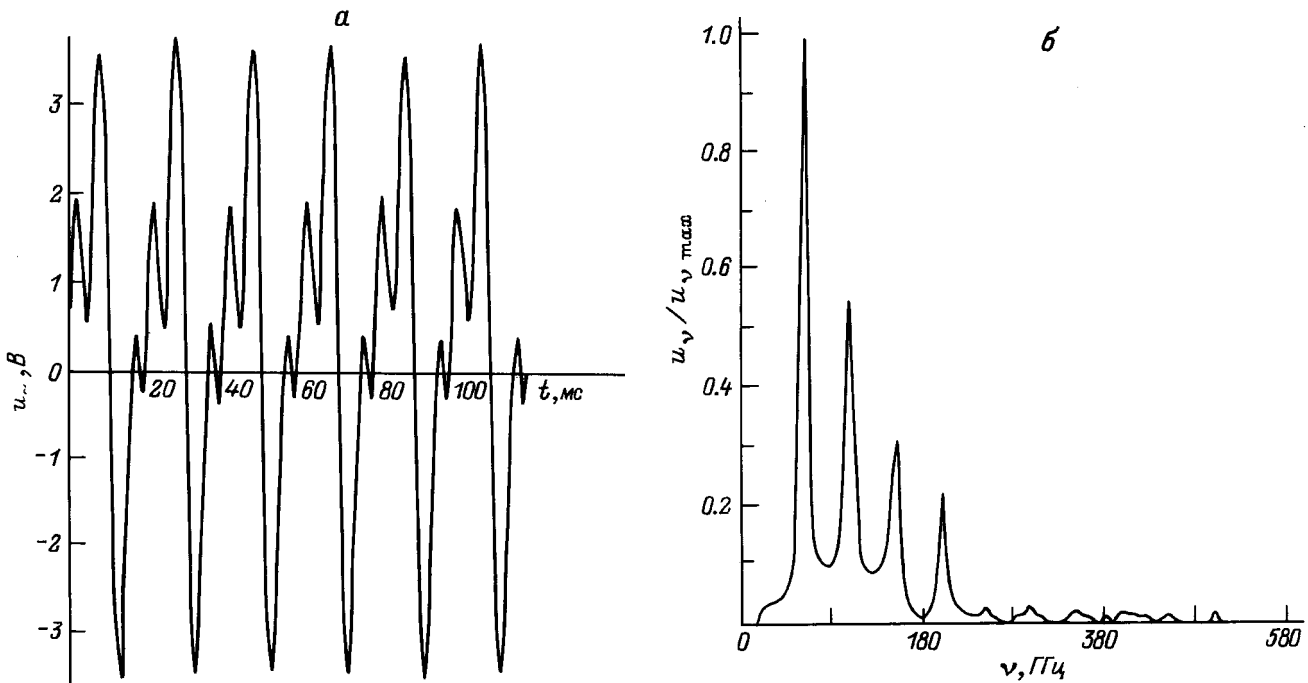


Рис. 3. Осциллограмма фотоэлектрического сигнала колебания двигателя (а) и его спектр (б).

изображением, полученная при перемещении с постоянной скоростью спекл-транспаранта из одного положения полной декорреляции в другое через корреляционный экстремум. В рассматриваемом случае экстремум является минимумом, так как спекл-транспарант является негативом. Нижняя горизонтальная линия записана при выключенном лазере.

Глубина модуляции  $\gamma_i$  для  $i$ -й реализации  $n$  независимых спекл-структур измерялась с помощью цифрового осциллографа при периодическом поперечном смещении фотодиода, установленного на двухкоординатном столике. При измерении размера спекла плоскость диафрагмы совпадала с плоскостью спекл-транспаранта. Амплитуда  $h_0$  контролировалась по цифровому табло индикатора перемещений. Независимость реализации спекл-структуры при очередном измерении  $\gamma_i$  обеспечивалась поперечным перемещением диафрагмы и фотодетектора на величину, превышающую размер спекла  $\delta$ . Среднеквадратичная глубина модуляции определялась по формуле

$$f^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \gamma_i^2. \quad (16)$$

В результате  $n = 10$  измерений величины  $\gamma_i$  при  $h_0 = 0.3$  мм и  $s = 0.9$  мм найденное с помощью формулы (16) среднеквадратичное значение глубины модуляции равнялось  $f = 0.120$ . Теоретическое значение  $f$ , полученное из формулы (15) при  $a = 0.5$  мм и  $b = 5$  мм, равнялось 0.127. Расхождение между экспериментально измеренной величиной и ее теоретическим значением на превышает 6%. Таким образом, для выполнения калибровочных измерений амплитуды угла поворота при

использовании данного метода не требуется приведение колеблющейся поверхности в состояние покоя, что существенно при исследовании колебаний промышленного оборудования с непрерывным циклом работы.

При калибровке спекл-детектора колебаний, например, с круговой диафрагмой необходимо выполнить серию измерений глубины корреляции при различных положениях фотодетектора в плоскости регистрации. Затем, используя формулы (16) и (14), определить  $h_0$  и по формуле (1) определить  $\Theta_0$ . При измеренных  $\gamma_i$  необходимо обеспечить выполнение условия  $s = \text{const}$ .

Рассмотренный метод анализа колебаний применялся для исследования вибраций корпуса электродвигателя с частотой вращения 50 Гц. Результаты исследований показаны на рис. 3. Осциллограмма переменной составляющей электрического сигнала фотодетектора, наблюдаемая на экране персонального компьютера типа IBM, работавшего в режиме осциллографа, приведена на рис. 3, а. На рис. 3, б приведен спектр колебаний, рассчитанный с помощью быстрого преобразования Фурье. Интенсивные линии спектра соответствуют частотам 50, 100, 150 и 200 Гц. Получение пиков соответствует нелинейному процессу колебаний исследуемого участка поверхности корпуса двигателя.

Следует отметить, что рассмотренный метод в отличие от метода, использующего пьезоэлектрические датчики, является бесконтактным, что позволяет исследовать колебания нагретых поверхностей. Возможно также использование метода для исследования колебаний прозрачных сред, которые располагаются между матовым стеклом и фотодетектором. Смещение спеклов в области диафрагмы в этом случае обусловлено рефракцией лазерного излучения в оптически неоднородной среде.

## Список литературы

- [1] Laser speckle and related phenomena. // Ed. J.C. Dainty, Berlin: Springer Verlag, 1975.
- [2] *Ebeling K.J.* // *Optik*. 1979. Vol. 54. N 4. P. 295–314.
- [3] *Scribot A.A.* // *Opt. Commun.* 1974. Vol. 11, N 4. P. 238.
- [4] *Barakat R.* // *Opt. Acta*. 1973. Vol. 20. N 9. P. 729–740.
- [5] *Добридо В.М., Маникало В.В., Пресняков Ю.П.* // *Опт. и спектр.* 1988. Т. 65. Вып. 1. С. 212–214.