

## Краткие сообщения

07

### Одновременная самофокусировка двух лазерных лучей в подпороговом режиме когерентного пленения населенностей

© И.В. Казинец, Б.Г. Матисов, А.Ю. Снегирев

Санкт-Петербургский государственный технический университет,  
195251 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 19 ноября 1996 г.)

Исследовано распространение двухкомпонентного лазерного излучения в среде, состоящей из атомов с  $\Lambda$ -схемой уровней. Рассмотрено явление одновременной самофокусировки двух лучей. Основные черты данного явления: 1) снижение порога самофокусировки на несколько порядков по сравнению с известным случаем насыщения перехода в двухуровневом атоме; 2) сильная зависимость характера распространения излучения от разности отстроек от резонанса двух частотных составляющих поля, связанная с выполнением условия двухфотонного резонанса.

#### Введение

Явление самофокусировки световых лучей в нелинейных средах было открыто достаточно давно [1–3]. Будучи весьма общим нелинейноволновым явлением, оно присутствует не только в оптике, но и в акустике [4–6]. Результаты исследования в модели двухуровневого атома с нелинейной диэлектрической проницаемостью обобщены, например, в [7,8]. В последние годы внимание к явлению самофокусировки привлечено тем обстоятельством, что использование многоуровневых сред для наблюдения этого явления приводит к новым важным особенностям: снижению порога нелинейности [9–11], практически полному отсутствию поглощения в узком диапазоне частот, где наблюдается самофокусировка [12]. Эти эффекты объясняются тем, что в многоуровневых средах имеется возможность квантовой интерференции между различными каналами возбуждения. Вследствие этого при определенных условиях может возникнуть новое стационарное суперпозиционное состояние, скорость распада которого значительно меньше скорости спонтанной релаксации возбужденного уровня. А это приводит к тому, что насыщение в системе возникает при гораздо меньших интенсивностях лазерных лучей, чем в случае двухуровневой системы, что связано с явлением когерентного пленения населенностей (более подробно об этом см. [13]). Согласно теории, самофокусировка должна разрушаться при переходе к надпороговому режиму, поскольку происходит просветление среды, т.е. среда почти не поглощает. Экспериментальное подтверждение этого вывода приведено в работе [14]. Вместе с тем самофокусировка в подпороговом режиме сильно зависит от разности отстроек двух спектральных составляющих поля. Эта зависимость была исследована в [15]. Однако там рассматривался случай, когда фокусируется лишь один луч, тогда как интенсивность другого луча предполагалась постоянной по длине кюветы. В

настоящей работе мы исследуем случай одновременной фокусировки двух лучей, а также рассматриваем процесс разрушения фокусировки двух лучей при увеличении разности отстроек.

#### Основные уравнения

Предположим, что сквозь среду, состоящую из атомов с  $\Lambda$ -схемой уровней, распространяется вдоль оси  $z$  лазерное излучение, содержащее две спектральных составляющих с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  (отстройки от резонанса равны соответственно  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ ) и комплексными амплитудами  $E_1$  и  $E_2$ .

Считаем, что волна  $L$  взаимодействует с атомом только на переходе  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ , а волна 2 — на переходе  $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ .

Укороченные уравнения Максвелла с учетом конечных поперечных размеров лазерного луча имеют вид [15]

$$2ik_m \frac{\partial}{\partial z} E_m + \Delta_{\perp} E_m = -4\pi N k_m^2 d_{m3} \rho_{3m}, \quad m = 1, 2, \quad (1)$$

где  $k_m = \omega_m/c$  — волновые числа,  $N$  — концентрация атомов,  $d_{m3}$  — матричный элемент дипольного момента атома,  $\Delta_{\perp}$  — двумерный поперечный лапласиан

$$\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \quad (2)$$

соответственно в декартовых и цилиндрических координатах. Недиagonальные элементы  $\rho_{3m}$  атомной матрицы плотности находятся из стационарного решения системы кинетических уравнений [13]. Выражения для них приведены в Приложении к работе [15]. Мы предполагаем, что нижние долгоживущие подуровни  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  либо различаются только магнитным квантовым числом, либо принадлежат различным компонентам сверхтонкой структуры, так что  $k_1 \cong k_2 \equiv k$  и мы можем

пренебречь доплеровским уширением двухквантового перехода  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ .

Уравнения (1) должны быть дополнены начальными условиями

$$E_m|_{z=0} = E_{m0} \exp\left(-\frac{r^2}{2R_{m0}^2}\right), \quad m = 1, 2 \quad (3)$$

и граничными условиями

$$E_m|_{r=0} \text{ ограничено; } E_m|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \quad m = 1, 2$$

(мы предполагаем для простоты аксиальную симметрию  $\partial E_m / \partial \varphi = 0$ ).

Сначала рассмотрим случай двухфотонного резонанса

$$\Omega_1 = \Omega_2 \equiv \Omega. \quad (4)$$

Так как по принятому выше предположению частоты и дипольные моменты обоих оптических переходов в  $\Lambda$ -атоме различаются несильно, то полагаем  $\gamma_1 \cong \gamma_2 \equiv \gamma$ . При  $\Omega \gg kV_T$ , где  $V_T^2$  — средний по ансамблю квадрат  $z$ -проекции скорости атомов, получаем уравнения распространения в виде

$$2ik \frac{\partial E_m}{\partial z} + \Delta_{\perp} E_m = -2ik^2 \frac{3\pi}{2} \nu \times \frac{E_m(1+i\eta)}{(1+\eta^2)(1+(|E_1|^2+|E_2|^2)/E_{nl}^2)}, \quad m = 1, 2, \quad (5)$$

где  $\nu = Nk^{-3}$  и  $\eta = \Omega/\gamma$  — безразмерная отстройка.

Квадрат  $E_{nl}^2$  амплитуды светового поля, насыщающего нелинейность, с точностью до численного множителя порядка единицы равен

$$E_{nl}^2 \cong \hbar \Gamma k^3 (1 + \eta^2). \quad (6)$$

Условие  $|E_m|^2 \leq E_{nl}^2$  ( $m = 1, 2$ ) означает, что скорость оптического возбуждения меньше скорости распада низкочастотной когерентности  $\rho_{12}$ , т.е. интенсивность излучения находится под порогом проявления КПН [13]  $U \leq U_c [1 + (\Omega/\gamma)^2]$ ,  $U_c = U_n \Gamma / (2\gamma)$ , где  $U_n$  — интенсивность насыщения оптического перехода.

Качественный анализ решения уравнений (5) может быть произведен на основе теории, развитой в [8]. В первую очередь следует отметить, что самофокусировка возможна лишь при положительной отстройке  $\eta > 0$ . Если квадраты напряженностей поля обеих спектральных компонент на входе в среду не превосходят значения  $E_{nl}^2$ , то нижний порог самофокусировки (соответствующей так называемой критической напряженности волны  $E_{cr}$ ) может быть оценен как

$$E_{cr}^2 = \frac{\hbar \Gamma k^3 (1 + \eta^2)^2}{\eta \nu (k R_{m0})^2}. \quad (7)$$

На характерном пространственном масштабе (длина самофокусировки)

$$l_{sfm} = R_{m0} \left( \frac{(1 + \eta^2) E_{nl}^2}{\eta \nu E_{m0}^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

практически вся интенсивность  $m$ -й спектральной составляющей концентрируется в узкой области вблизи оси луча, т.е. возникает фокус.

Рассмотрим ограничения на начальный радиус лучей. Во-первых, длина самофокусировки должна быть много меньше характерного масштаба поглощения  $l_{sfm} \ll (1 + \eta^2)/(k\nu)$ . Второе ограничение следует из подпорогового по отношению к КПН характера явления  $E_{m0}^2 \ll E_{nl}^2$ . Совместно эти оба условия могут быть записаны в виде

$$\left(\frac{\eta}{\nu}\right)^{\frac{1}{2}} \ll k R_{m0} \ll \eta \left(\frac{\eta}{\nu}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (9)$$

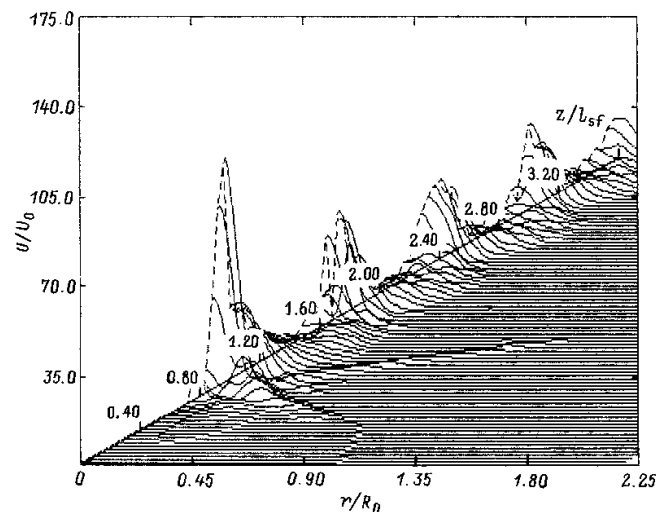
Если излучение принадлежит видимому диапазону и температура газа комнатная, то (15) дает численную оценку

$$50 \left(\frac{p^*}{p} \frac{\Omega}{\Omega^*}\right)^{\frac{1}{2}} \ll k R_{m0} \ll 5 \cdot 10^3 \left[\frac{p^*}{p} \left(\frac{\Omega}{\Omega^*}\right)^3\right]^{\frac{1}{2}}, \quad (10)$$

где  $p^* = 10^{-3}$  Тор,  $\Omega^* = 10^9$  с $^{-1}$ .

Принимая значения  $p \cong 0.03$  Тор,  $\Omega = 10^{10}$  с $^{-1}$ ,  $R_{m0} \cong 0.1$  см,  $\Gamma = 10^5$  с $^{-1}$ , находим, что критической напряженности поля соответствует интенсивность порядка 0.1 мВт/см $^2$ . Если интенсивность лучей на оси пучка на входе в среду составит около 30 мВт/см $^2$ , то излучение сфокусируется на длине около 50 см.

Таким образом, видно, что при прочих равных минимальное значение интенсивности, при которой возможна самофокусировка в подпороговом режиме КПН, снижается по сравнению со случаем обычного насыщения



**Рис. 1.** Зависимость интенсивности  $U$  первого луча от глубины  $z$  и радиуса  $r$  при следующих параметрах излучения и среды:  $\gamma_1 = \gamma_2 = 10^7$  с $^{-1}$ ,  $\Gamma = 0.5 \cdot 10^5$  с $^{-1}$ ,  $\Gamma_{11} = 10^4$  с $^{-1}$ ,  $\Omega_1 - \Omega_2 = 0$ ,  $R_0 = 3 \cdot 10^{-3}$  см,  $k = 10^5$  см $^{-1}$ ,  $N = 10^{14}$  см $^{-3}$ ,  $\frac{1}{2}(\Omega_2 + \Omega_2) = 10^9$  с $^{-1}$ ,  $g_1 = g_2 = 0.7 \cdot 10^8$  с $^{-1}$ ,  $V_T = 0$ , где  $\gamma_m$  — скорость спонтанной релаксации по каналу  $|3\rangle - |m\rangle$ ,  $\Gamma_{11}$  — скорость продольной релаксации между уровнями 1 и 2,  $g_m$  — частота Раби ( $m = 1, 2$ ).

оптического перехода в  $\gamma/\Gamma \cong 10^2-10^4$  раз. Это имеет простое физическое объяснение [13]: в трехуровневой  $\Lambda$ -среде происходит накачка атомов в непоглощающее состояние  $|\Psi_{NC}\rangle$ , из которого атомы уходят благодаря конечной скорости распада когерентной суперпозиции двух низкоэнергетических атомных состояний  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ .

### Результаты численных расчетов

Мы представляем результаты численных расчетов самофокусировки в трехуровневой  $\Lambda$ -среде, выполненных в области параметров  $R_{20} \approx R_{10} = R_0$ ,  $E_{20}^2 \approx E_{10}^2 = E_0^2$ , т.е. когда фокусируются оба луча одновременно. На рис. 1 представлена зависимость интенсивности первого луча от координаты  $r$  и  $z$ . Используется естественное обезразмеривание:  $U(r, z)$  измеряется в единицах  $U_0 \equiv U(0, 0) = |E_0|^2$ ,  $r$  — в единицах  $R_0$ ,  $z$  — в

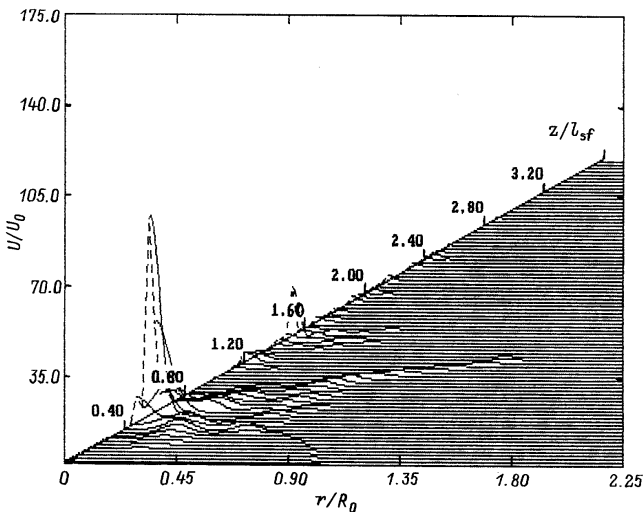


Рис. 2. То же, что и на рис. 1, за исключением  $\Gamma = 10^5 \text{ c}^{-1}$ .

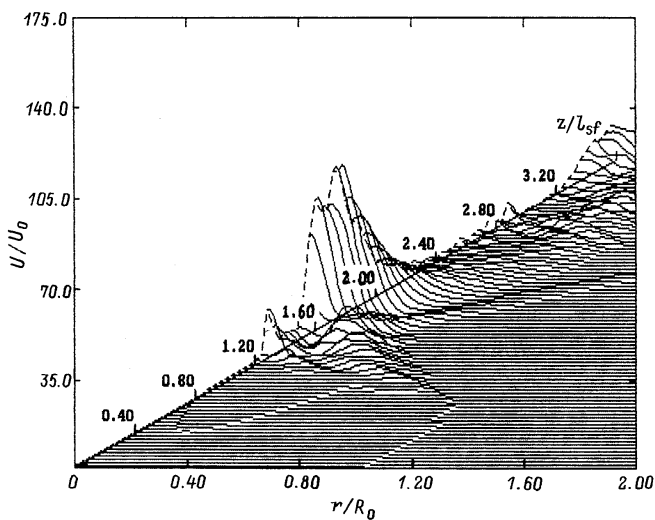


Рис. 3. То же, что и на рис. 1, за исключением  $\Gamma = 10^5 \text{ c}^{-1}$ ,  $g_1 = g_2 = 1.4 \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}$ .

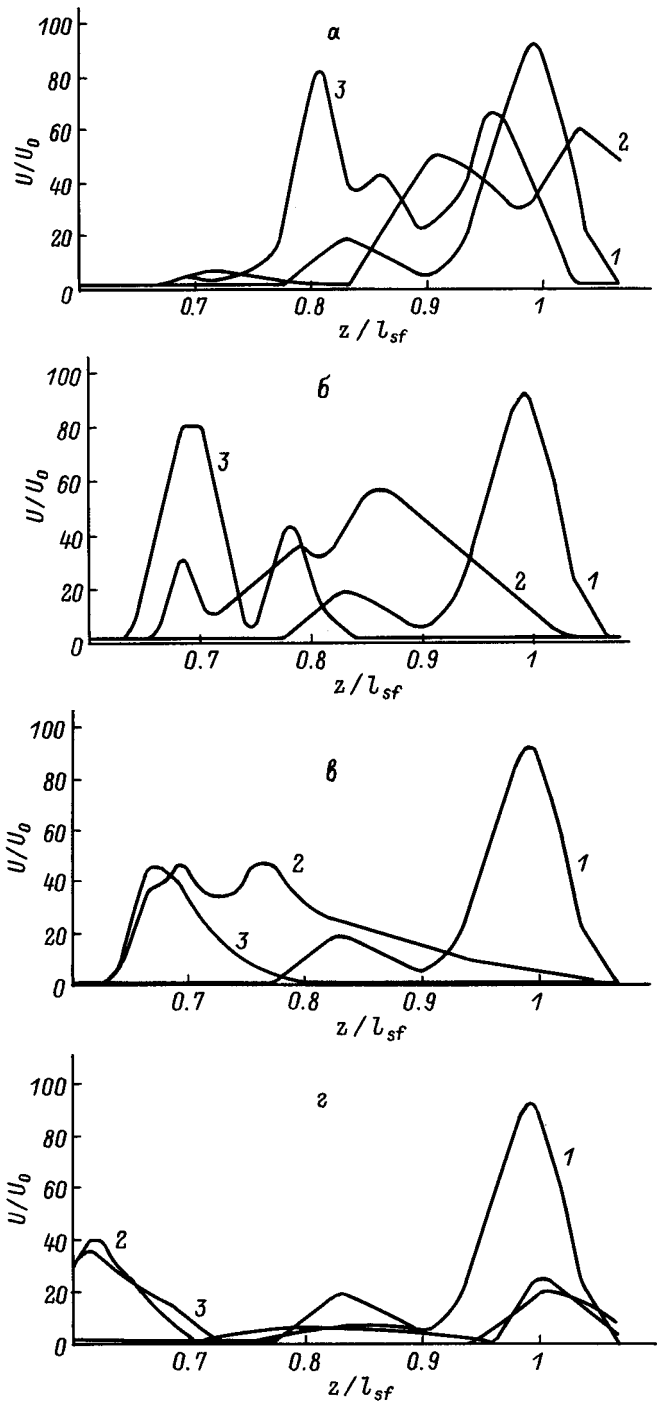
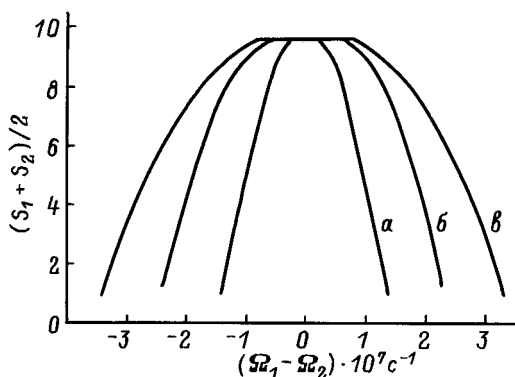


Рис. 4. Зависимость интенсивности излучения на оси лучей от глубины  $z$  в области первого фокуса: 2 — первый луч, 3 — второй луч. Параметры те же, что и на рис. 1, за исключением  $a - \Omega_1 - \Omega_2 = 1 \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}$ ,  $б - \Omega_1 - \Omega_2 = 2 \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}$ ,  $в - \Omega_1 - \Omega_2 = 6 \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}$ ,  $г - \Omega_1 - \Omega_2 = 1 \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$ . Кривая 1 относится к случаю  $\Omega_1 - \Omega_2 = 0$ .

единицах  $l_{sf}$ . Как видно, в первом фокусе при  $z \cong l_{sf}$  интенсивность возрастает на два порядка. Наблюдаются также следующие фокусы. Здесь важно отметить, что



**Рис. 5.** Зависимость средней площади под кривой интенсивности на оси в области первого фокуса от разности отстроек: *а* —  $\Gamma = 0.5 \cdot 10^5$ , *б* —  $1 \cdot 10^5$ , *в* —  $\Gamma = 2 \cdot 10^5 \text{ c}^{-1}$ .

второй луч фокусируется аналогично первому, поэтому суммарная интенсивность двух лучей вдвое больше, чем на рис. 1. При увеличении скорости релаксации когерентности между состояниями  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  в два раза фокусы, начиная со второго, пропадают (рис. 2). Если вместе с увеличением в два раза  $\Gamma$  увеличить частоту Раби обоих лучей в  $\sqrt{2}$  раз, то распределение фокусов не изменится (рис. 1). При дальнейшем увеличении частоты Раби в  $\sqrt{2}$  раз (рис. 3) распределение фокусов меняется даже с учетом изменения масштаба по оси  $z$  (8).

Частотная зависимость интенсивности в первом фокусе имеет симметричную относительно знака разности отстроек зависимость. На рис. 4 представлены зависимости интенсивности полей на оси луча при различных разностях отстроек. Степень разрушения самофокусировки можно оценить по средней площади под кривой интенсивности на оси в районе первого фокуса. Из рис. 5 видно, что зависимость средней площади от разности отстроек имеет резонансную форму и характеризуется полушириной  $\delta\omega_{sf}$  на половине высоты. Численный счет дает величину  $\delta\omega_{sf} \approx 200\Gamma$ .

Таким образом, на основе численных расчетов можно сделать следующие выводы: 1) в подпороговом режиме КПН возможна одновременная самофокусировка двух лучей при снижении порога фокусировки в  $\gamma/\Gamma$  раз по сравнению со случаем насыщения оптического перехода [8]; 2) при одновременной самофокусировке: а) фокусирующие свойства среды проявляются более ярко (в районе фокусов интенсивность более чем вдвое выше, чем при фокусировке одного луча [15]), б) имеется возможность получения необходимой структуры фокусов при изменении интенсивностей и отстроек лучей, в) существует резкая зависимость пространственного распределения световой интенсивности от разности отстроек от резонанса двух лазерных полей (при изменении отстройки одного из лучей на несколько процентов от средней отстройки самофокусировка пропадает (рис. 5)).

Данная работа частично поддержана грантом № 5-5.5-139 Госкомитета Российской Федерации по высшему образованию.

### Список литературы

- [1] Таланов В.И. // Письма в ЖЭТФ. 1965. Т. 2. Вып. 5. С. 218–219.
- [2] Луговой В.Н. // ДАН СССР. 1967. Т. 179. № 1. С. 58–61.
- [3] Kelley P.I. // Phys. Rev. Lett. 1965. Vol. 15. N 26. P. 1005–1008.
- [4] Аскарьян Г.А. // Письма в ЖЭТФ. 1966. Т. 4. Вып. 4. С. 144–147.
- [5] Аскарьян Г.А., Пустовойт В.И. // ЖЭТФ. 1970. Т. 58. Вып. 2. С. 647–650.
- [6] Аскарьян Г.А. // Письма в ЖЭТФ. 1971. Т. 13. Вып. 7. С. 395–396.
- [7] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1992. 660 с.
- [8] Луговой В.Н., Прохоров А.М. // УФН. 1973. Т. 111. № 2. С. 203–247.
- [9] Матисов Б.Г., Мазец И.Е. // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20. Вып. 4. С. 16–20.
- [10] Matisov B., Windholz L. // Abstracts of 5<sup>th</sup> Europ. Quant. Electronics. Conf. Amsterdam, 1994. P. 85.
- [11] Акопян Д.Г., Мурадян А.Ж. // Оптическая ориентация атомов и молекул. Сб. ФТИ. 1990. Вып. 2. С. 162–171.
- [12] Rathe U., Fleischhauer M., Zhu S.Y. et al. // Phys. Rev. A. 1993. Vol. 47. N 6. P. 4994–5002.
- [13] Агапьев Б.Д., Горный М.Б., Матисов Б.Г. // УФН. 1993. Т. 163. № 9. С. 1–37.
- [14] Jain M., Merrian A.J., Kasapi A. et al. // Phys. Rev. Lett. 1995. Vol. 75. N 24. P. 4385–4388.
- [15] Матисов Б.Г., Мазец И.Е., Снегирев А.Ю. // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 7. С. 124–133.