

12 Об эффективности расталкивания электромагнитных катушек с учетом ограничений по прочности и уровню магнитного поля

© В.В. Филатов

Научно-исследовательский институт электрофизической аппаратуры им. Д.В. Ефремова, 189631 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 9 сентября 1995 г. В окончательной редакции 18 декабря 1995 г.)

Силовые устройства, основанные на электромагнитном взаимодействии катушек, как правило, отличаются компактностью и простотой в управлении. Для повышения эффективности такого устройства предпочтительна силовая схема расталкивания катушек. Одним из основных ограничений при выборе параметров напряженных электромагнитных систем является ограничение по прочности. В случае использования сверхпроводниковых катушек возникает ряд дополнительных ограничений, например, на максимальный уровень магнитного поля в сечении катушек. Рассматриваются вопросы оптимизации размеров электромагнитной системы силового устройства, состоящей из двух одинаковых соосных кольцевых катушек прямоугольного сечения со встречными токами, с учетом ограничений по прочности и уровню магнитного поля.

Введение

Силовые устройства, основанные на электромагнитном взаимодействии катушек, как правило, отличаются компактностью и простотой в управлении. К таким устройствам относится, например, сверхпроводящий электромагнитный пресс [1], предназначенный для продолжительных механических испытаний образцов. Для повышения эффективности и надежности такого устройства предпочтительна силовая схема расталкивания катушек [2].

Одним из основных ограничений при выборе параметров напряженных электромагнитных систем является ограничение по прочности. В случае использования сверхпроводниковых катушек возникает ряд дополнительных ограничений. Например, минимально возможный внутренний радиус катушки определяется типом сверхпроводниковой шины по предельно допустимой деформации изгиба сверхпроводника, а средняя плотность тока в сечении катушки — по номинальному току в шине, который не может превосходить критическое значение. Кроме того, максимум магнитного поля в сечении катушек также ограничен предельным значением, при котором шина теряет сверхпроводящие свойства.

Данная работа посвящена оптимизации размеров электромагнитной системы силового устройства, состоящей из двух одинаковых соосных кольцевых катушек прямоугольного сечения со встречными токами.

Эффективность взаимодействия электромагнитных катушек

На рис. 1 показана геометрия электромагнитной системы, состоящей из двух одинаковых соосных кольцевых катушек прямоугольного сечения со встречными токами. Для многovitковых катушек плотность тока постоянна по сечению.

В теории соленоидов [3–6] принято использовать безразмерные величины, отнесенные к внутреннему радиусу катушки r_{in} и средней плотности тока j в сечении катушки:

$$\alpha = r_{out}/r_{in},$$

где r_{out} — наружный радиус катушки,

$$v = V/r_{in}^3,$$

где V — объем катушки,

$$\beta = b/r_{in} = v/[\pi(\alpha^2 - 1)],$$

где b — осевая ширина катушки,

$$\delta = \Delta/(2r_{in}),$$

где Δ — осевой зазор между катушками,

$$\sigma^* = \sigma / [\mu_0(jr_{in})^2],$$

где σ — максимальное механическое напряжение в катушке, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — абсолютная магнитная проницаемость,

$$B^* = B/(\mu_0 jr_{in}),$$

где B — максимальная магнитная индукция на проводнике,

$$F^* = F / [\mu_0(jr_{in}^2)^2],$$

где F — полное расталкивающее усилие между катушками.

Сила электромагнитного взаимодействия катушек может быть рассчитана аналитически, в рядах [3,7]. Однако при некоторых размерах системы ряды сходятся очень медленно и в этом случае рекомендуется численный расчет путем замены катушки системой с большим числом тонких витков.

Сила взаимодействия токов тем больше, чем ближе проводники, поэтому при заданных поперечных сечениях катушек и токах сила их расталкивания (если

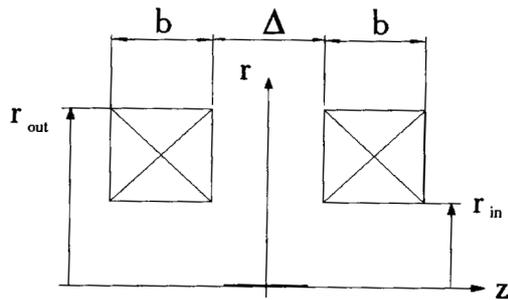


Рис. 1. Геометрия электромагнитной системы.

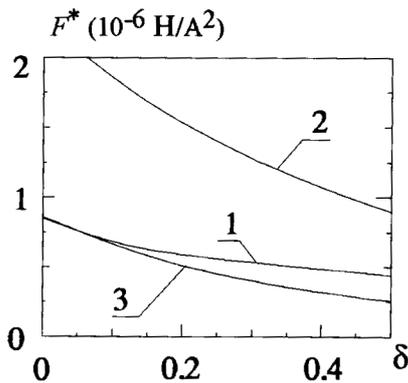


Рис. 2. Зависимость $\mu_0 F^*$ от δ для $\nu = 4\pi$. β : 1 — 0,1, 2 — 0,5, 3 — 2,5.

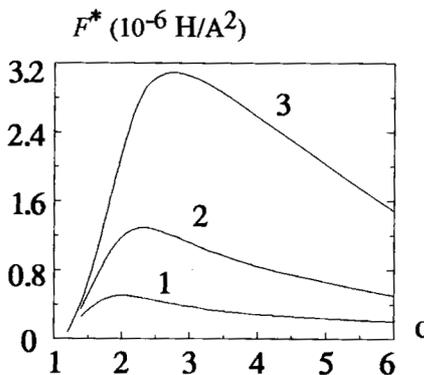


Рис. 3. Зависимость $\mu_0 F^*$ от α . ν : 1 — 4, 2 — 8, 3 — 16.

токи встречные) повышается при сближении катушек, при увеличении их наружного диаметра и уменьшении толщины катушек.

Для снижения стоимости сверхпроводящей магнитной системы объем катушек должен быть минимально возможным при заданном усилии. Поэтому система имеет оптимальные размеры, если для заданного $\nu = \text{const}$ усилии F^* максимально. На рис. 2 показана зависимость $\mu_0 F^*$ от δ для катушек равного объема $\nu = 4\pi$. Наибольшее усилии достигается при отсутствии осевого зазора

между катушками ($\delta = 0$). Ниже рассматривается именно этот случай.

При $\nu = \text{const}$ зависимость $F_v^*(\alpha)$ имеет максимум (рис. 3). Это объясняется при $j = \text{const}$ снижением полного тока для больших значений α (тонкие "шайбы") и быстрым ростом среднего расстояния между катушками для малых α (длинные соленоиды). При заданном усилии F^* оптимальные значения α_0 и $\beta_0 = \nu / [\pi(\alpha_0^2 - 1)]$ соответствуют минимальному расходу сверхпроводника, наименьшей запасенной энергии и наименьшему нагреву катушек при аварийном выводе энергии.

Механические напряжения в катушках

Для плоских тонких проводящих "шайб" механические напряжения от электромагнитных нагрузок резко возрастают по сравнению с длинными соленоидами, имеющими те же сечения и токи. Таким образом, существуют оптимальные размеры системы, которые обеспечивают наибольшее усилии расталкивания катушек при заданном предельном уровне механических напряжений.

Вопросы прочности соленоидов изучены достаточно подробно [8,9]. Однако система со встречными токами имеет особенности, связанные с наличием между ними большой радиальной компоненты поля и сложной конфигурацией силовых магнитных линий. Поэтому в данном случае несправедливы аналитические зависимости, которые обычно используются для оценочных расчетов соленоидов на прочность, и требуются численные решения совместной задачи расчета магнитного поля и напряженно деформированного состояния в сечении катушек.

Для решения подобных задач автором разработан вычислительный код STRENG. Для расчета поля в проводнике здесь используется метод эллиптических интервалов [10], позволяющий избежать заметной погрешности, которую дают в этой области другие методы. На основе полученного распределения электромагнитной нагрузки решается задача упругости при граничных условиях, которые соответствуют отсутствию радиальных механических напряжений на внутреннем и наружном радиусе монолитной катушки [3].

Система уравнений для радиальной r и окружной φ составляющих механических напряжений σ в элементе объема катушки имеет вид

$$\sigma_\varphi = \frac{E}{1 - \mu^2} \left(\mu \frac{du}{dr} + \frac{u}{r} \right),$$

$$\sigma_r = \frac{E}{1 - \mu^2} \left(\frac{du}{dr} + \mu \frac{u}{r} \right),$$

где u — радиальное перемещение элемента, E — модуль упругости (Юнга), μ — коэффициент Пуассона материала проводника.

Из условия равновесия элемента следует

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} + \frac{f_r}{E} (1 - \mu^2) = 0, \quad (1)$$

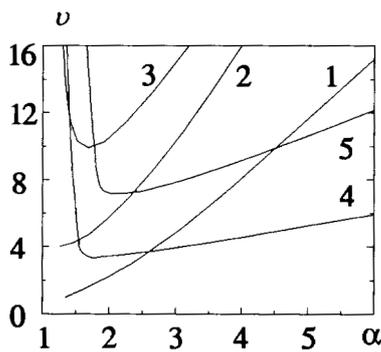


Рис. 4. Зависимости σ^* и F^* от α и ν для $\nu = 4\pi$. σ^* : 1 — 0.032, 2 — 0.11, 3 — 0.21; F^* : 4 — 0.28, 5 — 0.80.

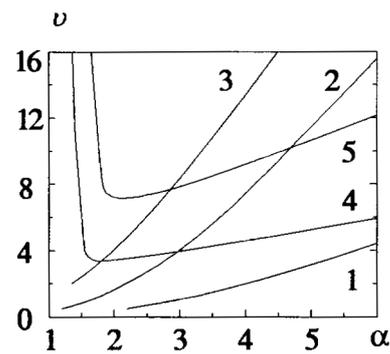


Рис. 5. Зависимости B^* и F^* от α и ν . B^* : 1 — 0.040, 2 — 0.14, 3 — 0.28; F^* : 4 — 0.28, 5 — 0.80.

где $f_r = jB_z$ — распределенная объемная радиальная электромагнитная сила (на единицу объема), j — плотность тока в элементе катушки.

Численное решение дифференциального уравнения (1) производится методом конечных разностей при крайних условиях

$$\sigma_r(r_{in}) = 0; \quad \sigma_r(r_{out}) = 0,$$

где r_{in} и r_{out} — соответственно внутренний и наружный радиусы катушки.

Осевые механические напряжения в расталкивающих катушках

$$\sigma_z = \frac{F}{\pi r_{in}^2 (\alpha^2 - 1)}$$

максимальны на противоположных торцах катушек. Эквивалентные напряжения составляют

$$\sigma = \sqrt{\sigma_\varphi^2 + \sigma_z^2 + \sigma_\varphi \sigma_z},$$

а поиск их максимума проводится по всей ширине катушки.

На рис. 4 показаны зависимости $\sigma_v^*(\alpha)$ при $\nu = \text{const}$. На этом же рисунке проведены изолинии $F^* = \text{const}$. Рабочая точка соответствует точке пересечения изолинии заданного значения F^* с изолинией предельно допустимых напряжений $\sigma^* = [\sigma]/(\mu_0 j^2 r_{in}^2)$, либо, если они не пересекаются, оптимальному значению α_0 из рис. 3.

Уровень магнитного поля на сверхпроводнике

Особенностью сверхпроводящих катушек является дополнительное ограничение на величину магнитного поля в сечении катушки при заданной плотности тока. Такое ограничение следует учитывать при определении наиболее эффективных размеров системы.

На рис. 5 показаны зависимости $B_v(\alpha)$, а также изолинии $F^* = \text{const}$. Если в рабочей точке, выбранной из

рис. 4, магнитное поле больше предельно допустимого поля $[B]$ для данного сверхпроводника при заданной плотности тока $j = \text{const}$, то рабочую точку следует выбрать из рис. 5 на пересечении изолиний F^* и $B^* = [B]/(\mu_0 j r_{in})$. Можно отметить, что максимальное поле B зависит от j слабее, чем σ , поэтому при $B > [B]$ целесообразно снизить плотность тока j , увеличивая объем обмотки V так, чтобы рабочие точки на рис. 4 и 5 совпали.

Заключение

Для расчета электромагнитных сил и механических напряжений в катушках разработан численный код STRENG. Рассчитанные зависимости позволяют правильно выбрать размеры системы из двух одинаковых кольцевых соосных катушек прямоугольного сечения со встречными токами, обеспечивающие заданную силу расталкивания при наличии ограничений по прочности и магнитной индукции на проводнике.

Размеры катушек и распределение тока, оптимальные по условию максимума силы взаимодействия катушек, существенно отличаются соответственно от размеров катушек и распределения тока, оптимальных по условию максимума поля на оси магнитной системы. Возможности дальнейшей оптимизации электромагнитной системы связаны с секционированием катушки по радиусу и перераспределением плотности тока к наружным секциям, у которых больше индуктивность и запасенная энергия.

Список литературы

- [1] Akopjan D.G., Bondarchuk E.N., Chvartatsky R.V. et al. // IEEE Trans. on Magn. 1992. Vol. 28. N 1. P. 613–615.
- [2] Филатов В.В. Препринт НИИЭФА // ЦНИИАтоминформ. № 0929. М., 1994. 18 с.
- [3] Карасик В.Р. Физика и техника сильных магнитных полей. М.: Наука, 1964. 347 с.
- [4] Монтгомери Д. Получение сильных магнитных полей с помощью соленоидов. М.: Мир, 1971. 359 с.

- [5] *Паркинсон Д., Малхолл Б.* Получение сильных магнитных полей. М.: Атомиздат, 1971. 199 с.
- [6] *Filatov V.V.* // Proc. of the Intern. Conf. on Open Plasma Confinement Systems for Fusion. Singapore: World Scientific, 1994. P. 561–577.
- [7] *Dwight H.B.* Electrical Coils and Conductors. London, 1945.
- [8] *Кузнецов А.А.* // ЖТФ. 1960. Т. 30. Вып. 5. С. 592–598.
- [9] *Carden P.O.* // J. Sci. Instr. Series 2. 1968. P. 437–450.
- [10] *Алиевский Б.Л., Орлов В.Л.* Расчет параметров магнитных полей осесимметричных катушек. М.: Энергоатомиздат, 1983. 112 с.