

01;03

## О влиянии гетерогенных химических реакций на скорость скольжения неоднородной многокомпонентной газовой смеси

© Е.И. Алехин, И.Н. Головкина, Ю.И. Яламов

Московский педагогический университет,  
107005 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 4 декабря 1995 г.)

При построении теории термодиффузиофореза летучих аэрозольных частиц необходимо иметь граничные условия для касательной компоненты скорости, в которых учитывалось бы наличие гетерогенных химических реакций. В настоящее время имеется ряд работ, авторами которых получены такого рода условия [1-3]. В работе [1] для результатов получены аналитические выражения, однако для вычислений авторами был использован фактически метод Максвелла, точность которого невелика. В работах [2,3] авторы воспользовались методом сращиваемых асимптотических разложений, что не позволило получить достаточно простых аналитических выражений. В настоящей работе скорость скольжения вычислена методом Лоялки. Для коэффициентов скольжения получены аналитические выражения, приведены результаты численных расчетов. Показано, что при наличии градиентов концентраций компонент газовой смеси вдоль поверхности частицы в скорости скольжения могут возникнуть новые слагаемые, обусловленные изменением коэффициента "прилипания" вдоль поверхности катализатора. Приведены выражения для этих слагаемых в конечном виде.

### Постановка задачи

Вывод макроскопических граничных условий для уравнений газовой динамики должен основываться на решении кинетических уравнений в слое Кнудсена [4-8].

Рассмотрим движение неоднородной по температуре и концентрации  $N$ -компонентной газовой смеси вблизи плоской поверхности катализатора. Выберем ось  $Ox$  нормально к этой поверхности, ось  $Oy$  направим вдоль заданных градиентов температуры смеси ( $dT/dy$ ) и относительных концентраций компонент ( $dc_i/dy$ ). Газ заполняет полупространство  $x > 0$ .

Для описания течения газовой смеси в слое Кнудсена будем использовать уравнение Больцмана [9]

$$v_i \nabla f_i = \sum_j \int (f'_i f'_j - f_i f_j) g b db d\varepsilon d^3 v_i, \quad (1)$$

где  $f_i$  — функция распределения молекул  $i$ -ой компоненты,  $\mathbf{g}$  — относительная скорость сближения двух молекул,  $b$  — прицельный параметр столкновения,  $\varepsilon$  — азимутальный угол,  $v_i$  — скорость движения молекулы.

На практике обычно приходится иметь дело с такими смесями, в которых относительные перепады температуры, концентраций компонент и среднемассовой скорости на длине свободного пробега значительно меньше единицы. Скорость же гетерогенной реакции лимитируется медленными процессами диффузии компонент смеси к поверхности. При этих условиях можно линеаризовать функции распределения  $f_i$  около локальной максвелловской функции распределения

$$f_i = f_{i0}(1 + \varphi_i), \quad (2)$$

где

$$f_{i0} = n_i \left( \frac{m_i}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left( -\frac{m_i V_i^2}{2kT} \right), \quad (3)$$

$\varphi_i$  — малая добавка к максвелловской функции распределения, пропорциональная первым степеням градиентов скорости, температуры и концентрации.

Подставив (2) в (1), получим следующую систему линеаризованных кинетических уравнений:

$$v_{xi} f_{i0} \frac{d\varphi_i}{dx} + v_{yi} f_{i0} \left( \frac{1}{c_i} \left( \frac{dc_i}{dy} \right) - S_{3/2}^1 \left( \frac{d \ln T}{dy} \right) \right) = - \sum_j n_j n_j I_{ij} (\varphi_i + \varphi_j), \quad (4)$$

где

$$I_{ij}(\varphi_i + \varphi_j) = \frac{1}{n_i n_j} \int f_{i0} f_{j0} (\varphi_i + \varphi_j - \varphi'_i - \varphi'_j) g b db d\varepsilon d^3 v_i$$

— линеаризованный интеграл столкновений [9],  $S_{3/2}^1 = 5/2 - w_i^2$  — полином Сонина порядка 3/2 [9],  $w_i = \sqrt{m_i/2kT} v_i$  — приведенная скорость движения молекул.

### Вычисление коэффициентов скольжения

Для определения скорости скольжения необходимо решить систему уравнений (4) с учетом кинетических граничных условий. На большом расстоянии от поверхности решение системы уравнений (4) имеет следующий вид:

$$\varphi_{i\infty} = \left( \frac{2m_i}{kT} \right)^{1/2} w_{yi} U(x) + \varphi_i^{CE}(w_i), \quad (5)$$

где  $\varphi_i^{CE}(w_i)$  — функция Чепмена–Энскога [9]

$$\varphi_i^{CE}(w_i) = \frac{1}{n} w_{yi} A_i(w_i) \left( \frac{d \ln T}{dy} \right) + \frac{1}{n} w_{yi} \sum_j C_i^j(w_i) \left( \frac{dc_j}{dy} \right) + \frac{1}{n} w_{xi} w_{yi} B_i(w_i) \left( \frac{dU}{dx} \right). \quad (6)$$

Здесь  $A_i(w_i)$ ,  $C_i^j(w_i)$ ,  $B_i(w_i)$  — тепловые, диффузионные и вязкостные функции [9];  $U(x=0)$  — искомая скорость скольжения. В функции распределения (6) удержаны лишь те слагаемые, которые дают ненулевой вклад в скорость скольжения. Решая задачу методом Лоялки [10], полагаем, что функция распределения падающих молекул на нижней границе слоя Кнудсена ( $x=0$ ) может быть представлена в следующей форме:

$$\varphi_i^- = \left( \frac{2m_i}{kT} \right)^{1/2} w_{yi} \beta + \frac{1}{n} w_{yi} A_i(w_i) \left( \frac{d \ln T}{dy} \right) + \frac{1}{n} w_{yi} \sum_j C_i^j(w_j) \left( \frac{dc_j}{dy} \right) + \frac{1}{n} w_{xi} w_{yi} B_i(w_i) \left( \frac{dU}{dx} \right), \quad (7)$$

где  $\beta$  — некоторая неизвестная величина.

Функцию распределения молекул, летящих от поверхности катализатора, при наличии гетерогенных химических реакций запишем в виде следующей суммы [11]:

$$f_i^+ = f_i' + f_i'', \quad (8)$$

где первое слагаемое в правой части (8) описывает молекулы, образовавшиеся в результате химической реакции, а второе — молекулы, отраженные от границы раздела фаз.

Будем считать, что молекулы, образующиеся в результате химических реакций, вылетают с поверхности диффузно, тогда  $f_i'$  можно представить в следующем виде [11]:

$$f_i' = \alpha_i^- n_i' \left( \frac{m_i}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left( -\frac{m_i V_i^2}{2kT} \right) = \alpha_i^- (1 + \nu_i') f_{i0}, \quad (9)$$

где  $n_i'$  — концентрация молекул, образовавшихся в результате химической реакции;  $\nu_i' = (n_i' - n_{i0})/n_{i0}$ ,  $\alpha_i^-$  — коэффициент "прилипания", характеризующий интенсивность процессов адсорбции.

Он представляет собой вероятность того, что молекула, упав на поверхность катализатора, не отразится обратно в газ. Функцию распределения отраженных молекул выберем следующим образом:

$$f_i'' = (1 - \alpha_i^-) q_i n_{is} \left( \frac{m_i}{2\pi kT_{is}} \right)^{3/2} \exp \left( -\frac{m_i V_i^2}{2kT_{is}} \right) + (1 - \alpha_i^-) (1 - q_i) f_i^-. \quad (10)$$

Здесь первое слагаемое описывает молекулы, отраженные диффузно, второе — молекулы, отраженные зеркально;  $q_i$  — коэффициенты аккомодации тангенциального

импульса;  $T_{is}$  и  $n_{is}$  — температура и концентрация диффузно отраженных молекул  $i$ -компоненты. Линеаризуем функцию распределения (8) около  $f_{i0}$  с учетом (9), (10). В результате будем иметь

$$f_i^+ = f_{i0} (1 + \varphi_i^+), \quad (11)$$

где

$$\varphi_i^+ = \alpha_i^- \nu_i' + (1 - \alpha_i^-) q_i (\nu_{is} - S_{1/2}^1 \tau_{is}) + (1 - \alpha_i^-) (1 - q_i) \hat{R}_x \varphi_i^-, \quad (12)$$

$S_{1/2}^1 = 3/2 - w_i^2$  — полином Сонина порядка 1/2 [9];  $\hat{R}_x$  — оператор, меняющий знак  $x$ -й компоненты скорости при отражении от поверхности;  $\nu_{is} = (n_{is} - n_{i0})/n_{i0}$ ;  $\tau_{is} = (T_{is} - T)/T$ .

Умножая уравнения (4) на  $m_i w_i$ ,  $B_i w_{xi} w_{yi}$ , интегрируя по всему пространству скоростей и суммируя по  $i$ , имеем

$$\frac{d}{dx} \sum_i (w_{xi} w_{yi}, \varphi_i) = 0,$$

$$\frac{d}{dx} \sum_i \sqrt{\frac{2kT}{m_i}} (w_{xi}^2 w_{yi} B_i, \varphi_i) = \frac{2}{n} \sum_i m_i (w_{xi} w_{yi}, \varphi_i),$$

где круглые скобки обозначают моменты от функции распределения

$$(P(w_{xi}, w_{yi}), \varphi_i) = \int P(w_{xi}, w_{yi}) f_{i0} \varphi_i d^3 v_i.$$

Проинтегрировав по  $x$ , на поверхности раздела фаз ( $x=0$ ), получим

$$\sum_i (w_{xi} w_{yi}, \varphi_i) = \text{const},$$

$$\sum_i \sqrt{\frac{2kT}{m_i}} (w_{xi}^2 w_{yi} B_i, \varphi_i) = \text{const}. \quad (13)$$

Выражение (13) представляет собой систему линейных алгебраических уравнений относительно  $\beta$  и  $U$ . При вычислении интегралов, входящих в (13), удержим, как обычно, в разложениях по полиномам Сонина тепловых и диффузионных функций два слагаемых, а вязкостных — одно

$$A_i \approx w_i a_{i0} + w_i a_{i1} S_{3/2}^1,$$

$$C_i^j \approx w_i c_{i0}^j + w_i c_{i1}^j S_{3/2}^1, \quad \hat{B}_i \approx w_i^0 b_{i0}.$$

Решив систему уравнений (13), найдем скорость скольжения  $U$ . Запишем ее в следующем виде:

$$U = \frac{\eta}{\rho} K_{Ts} \left( \frac{d \ln T}{dy} \right) + \sum_j D_{1j} K_{Ds}^j \left( \frac{dc_j}{dy} \right) + \lambda K_{Ms} \left( \frac{dU}{dx} \right), \quad (14)$$

где  $\eta/\rho$  — вязкость газа;  $D_{1j}$  — коэффициент многокомпонентной диффузии 1-й и  $j$ -й компонент;  $\lambda$  — средняя длина свободного пробега молекул газа;  $K_{Ts}$ ,

$K_{D_s}^j$ ,  $K_{M_s}$  — коэффициенты теплового, диффузионного и изотермического скольжения

$$\eta/\rho K_{T_s} = -\frac{1}{n} \sqrt{\frac{kT}{8}} \frac{1}{\sum_i n_i b_{i0}} \times \left\{ \Omega_{T_s}^1(\alpha_i^-) + \frac{\Omega_{T_s}^2(\alpha_i^-) \Omega_{T_s}^3(\alpha_i^-)}{\Omega_{T_s}^4(\alpha_i^-)} \right\}, \quad (15)$$

$$D_{1j} K_{D_s}^j = -\frac{1}{n} \sqrt{\frac{kT}{8}} \frac{1}{\sum_i n_i b_{i0}} \times \left\{ \Omega_{D_s}^1(\alpha_i^-) + \frac{\Omega_{D_s}^2(\alpha_i^-) \Omega_{D_s}^3(\alpha_i^-)}{\Omega_{D_s}^4(\alpha_i^-)} \right\}, \quad (16)$$

$$\lambda K_{M_s} = -\frac{1}{n} \sqrt{\frac{kT}{2\pi}} \frac{1}{\sum_i n_i b_{i0}} \times \left\{ \Omega_{M_s}^1(\alpha_i^-) + \frac{(\Omega_{M_s}^2(\alpha_i^-))^2}{\Omega_{M_s}^3(\alpha_i^-)} \right\}, \quad (17)$$

где

$$\Omega_{T_s}^1(\alpha_i^-) = \sum_i \frac{n_i}{\sqrt{m_i}} (a_{i0} - a_{i1}) b_{i0} (1 - (1 - q_i)(1 - \alpha_i^-)),$$

$$\Omega_{T_s}^2(\alpha_i^-) = \sum_i n_i b_{i0} (1 + (1 - q_i)(1 - \alpha_i^-)),$$

$$\Omega_{T_s}^3(\alpha_i^-) = \sum_i n_i \left( a_{i0} - \frac{a_{i1}}{2} \right) (1 - (1 - q_i)(1 - \alpha_i^-)),$$

$$\Omega_{T_s}^4(\alpha_i^-) = \Omega_{D_s}^4(\alpha_i^-) = \sum_i \sqrt{m_i} n_i (1 - (1 - q_i)(1 - \alpha_i^-)),$$

$$\Omega_{D_s}^1(\alpha_i^-) = \sum_i \frac{n_i}{\sqrt{m_i}} (c_{i0}^j - c_{i1}^j) b_{i0} (1 - (1 - q_i)(1 - \alpha_i^-)),$$

$$\Omega_{D_s}^2(\alpha_i^-) = \sum_i n_i b_{i0} (1 + (1 - q_i)(1 - \alpha_i^-)),$$

$$\Omega_{D_s}^3(\alpha_i^-) = \sum_i n_i \left( c_{i0}^j - \frac{c_{i1}^j}{2} \right) (1 - (1 - q_i)(1 - \alpha_i^-)),$$

$$\Omega_{M_s}^1(\alpha_i^-) = \sum_i \frac{n_i b_{i0}}{\sqrt{m_i}} (1 + (1 - q_i)(1 - \alpha_i^-)),$$

$$\Omega_{M_s}^2(\alpha_i^-) = \sum_i n_i b_{i0} (1 + (1 - q_i)(1 - \alpha_i^-)),$$

$$\Omega_{M_s}^3(\alpha_i^-) = \frac{4}{\pi} \sum_i \sqrt{m_i} n_i (1 - (1 - q_i)(1 - \alpha_i^-)).$$

В неоднородной газовой смеси вдоль поверхности частицы существуют градиенты концентрации и температуры. Это приводит к тому, что величина коэффициента "прилипания" непостоянна, а значит, возникает дополнительное слагаемое в скорости скольжения. Вычислим его. Предположим, что относительные перепады температуры и концентраций вдоль поверхности малы. Учитывая,

что коэффициент "прилипания"  $\alpha_i^-$  зависит от концентраций компонент смеси от температуры поверхности, и удерживая члены нулевого и первого порядка, получим

$$\alpha_i^- = \alpha_{i0}^- (c_{i0}, \dots, c_{N0}, T_0) + \frac{\partial \alpha_i^-}{\partial c_1} \Delta c_1 + \dots + \frac{\partial \alpha_i^-}{\partial c_N} \Delta c_N + \frac{\partial \alpha_i^-}{\partial T} \Delta T, \quad (18)$$

где  $\alpha_{i0}^-$  — коэффициент "прилипания" в некоторой точке поверхности.

Подставив (18) в (15)–(17), будем иметь

$$K_{T_s} = K_{T_s}^0 + K_{T_s}^1,$$

$$K_{D_s}^1 = K_{D_s}^{j0} + K_{D_s}^{j1},$$

$$K_{M_s} = K_{M_s}^0 + K_{M_s}^1,$$

где  $K_{T_s}^0$ ,  $K_{D_s}^{j0}$ ,  $K_{M_s}^0$  получены из формул (15)–(17) подстановкой  $\alpha_{i0}^-$  вместо  $\alpha_i^-$ .

Коэффициенты  $K_{T_s}^1$ ,  $K_{D_s}^{j1}$ ,  $K_{M_s}^1$  описывают поправку первого порядка к скорости скольжения, связанную с неоднородностью коэффициентов  $\alpha_i^-$  вдоль поверхности катализатора, и имеют следующий вид:

$$K_{T_s}^1 = -\frac{1}{n} \sqrt{\frac{kT}{8}} \frac{1}{\sum_i n_i b_{i0}} \left\{ \Delta \Omega_{T_s}^1 + \frac{\Omega_{T_s}^2(\alpha_{i0}^-) \Delta \Omega_{T_s}^3 + \Omega_{T_s}^3(\alpha_{i0}^-) \Delta \Omega_{T_s}^2 - \Omega_{T_s}^2(\alpha_{i0}^-) \Omega_{T_s}^3(\alpha_{i0}^-) \Delta \Omega_{T_s}^4 / \Omega_{T_s}^4(\alpha_{i0}^-)}{\Omega_{T_s}^4(\alpha_{i0}^-)} \right\},$$

$$K_{D_s}^{j1} = -\frac{1}{n} \sqrt{\frac{kT}{8}} \frac{1}{\sum_i n_i b_{i0}} \left\{ \Delta \Omega_{D_s}^1 + \frac{\Omega_{D_s}^2(\alpha_{i0}^-) \Delta \Omega_{D_s}^3 + \Omega_{D_s}^3(\alpha_{i0}^-) \Delta \Omega_{D_s}^2 - \Omega_{D_s}^2(\alpha_{i0}^-) \Omega_{D_s}^3(\alpha_{i0}^-) \Delta \Omega_{D_s}^4 / \Omega_{D_s}^4(\alpha_{i0}^-)}{\Omega_{D_s}^4(\alpha_{i0}^-)} \right\},$$

$$K_{M_s}^1 = -\frac{1}{n} \sqrt{\frac{kT}{2\pi}} \frac{1}{\sum_i n_i b_{i0}} \left\{ \Delta \Omega_{M_s}^1 + \frac{2\Omega_{M_s}^2(\alpha_{i0}^-) \Delta \Omega_{M_s}^2 - (\Omega_{M_s}^2(\alpha_{i0}^-))^2 \Delta \Omega_{M_s}^3 / \Omega_{M_s}^3(\alpha_{i0}^-)}{\Omega_{M_s}^3(\alpha_{i0}^-)} \right\},$$

где

$$\Delta \Omega_{T_s}^1 = \sum_i \frac{n_i}{\sqrt{m_i}} (a_{i0} - a_{i1}) b_{i0} (1 - q_i) \Delta \alpha_i,$$

$$\Delta \Omega_{T_s}^2 = \sum_i n_i b_{i0} (q_i - 1) \Delta \alpha_i,$$

$$\Delta \Omega_{T_s}^3 = \sum_i n_i \left( a_{i0} - \frac{a_{i1}}{2} \right) (1 - q_i) \Delta \alpha_i,$$

$$\Delta \Omega_{T_s}^4 = \Delta \Omega_{D_s}^4 = \sum_i \sqrt{m_i} n_i (1 - q_i) \Delta \alpha_i,$$

$$\Delta \Omega_{D_s}^1 = \sum_i \frac{n_i}{\sqrt{m_i}} (c_{i0}^j - c_{i1}^j) b_{i0} (1 - q_i) \Delta \alpha_i,$$

$$\Delta\Omega_{Ds}^2 = \sum_i n_i b_{i0} (q_i - 1) \Delta\alpha_i,$$

$$\Delta\Omega_{Ds}^3 = \sum_i n_i \left( c_{i0}^j - \frac{c_{i1}^j}{2} \right) (1 - q_i) \Delta\alpha_i,$$

$$\Delta\Omega_{Ms}^1 = \sum_i \frac{n_i b_{i0}^2}{\sqrt{m_i}} \Delta\alpha_i, \quad \Delta\Omega_{Ms}^2 = \sum_i n_i b_{i0} (q_i - 1) \Delta\alpha_i,$$

$$\Delta\Omega_{Ms}^3 = \frac{4}{\pi} \sum_i \sqrt{m_i} n_i (1 - q_i) \Delta\alpha_i,$$

$$\Delta\alpha_i = \frac{\partial\alpha_i^-}{\partial c_1} \Delta c_1 + \dots + \frac{\partial\alpha_i^-}{\partial c_N} \Delta c_N + \frac{\partial\alpha_i^-}{\partial T} \Delta T.$$

## Анализ результатов

Результаты численных расчетов коэффициентов скольжения для бинарной газовой смеси представлены в виде графиков на рис. 1–3 ( $M_1 = m_1/(m_1 + m_2)$ ,  $R_1 = r_1/(r_1 + r_2)$ ). Их анализ показывает, что коэффициент теплового скольжения  $K_{Ts}$  при заданных  $m_i$  и  $n_i$  монотонно растет с ростом  $\alpha_i^-$ . Это может быть объяснено

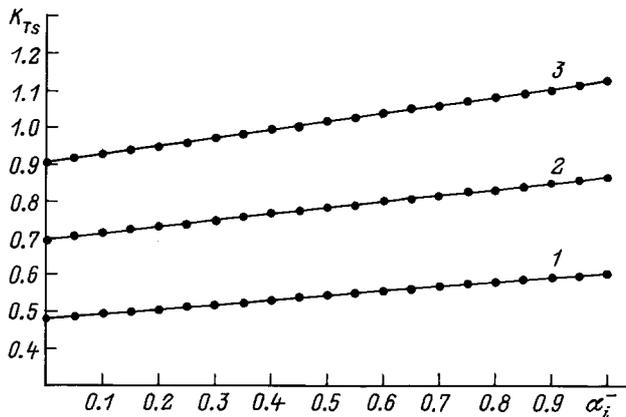


Рис. 1. Коэффициенты  $K_{Ts}(\alpha_i^-)$ ,  $q_{1,2} = 0.5$ ,  $R_1 = 0.9$ .  $M_i$ : 1 — 0.1, 2 — 0.3, 3 — 0.5.

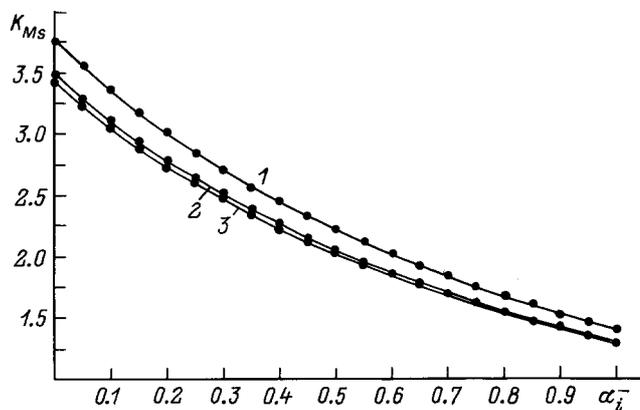


Рис. 2. Коэффициенты  $K_{Ms}(\alpha_i^-)$ ,  $q_{1,2} = 0.5$ ,  $R_1 = 0.9$ . 1–3 — то же, что и на рис. 1.

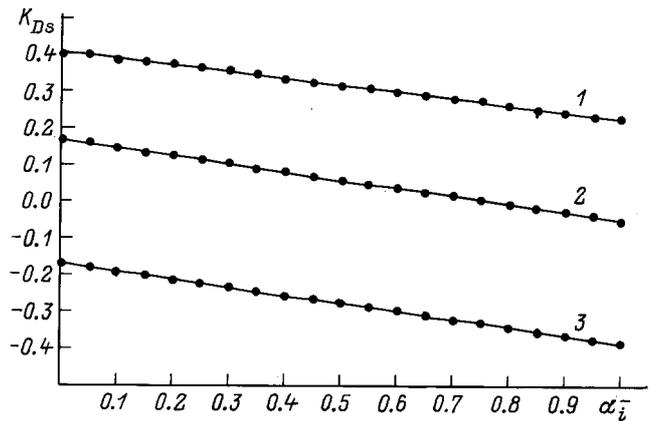


Рис. 3. Коэффициенты  $K_{Ds}(\alpha_i^-)$ ,  $q_{1,2} = 0.5$ ,  $R_1 = 0.9$ . 1–3 — то же, что и на рис. 1.

следующим образом: при увеличении  $\alpha_i^-$  возрастает доля молекул, адсорбированных поверхностью, что влечет за собой увеличение передаваемого ей импульса.

Коэффициент изотермического скольжения  $K_{Ms}$  монотонно уменьшается с ростом  $\alpha_i^-$ . Это объясняется тем, что при уменьшении  $\alpha_i^-$  растет доля молекул, отраженных от поверхности зеркально, а при зеркальном отражении молекул при наличии градиента скорости вблизи поверхности газ должен двигаться быстрее, чем при диффузном при прочих равных условиях. Зависимость коэффициента изотермического скольжения от коэффициента аккомодации тангенциального импульса  $q_i$  аналогична зависимости от  $\alpha_i^-$ , что особенно легко заметить при  $\alpha_i^- = 0$ .

Зависимость  $K_{Ds}$  от  $\alpha_i^-$  при фиксированных  $m_i$  и  $n_i$  является монотонной (функции (15) и (16) имеют одинаковый вид). Как видно из приведенных графиков, коэффициент диффузионного скольжения при изменении  $\alpha_i^-$  может менять знак. Это приведет к тому, что скорость диффузиофореза высокотеплопроводных аэрозольных частиц может менять свое направление, так как в ходе химической реакции концентрации компонент вблизи катализатора могут меняться, а вместе с ними изменится и  $\alpha_i^-$ .

При решении задачи о скольжении многокомпонентной газовой смеси при наличии процессов испарения и конденсации, несмотря на различие в виде кинетических граничных условий (функций  $f_i'$ ), выражения для коэффициентов скольжения получаются те же, что и в случае гетерогенных химических реакций. Формально, переход к случаю процессов испарения и конденсации можно осуществить, положив  $K_{Ts}^1 = 0$ ,  $K_{Ds}^1 = 0$ ,  $K_{Ms}^1 = 0$  и приравняв коэффициент "прилипания"  $\alpha_i^-$  к коэффициенту конденсации.

При отсутствии гетерогенных химических реакций (коэффициент "прилипания"  $\alpha_i^- = 0$ ) формулы (14)–(17) совпадают с выражением для скорости скольжения, полученной в работе [12]. При ( $\alpha_i^- = 1$ ) скорость скольжения не зависит от коэффициента аккомодации тангенциального импульса.

## Список литературы

- [1] *Gupta R.N., Scott C.D., Moss J.N.* // Therm. Des. Aeroassist. Orbital Transfer Veh. Techn. Pap. AIAA 22<sup>nd</sup> Aerosp. Sci. Meet. AIAA 19<sup>th</sup> Thermophys. Conf. New York, 1985. P. 465–490.
- [2] *Кульгинов Д.В.* // ЖТФ. 1993. Т. 63. Вып. 11. С. 8–19.
- [3] *Богданов А.В., Горбачев Ю.Е., Кульгинов Д.В., Павлов В.А.* Препринт ФТИ АН СССР. № 1051. Л., 1986. 36 с.
- [4] *Яламов Ю.И., Ивченко И.Н., Дерягин Б.В.* // ДАН СССР. 1968. Т. 180. № 2. С. 330–333.
- [5] *Yalamov Yu.I., Inchenko I.N., Deriaguin B.V.* // Rarefied Gas Dynamic. VI Intern. Symp. on Rarefied Gas Dynamic. 1969. Vol. 1. P. 295–300.
- [6] *Deriaguin B.V., Yalamov Yu.I.* // Intern. Rev. in Aerosol Physics and Chemistry. 1972. Vol. 3. Pt 2. P. 1–200.
- [7] *Ивченко И.И., Яламов Ю.И.* // Изв. АН СССР. Сер. МЖГ. 1971. № 4. С. 22–29.
- [8] *Яламов Ю.И., Юшканов А.А.* // ДАН СССР. 1977. Т. 237. № 2. С. 303–306.
- [9] *Ферцигер Дж., Капер Г.* Математическая теория процессов переноса в газах. М.: Мир, 1976. 554 с.
- [10] *Loyalka S.K.* // Phys. Fluids. 1971. Vol. 14. N 11. P. 2291–2294.
- [11] *Алехин Е.И.* Деп. в ВИНТИ. № 1698-В95. М., 1995. 22 с.
- [12] *Алехин Е.И., Яламов Ю.И.* Математические основы решения граничных задач кинетической теории многокомпонентных газов вблизи конденсированной фазы. Учебное пособие к спецкурсу. М.: МОПИ им. Н.К. Крупской, 1991. 150 с.