

# 12 Оптимизация параметров магнитной системы из двух катушек для создания однородного поля при питании от сети и конденсаторной батареи

© В.В. Филатов

Научно-исследовательский институт электрофизической аппаратуры им. Д.В. Ефремова, 189631 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 9 сентября 1995 г. В окончательной редакции 18 декабря 1995 г.)

Для проведения физических экспериментов часто требуется создать в некоторой области кратковременное магнитное поле заданной однородности. При этом для импульсного питания магнитной системы используются различные накопители энергии, в частности конденсаторные батареи. Наиболее простую конфигурацию такой магнитной системы образуют две одинаковые соосные электромагнитные катушки. Приводятся результаты оптимизации параметров такой системы с учетом требований на однородность поля.

## Введение

Магнитное поле высокой однородности для проведения физических экспериментов получают, как правило, в длинных сплошных соленоидах. Однако в ряде случаев экспериментальный канал нужно разместить поперек магнитного поля. При этом электромагнитная система содержит две катушки, раздвинутые на размер канала. Такая конструкция магнитной системы была использована на стендах "Цефей", "Вика" и "Спрут" [1-3] для исследования пучков заряженных частиц и жидкометаллических пленок, а также в фотоэлектронном динамическом спектрометре [4] для диагностики плазмы. Уровень магнитного поля в этих установках достигает 6 Тл, а время проведения эксперимента не превышает 10 мс, поэтому целесообразен импульсный режим работы катушек, в частности, от конденсаторной батареи. Однако в этом случае магнитное поле неоднородно не только в пространстве, но и во времени.

Для системы из двух соосных одинаковых катушек с малым поперечным сечением (катушек Гельмгольца) существуют оптимальные размеры, которые могут быть рассчитаны аналитическими методами, например при использовании полиномов Лежандра [5]. Но при указанном уровне магнитного поля катушки имеют размеры поперечного сечения, сравнимые с размерами системы, и для ее оптимизации требуются численные методы.

Данная работа посвящена оптимизации параметров магнитной системы, предназначенной для получения однородного магнитного поля, работающего от сети либо от конденсаторной батареи и состоящей из двух одинаковых соосных катушек, которые включены последовательно и имеют прямоугольное сечение, равные токи одного направления и постоянную по сечению плотность тока.

## Эффективность магнитной системы при питании от сети

Геометрическая эффективность магнитной системы  $G$  (коэффициент Фабри) [6,7], характеризующая мощность резистивных потерь  $P$  при заданных значениях внутрен-

него радиуса  $r_{in}$  и магнитной индукции  $B_c$  в центре системы, определяется выражением

$$G = B_c \sqrt{\frac{\rho r_{in}}{\lambda P}},$$

где  $\rho$  — удельное электрическое сопротивление проводника,  $\lambda$  — коэффициент заполнения сечения катушек проводником.

Значения  $\rho$  и  $\lambda$  считаем известными для используемого материала проводника и выбранной толщины электрической изоляции витков.

Геометрическая эффективность  $G$  является функцией относительных размеров системы (рис. 1)  $\alpha = r_{out}/r_{in}$ ;  $\beta = b/(2r_{in})$ ;  $\delta = \Delta/(2r_{in})$  и равна

$$G = \frac{\mu_0 Y}{2\sqrt{\pi\beta(\alpha^2 - 1)}}, \quad (1)$$

где

$$Y = (2\beta + \delta) \ln \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + (2\beta + \delta)^2}}{1 + \sqrt{1 + (2\beta + \delta)^2}} - \delta \ln \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \delta^2}}{1 + \sqrt{1 + \delta^2}}, \quad (2)$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м — абсолютная магнитная проницаемость.

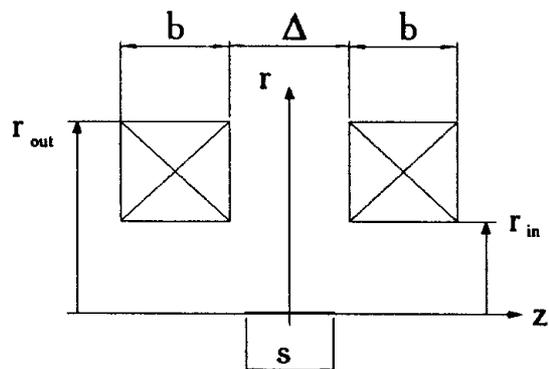
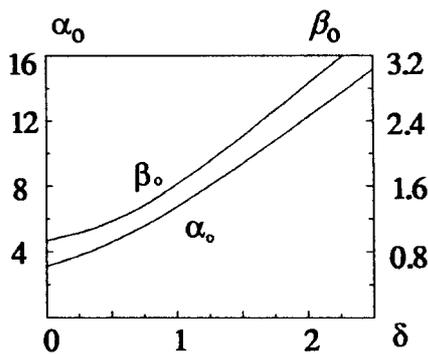


Рис. 1. Геометрия электромагнитной системы.



**Рис. 2.** Зависимость относительных оптимальных размеров катушек  $\alpha_0$  и  $\beta_0$  от расстояния  $\delta$  между катушками при питании от сети.

При этом осевое поле в центре системы

$$B_c = \frac{\mu_0 I n}{r_{in}} \frac{Y}{2\beta(\alpha - 1)}, \quad (3)$$

где  $n$  — число витков в каждой катушке,  $I$  — ток в витке.

Для каждого значения  $\delta$  существуют оптимальные  $\alpha_0$  и  $\beta_0$ , при которых геометрическая эффективность имеет максимум  $G_0$ . Зависимости  $\alpha_0$  и  $\beta_0$  от  $\delta$  показаны на рис. 2. При  $\delta = 0$  оптимум соответствует с учетом различия в обозначении  $\beta$  известному аналитическому решению  $G_{om} = 0.179 \cdot 10^{-6}$  Гн/м при  $\alpha_{om} = 3$ ,  $\beta_{om} = 1$  [6]. Зависимость  $G_0$  от  $\delta$  приближенно может быть описана выражением  $G_0 = G_{om}/(1 + \delta)^{3/4}$ .

## Неоднородность магнитного поля вдоль оси

Простейшей магнитной системой для получения однородного поля является система двух одинаковых катушек Гельмгольца [5]. Если поперечное сечение катушек мало ( $\beta \ll 1$  и  $\alpha - 1 \ll 1$ ), то поле максимально однородно при  $\delta = (0.5 - \beta)$  и  $\beta = 0.431(\alpha - 1)$ . В том случае, если начало координат расположено в центре системы и  $(r^2 + z^2) < r_{in}^2$ , относительная неоднородность осевого поля в точке  $(r, z)$  равна

$$\varepsilon = \frac{B_c - B(r, z)}{B_c} = q[1 - 0.857(1 + \theta) + 0.0857(1 + \theta)^2],$$

где  $q = (3\gamma)^4 / [(\alpha + 1)^4 - 0.067(\alpha^2 - 1)^2]$ ,  $\theta = (r/z)^2$ ,  $\gamma = z/r_{in}$ .

Отметим, что на оси системы  $\varepsilon \approx \gamma^4$  (при  $\gamma < 1$ ).

Для катушек с большим поперечным сечением неоднородность магнитного поля рассчитывается численными методами [8]. Граничные значения неоднородности  $\varepsilon_L = 1 - B_{min}/B_c$  и  $\varepsilon_H = B_{max}/B_c - 1$ , а также полная неоднородность  $\varepsilon_F = \varepsilon_L + \varepsilon_H$  в заданной области зависят только от соотношения размеров этой области и магнитной системы. На рис. 3, а показана зависимость от  $\alpha$  параметра  $\beta_s$ , при котором неоднородность поля  $\varepsilon_F$

минимальна на отрезке оси длиной  $s$  в центре системы, для различных значений геометрических параметров  $\delta$  и  $\gamma_s = s/(2r_{in})$ . Значения пространственной неоднородности магнитного поля  $\varepsilon_s = \min \varepsilon_F$ , соответствующие  $\beta_s$ , представлены на рис. 3, б.

Отметим, что уровень неоднородности поля  $\varepsilon_F$  вблизи кривой  $\beta_s(\alpha)$  весьма чувствителен к соотношению параметров  $\alpha$  и  $\beta$ . При  $\delta > 0.8$  и  $\delta > \gamma_s$  наименьшую неоднородность дают катушки в виде тонких "шайб" большого диаметра, однако в этом случае уровень неоднородности поля существенно выше уровня, указанного на рис. 3, б.

Если для непрерывного режима работы от сети задана предельная неоднородность магнитного поля  $\varepsilon_b$  на отрезке  $s$ , то при фиксированных  $r_{in}$  и  $\Delta$  значения  $\alpha$  и  $\beta$  выбирают при условии  $\varepsilon_F(\alpha, \beta) \leq \varepsilon_b$  как можно ближе к значениям  $\alpha_0$  и  $\beta_0$ , оптимальным по критерию максимума геометрической эффективности  $G$ . Процедура оптимизации в этом случае выглядит следующим образом. Для заданных  $\varepsilon_b$ ,  $s$  и минимально возможном значении  $\Delta$  определяют  $\gamma_s$ ,  $\delta$  и рассчитывают уровень неоднородности для  $\alpha_0$  и  $\beta_0$ , соответствующих  $\delta$  (рис. 2). Если он больше  $\varepsilon_b$ , то в области, ограниченной линиями  $\beta = \beta_s(\alpha)$  (рис. 3, а),  $\beta = \beta_0$  и  $\alpha = \alpha_0$  по формуле (1) строят зависимость  $G(\alpha, \beta)$  вдоль изолинии  $\varepsilon_F(\alpha, \beta) = \varepsilon_b$ . Параметры  $\alpha$  и  $\beta$  принимают в соответствии с максимальным значением  $G$ . При  $\gamma_s > 1$  значение  $\delta$  целесообразно увеличивать и процедуру поиска повторять, если рост  $\delta$  приводит к снижению неоднородности поля  $\varepsilon_F$ . Определяя оптимальные значения  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  и  $G$  для каждого фиксированного радиуса  $r_{in}$ , строят зависимость  $(G/\sqrt{r_{in}})$  от  $r_{in}$  и находят в точке максимума оптимальное значение  $r_{in}$ .

## Особенности работы магнитной системы от конденсаторной батареи

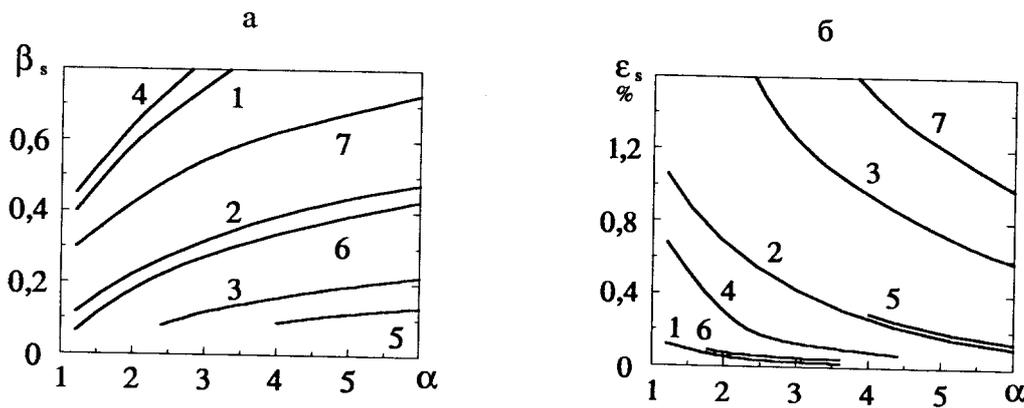
Использование конденсаторной батареи для питания магнитной системы, работающей в режиме кратковременных импульсов, позволяет упростить систему питания и снизить пиковые нагрузки в сети. Рассмотрим процесс разряда батареи на последовательно соединенные катушки с учетом того, что в случае многovitковых катушек, которые обычно используются для создания однородного поля, индуктивностью самой батареи, а также электрическим сопротивлением и индуктивностью соединительных проводов можно пренебречь. Влияние этих параметров на процесс разряда в одиночной катушке с малым числом витков исследовано в работе [9].

Электрическое сопротивление контура равно

$$R = \frac{\pi \rho n^2}{\lambda r_{in}} \frac{\alpha + 1}{\beta(\alpha - 1)}. \quad (4)$$

Полная индуктивность магнитной системы (рис. 1), рассчитанная методом четырех прямоугольников [10], составляет

$$L = \frac{\mu_0 r_{in} n^2}{2} (\alpha + 1) \Phi, \quad (5)$$



**Рис. 3.** Зависимости оптимальной для создания однородного магнитного поля ширины катушек  $\beta_s$  (а) и наименьшей пространственной неоднородности поля  $\epsilon_s$  на оси при  $\beta = \beta_s$  (б) от параметра  $\alpha$ .  $\delta$  и  $\gamma_s$ : 1 —  $\delta = \gamma_s = 0.25$ ; 2 —  $\delta = \gamma_s = 0.5$ ; 3 —  $\delta = \gamma_s = 0.75$ ; 4 —  $\delta = 0.25, \gamma_s = 0.5$ ; 5 —  $\delta = 0.75, \gamma_s = 0.5$ ; 6 —  $\delta = 0.5, \gamma_s = 0.25$ ; 7 —  $\delta = 0.5, \gamma_s = 1$ .

где

$$\begin{aligned} \Phi &= 2F(\beta) + \left(\frac{\delta}{\beta}\right)^2 F(\delta) \\ &+ \left(2 + \frac{\delta}{\beta}\right)^2 F(\beta_2) - 2\left(1 + \frac{\delta}{\beta}\right)^2 F(\beta_1), \\ \beta_1 &= \beta + \delta; \quad \beta_2 = 2\beta + \delta, \\ F(y) &= \ln \frac{4(\alpha + 1)}{2y + \alpha - 1} - \frac{1}{2} \\ &+ \frac{12y^2 + (\alpha - 1)^2}{24(\alpha + 1)^2} \ln \frac{4(\alpha + 1)}{\sqrt{4y^2 + (\alpha - 1)^2}} + f(y), \\ f(y) &= 0.167 \left(\frac{y}{\alpha + 1}\right)^2 \\ &\times \left[ \left(\frac{\alpha - 1}{y}\right)^2 + 0.1 \frac{\alpha - 1}{y} + 0.72 \right] \text{ при } \alpha < 2y + 1, \\ f(y) &= 0.135 \left(\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}\right)^2 \left[ \frac{y}{\alpha - 1} + 1 \right] \text{ при } \alpha > 2y + 1. \end{aligned} \tag{6}$$

Приведенные выражения учитывают также взаимную индуктивность катушек и дают погрешность расчета  $L$  менее 2% в диапазоне  $\alpha < 4$  и  $(2\beta + \delta) < 1.5$ . В другом диапазоне параметров  $\alpha$  и  $\beta$  для расчета  $L$  можно использовать зависимости из работ [7,10].

Процесс в цепи имеет характер электрических колебаний (осцилляций), если емкость батареи  $C < 1/(k^2L)$ , где коэффициент затухания колебаний с учетом (4), (5) составляет

$$k = \frac{R}{2L} = \frac{\pi\rho}{\mu_0 \lambda r_{in}^2 \beta(\alpha - 1) \Phi}, \tag{7}$$

а  $\Phi$  определяется выражением (6).

Отметим, что значение  $k$  не зависит от числа витков  $n$  и определяется только геометрией системы. При фиксированном радиусе  $r_{in}$  оно растет с уменьшением сечения катушек и медленно снижается с ростом расстояния между ними.

Ниже будет рассмотрен только режим осцилляций, в котором потери энергии меньше, чем в аperiodическом режиме.

Продолжительность эксперимента, как правило, ограничена полупериодом разряда, равным  $T/2 = \pi/\omega$ , где циклическая частота колебаний

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - k^2}.$$

Основные характеристики процесса определяет параметр, названный в [11] мерой затухания,

$$\chi = \frac{k}{\omega} = \left[ \frac{2}{\pi^2 \eta} \frac{\beta^2(\alpha - 1)^2 \Phi}{\alpha + 1} - 1 \right]^{-1/2}, \tag{8}$$

где

$$\eta = \frac{Cn^2\rho^2}{\mu_0 \lambda^2 r_{in}^3}. \tag{9}$$

Значение  $\chi$  зависит от геометрии ( $\alpha, \beta, \delta$ ) и комплексного параметра  $\eta$ . Зависимость тока цепи от времени  $t$  имеет вид

$$I = I_a \sqrt{1 + \chi^2} \exp(-kt) [\sin(\omega t - \varphi_0) + \chi \cos(\omega t - \varphi_0)],$$

где  $I_a = CV_0\omega$  — амплитуда тока при отсутствии потерь энергии (затухания),  $V_0$  — начальное напряжение батареи,  $\varphi_0 = \arctg \chi$  — начальная фаза.

Момент  $t_m$  достижения максимального тока при наличии резистивных потерь в контуре соответствует параметру

$$\xi_m = kt_m = \chi \left( \arctg \chi + \arctg \frac{1 - \chi^2}{2\chi} \right), \tag{10}$$

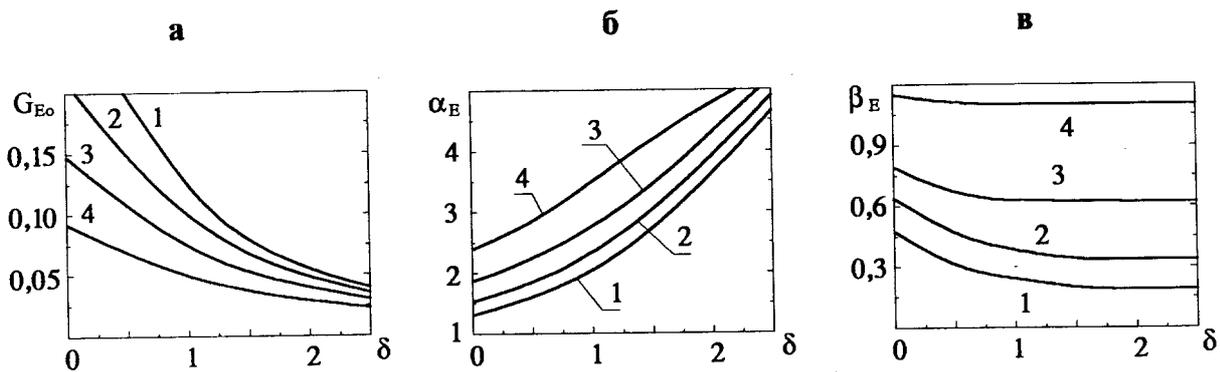


Рис. 4. Зависимости наибольшей  $G_{E_0}$  (а) и соответствующих оптимальных размеров катушек  $\alpha_E$  и  $\beta_E$  (б, в) от параметров  $\delta$  и  $\eta$ : 1 — 0,0001, 2 — 0,001, 3 — 0,01, 4 — 0,1.

который зависит только от  $\chi$ . При этом максимальный полный ток в каждой катушке

$$(I_m n) = cV_0 \omega n \sqrt{1 + \chi^2} \exp(-\xi_m) = \sqrt{\frac{2E}{L_1}} \exp(-\xi_m), \quad (11)$$

где  $E = CV_0/2$  — начальная запасенная энергия батареи конденсаторов,  $L_1 = L/n^2$  — индуктивность системы из двух одновитковых катушек.

Максимальное магнитное поле в центре системы  $B_{cm}$  рассчитывается по формуле (3) при  $I = I_m$ . Для заданной геометрии и при заданном значении  $E$  максимальное поле растет, как видно из соотношений (8)–(10), при снижении меры затухания  $\chi$ , т.е. при снижении  $\eta$ . Следовательно, в тех случаях, когда можно пренебречь индуктивностью конденсаторной батареи, а также электрическим сопротивлением и индуктивностью соединительных проводов, максимум  $B_{cm}$  при заданной запасенной энергии  $E$  соответствует одновитковым катушкам и высоковольтной конденсаторной батарее с малой емкостью. Параметр  $\chi$  определяет по существу максимальную энергию магнитного поля системы

$$E_m = \frac{L_1(I_m n)^2}{2} = E \exp(-2\xi_m)$$

и тепловые потери в цепи к моменту времени  $t_m$

$$E_T = E \left[ 1 - \frac{1 + 5\chi^2}{1 + \chi^2} \exp(-2\xi_m) \right]. \quad (12)$$

В случае слабого затухания ( $\chi \rightarrow 0$ ,  $\xi_m \rightarrow 0$ ) разряд батареи  $I(t)$  идет практически по синусоиде и  $E_m \approx E$ . Параметры  $\alpha_0$  и  $\beta_0$  (рис. 2), рассчитанные по критерию максимума геометрической эффективности  $G$ , определяют наименьшую мощность омических потерь (скорость потери энергии) и оптимальны для систем с непрерывным режимом работы от сети. Для импульсных источников и накопителей энергии, например для конденсаторной батареи, следует использовать иной критерий. Назовем магнитной эффективностью разряда параметр

$$G_E = B_{cm} \sqrt{\frac{r_{in}^3}{2\mu_0 E}}.$$

По существу  $G_E^2$  — это отношение максимальной энергии магнитного поля  $B_{cm}$  в центральном объеме  $r_{in}^3$  к запасенной энергии  $E$ . Для рассматриваемой системы из двух катушек (рис. 1) магнитная эффективность разряда равна

$$G_E = \frac{Y}{\beta(\alpha - 1)\sqrt{2(\alpha + 1)}\Phi} \exp(-\xi_m), \quad (13)$$

где  $Y$  определяется выражением (2),  $\Phi$  — выражением (6).

В выражении (13) множитель  $\exp(-\xi_m)$  характеризует эффективность преобразования электрической энергии в магнитную, а другой множитель — эффективность концентрации магнитной энергии. Полная потеря энергии  $E_T$  к моменту времени  $t_m$ , определенная формулой (12), зависит от длительности импульса, которая, согласно (8), (10), является функцией  $\chi$ , т.е. параметра  $\eta$ . Зависимости максимума  $G_{E_0}$ , а также соответствующих оптимальных значений  $\alpha_E$  и  $\beta_E$  от параметров  $\delta$  и  $\eta$  представлены на рис. 4, а, б, в. Значения  $\alpha_E$  и  $\beta_E$  соответственно меньше  $\alpha_0$  и  $\beta_0$  (рис. 2) при том же  $\delta$ , поскольку уменьшение сечения катушек приводит к росту плотности тока в случае, когда полный ток, как видно из (11), ограничен запасенной энергией батареи.

### Ограничения на параметры магнитной системы

При импульсном режиме работы магнитной системы существует ряд технических ограничений на длительность разряда и параметры катушек.

1) Продолжительность эксперимента в однородном поле должна быть существенно меньше длительности импульса, но существенно больше времени срабатывания коммутирующей аппаратуры.

2) Импульсный разряд сопровождается скин-эффектом в проводнике, вызывающим нелинейный рост электрического сопротивления, значительный нагрев проводника, перераспределение плотности тока и нарушение однородности поля. Поэтому наибольший размер  $h$  сечения

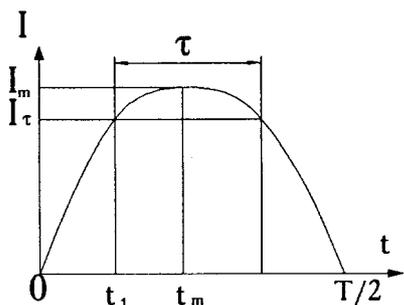


Рис. 5. Зависимость тока разряда  $I$  от времени  $t$  при питании от конденсаторной батареи.

витка, определяющий минимально возможное число витков  $n_{\min} = 2\lambda\beta(\alpha - 1)r_{\text{in}}^2/h^2$ , должен быть не более 30% от условной толщины скин-слоя  $h_{sc} = \sqrt{2\rho/(\mu_0\omega)}$ . Это одна из причин, по которым для получения однородного поля в импульсном режиме не используются дисковые конструкции (катушки Биттера).

3) Размеры сечения витка ограничены технологически возможностями намотки катушки на минимальном радиусе  $r_{\text{in}}$ .

4) Максимальный ток в витке  $I_m$  и число витков  $n$  выбираются так, чтобы резистивные потери в подводящих шинах были незначительными.

5) При наличии в магнитной системе замкнутых проводящих конструкций (стальных силовых каркасов, вакуумных кожухов и др.) в них наводятся вихревые токи, что приводит к дополнительным потерям энергии, снижению поля и росту его неоднородности. Эти эффекты ослабляются при уменьшении циклической частоты  $\omega$ , т. е. для длительных импульсов.

6) Сечение катушек должно быть достаточно большим для того, чтобы к моменту времени  $t_m$  их нагрев на температуру

$$\Delta\Theta = E_T / [4\pi\lambda\rho_d c_p r_{\text{in}}^3 \beta (\alpha^2 - 1)]$$

( $c_p$  — удельная теплоемкость,  $\rho_d$  — плотность проводника) не приводил к заметному росту электрического сопротивления  $R$ , т. е. к нерасчетному режиму разряда.

7) Сечение катушек должно быть достаточно большим по условию их прочности при воздействии окружающих растягивающих и осевых сжимающих импульсных электромагнитных нагрузок.

Все эти ограничения требуют, как правило, применения многовитковых катушек, для которых характерно заметное затухание импульсов. Кроме того, рост числа витков сопровождается увеличением количества изоляции и снижением коэффициента заполнения  $\lambda$ , т. е. дополнительным снижением эффективности катушек. Таким образом, если энергия конденсаторной батареи задана, то ее емкость и число витков в катушках, т. е., значение  $\eta$ , определенное выражением (9), нужно выбирать минимально возможными для заданного предельного уровня неоднородности поля при соблюдении указанных ограничений.

### Неоднородность магнитного поля во времени

В импульсном режиме работы магнитной системы имеет место неоднородность поля во времени. Ее уровень определяется необходимой продолжительностью эксперимента  $\tau < T/2 = \pi/\omega$  (рис. 5) вблизи момента  $t_m$  максимума тока. Момент начала эксперимента  $t_1 < t_m$  соответствует условию  $I(t_1) = I(t_1 + \tau) = I_\tau$  и в общем случае рассчитывается численно из уравнения

$$(\sin \psi_1 + \chi \cos \psi_1) \exp(\xi_\tau) = \sin \psi_2 + \chi \cos \psi_2,$$

где  $\xi_\tau = k\tau$ ,  $\psi_1 = \xi_\tau/\chi t_1^* - \varphi_0$ ,  $\psi_2 = \xi_\tau/\chi(t_1^* + 1) - \varphi_0$ ,  $t_1^* = t_1/\tau$ .

При этом неоднородность поля во времени

$$\varepsilon_\tau = 1 - I_\tau/I_m = 1 - \exp(\xi_m - \xi_\tau t_1^*) [\sin \psi_1 + \chi \cos \psi_1]$$

определяется только параметрами  $\chi$  и  $\xi_\tau$  (рис. 6). В случае слабого затухания ( $\chi \rightarrow 0$ ,  $\xi_\tau \rightarrow 0$ )

$$t_m \approx T/4 = \pi/(2\omega), \quad t_1 \approx t_m - \tau/2, \quad \varepsilon_\tau \approx 1 - \sin(\omega t_1).$$

Общая неоднородность магнитного поля включает пространственную (рис. 3) и временную (рис. 6) составляющие  $\varepsilon_1 = \varepsilon_F + \varepsilon_\tau$ .

Если для импульсного режима работы от конденсаторной батареи задан предельный уровень общей неоднородности магнитного поля  $\varepsilon_b$  на определенном отрезке  $s$  в течение промежутка времени  $\tau$ , то при фиксированных  $r_{\text{in}}$  и  $\Delta$  параметры  $\alpha$  и  $\beta$  выбираются как можно ближе к оптимальным значениям по критерию максимума магнитной эффективности разряда  $G_E$ .

Процедура оптимизации в этом случае выглядит следующим образом. Для заданных  $\varepsilon_b$ ,  $s$ ,  $\tau$  и минимально возможном значении  $\Delta$  определяют  $\gamma_s$  и  $\delta$ , а затем поиск проводят при варьировании параметра  $\alpha$ . При этом для каждого значения  $\alpha$  находят  $\beta_s$ ,  $\varepsilon_s$  (рис. 3) и

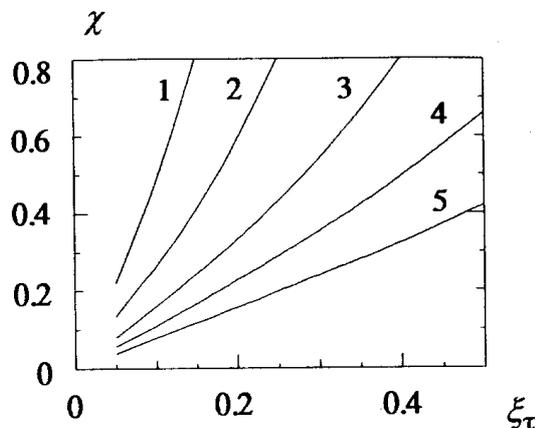


Рис. 6. Зависимость неоднородности поля во времени  $\varepsilon_\tau$  от параметров  $\chi$  и  $\xi_\tau$ .  $\varepsilon_\tau, \%$ : 1 — 0.7, 2 — 2, 3 — 5, 4 — 10, 5 — 20.

$\varepsilon_\tau = \varepsilon_b - \varepsilon_s$ , рассчитывают по формуле (7) параметр  $k$ , соответствующий  $\delta$ ,  $\alpha$  и  $\beta_s$ , а также параметр  $\xi_\tau = k\tau$ , а для полученных  $\varepsilon_\tau$  и  $\xi_\tau$  из рис. 6 находят меру затухания  $\chi$  и по формулам (10), (13) определяют  $G_E$ . Таким образом процедуру повторяют и получают зависимость  $G_E(\alpha)$ . Для  $\gamma_s > 1$  исследуют также возможность повышения  $G_E$  при увеличении  $\delta$ . Параметры  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\delta$  принимают в соответствии с максимальным значением  $G_E$ . Определяя оптимальные значения  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  и  $G_E$  для каждого фиксированного радиуса  $r_{in}$ , строят зависимость  $(G_E/\sqrt{r_{in}^3})$  от  $r_{in}$  и находят в точке максимума оптимальное значение  $r_{in}$ . Параметр  $Cn^2$  рассчитывают из соотношений (8), (9).

## Выводы

Задачи оптимизации магнитных систем, работающих от сети и от конденсаторной батареи, отличаются друг от друга. Для непрерывного режима работы от сети критерием оптимальности служит максимум функции  $(G/\sqrt{r_{in}})$ , а значение геометрической эффективности  $G$  для системы из двух раздвинутых катушек рассчитывается по формуле (1). Оптимальные параметры катушки в такой системе в общем случае не совпадают с оптимальными параметрами одиночной катушки, приведенными в [5,6].

Для оптимизации магнитной системы, работающей в импульсном режиме от конденсаторной батареи, следует использовать новый параметр  $G_E$ , названный магнитной эффективностью разряда. При этом критерием оптимальности служит максимум функции  $(G_E/\sqrt{r_{in}^3})$ . Для системы из двух раздвинутых катушек значение  $G_E$  определяется выражением (13).

Если задан предельный уровень неоднородности магнитного поля в определенной области, то поиск оптимальных параметров магнитной системы проводится по разработанным алгоритмам с использованием приведенных в работе формул и графиков. Методики оптимизации различны для режимов питания катушек от сети и от конденсаторной батареи.

При оптимизации следует учитывать жесткие ограничения на параметры катушек, связанные с импульсным режимом работы.

На основе описанного алгоритма оптимизации создан компьютерный код HELM, с помощью которого автором рассчитаны оптимальные параметры магнитных систем исследовательских установок "Цефей". "Вика" и "Спрут" [1–3].

В данной работе рассмотрен случай, когда плотность тока равномерна по сечению катушек. Оптимальное распределение плотности тока и соответствующая эффективность катушек, смещенных по оси от центра системы, приводятся в работе [12].

## Список литературы

- [1] Kozhevnikov V.M., Litunovskiy V.N., Ljublin B.V. et al. // Fusion Eng. and Design. 1995. Vol. 28. P. 157–161.
- [2] Drozdov A.A., Kuznetsov V.E., Ljublin B.V. et al. // Plasma Devices and Operations. 1995. Vol. 4. N 1. P. 53–82.
- [3] Gagen-Torn V.K., Kirillov I., Komarov V.L. et al. // Proc. of the 18<sup>th</sup> Symp. on Fusion Technology (SOFT). Karlsruhe, 1994. P. B-007.
- [4] Готт Ю.В., Шурыгин В.А. Фотоэлектронный метод исследования рентгеновского излучения плазмы установки ИТЕР. Препринт ИАЭ. № 5287/8. 1991. 40 с.
- [5] Карасик В.Р. Физика и техника сильных магнитных полей. М.: Наука, 1964. 347 с.
- [6] Монтгомери Д. Получение сильных магнитных полей с помощью соленоидов. М.: Мир, 1971. 359 с.
- [7] Паркинсон Д., Малхолл Б. Получение сильных магнитных полей. М.: Атомиздат, 1971. 199 с.
- [8] Алиевский Б.Л., Орлов В.Л. Расчет параметров магнитных полей осесимметричных катушек. М.: Энергоатомиздат, 1983. 112 с.
- [9] Champion K.S.W. // Proc. of the Phys. Soc. 1950. Section B. Vol. 63. N 10. P. 795–806.
- [10] Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей. Л.: Энергоатомиздат, 1986. 488 с.
- [11] Парселл Э. Электричество и магнетизм. М.: Наука, 1983. 416 с.
- [12] Filatov V.V. // Proc. of the Intern. Conf. on Open Plasma Confinement Systems for Fusion. Singapore: World Scientific, 1994. P. 561–577.