

04;12

Двухмерная диффузия поля и магнитогидродинамическое течение при электрическом взрыве одновитковых соленоидов малого объема в мегагауссном магнитном поле

© С.И. Кривошеев, В.В. Титков, Г.А. Шнеерсон

Санкт-Петербургский государственный технический университет,
195251 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 4 декабря 1995 г. В окончательной редакции 13 мая 1996 г.)

Работа содержит результаты экспериментальных и численных исследований высокотемпературных магнитогидродинамических течений, происходящих при взрыве миниатюрных одновитковых соленоидов в сверхсильном импульсном магнитном поле с амплитудой 300–400 Тл и временем нарастания около 1 мкс. Особенности взрыва одновитковых соленоидов с толщиной стенки порядка 1 мм, обнаруженными в процессе натурных экспериментов, являются наблюдаемая при импульсном фотографировании в рентгеновских лучах задержка начала деформации соленоида при индукции, достигающей 300–350 Тл, а также сохранение первоначального геометрического фактора катушки в течение времени нарастания тока до максимума. Данные явления впервые удалось описать исходя из традиционных представлений о природе прочности металла в рамках двухмерной магнитогидродинамической модели течения при учете конечной проводимости.

Введение

Исследование взрыва одновитковых соленоидов малого объема, обладающих большим значением начального геометрического фактора $G = B/i$ (B — индукция, i — ток), представляет интерес как с точки зрения получения сверхсильных полей в лабораторных условиях, так и с точки зрения изучения процессов разрушения твердых тел при комбинированных интенсивных воздействиях [1–13].

Анализ экспериментов по получению сверхсильных магнитных полей методом разряда конденсаторной батареи на одновитковый соленоид, выполненных в различных лабораториях, показывает, что в толстостенных медных витках, размеры которых много больше глубины проникновения поля, модель гидродинамического течения, рассчитанного в приближении идеальной проводимости с использованием общепринятых уравнений состояния, достаточно точно описывает процесс деформации. Эта модель позволяет рассчитать скорость роста радиуса и снижение геометрического фактора в экспериментах со временем нарастания тока порядка нескольких микросекунд и выше [7,14,15]. Итогом исследования таких течений для толстостенных витков малой длины и радиуса можно считать простую зависимость между амплитудой индукции и скоростью нарастания тока, вытекающую из аналитических оценок, условий подобия и подтвержденную численными расчетами течения в приближении идеальной проводимости

$$B_m \approx 0.6 c \mu_0^{3/4} \gamma_0^{1/4} (di/dt)_0^{1/2}, \quad (1)$$

где $(di/dt)_0$ — начальное значение скорости нарастания тока; γ_0 — плотность среды; μ_0 — магнитная постоянная; c — численный множитель, близкий к единице и слабо зависящий от геометрической формы витка.

Для медных витков эта формула приводится к виду

$$B_m \approx 2 \cdot 10^{-4} (di/dt)_0^{1/2}. \quad (2)$$

Она подтверждается не только расчетами, но и экспериментами с толстостенными витками, в которых индукция достигала 200–300 Тл [7,10,14–16].

Вместе с тем в экспериментах с медными соленоидами малых размеров в ряде случаев имеют место такие особенности процесса, которые не находят своего объяснения в рамках упомянутой модели. Здесь прежде всего следует отметить задержку начала роста внутреннего радиуса, наблюдаемую при импульсном фотографировании в рентгеновских лучах [13,17], когда приращение внутреннего радиуса катушки к моменту максимума индукции, составлявшего 300–350 Тл, было существенно меньше предсказанного расчетом. В этих опытах имело место сочетание двух факторов: время нарастания тока было мало (1–2 мкс) и толщина стенки соленоида h (обычно 1–2 мм) соизмерима с глубиной проникновения Δ . Соленоиды, у которых Δ и h соизмеримы, будем далее называть тонкостенными. Заметим, что длина l и начальный радиус r_0 в ряде случаев также соизмеримы с Δ .

Ряд данных свидетельствует о кинетической природе процессов деформирования твердых тел при коротких временах нагружения (порядка 10^{-7} – 10^{-6} с). Отмечена дисперсия скоростей отдельных элементов среды, обнаружены следы вихревых течений, задержка начала течения. Показано также заметное влияние начальной обработки (наклепа, закалки) на скорость и характер деформации даже тогда, когда интенсивность нагрузки намного превосходит прочностные пределы [18]. Исходя из этих представлений, делались попытки интерпретировать задержку начала роста радиуса в рамках модели течения идеально проводящей среды со сложными реологическими свойствами (упругопластичность,

вязкоупругость). Феноменологически задержка начала течения может быть описана в такой модели путем подбора характерного параметра — времени релаксации [12]. Этот подход дает одностороннее описание процесса, поскольку не учитывается реальный характер распределения электромагнитных сил по сечению витка обусловленный диффузией поля в проводящую среду.

Другой эффект, отмеченный в экспериментах, — задержка снижения или слабое изменение геометрического фактора G до момента максимума индукции. В этом отношении результаты различных авторов, исследовавших работу миниатюрных витков, нередко расходятся. В одних опытах геометрический фактор сохраняет свое начальное значение вплоть до момента максимума тока и даже возрастает за это время [8,9], в других он уменьшается задолго до этого момента [5,7]. Для объяснения поведения геометрического фактора в работах [11–13,19] использованы модели, учитывающие перераспределение тока по сечению витка, но не принимающие во внимание течение материала. Такой подход также не отражает процесс во всей полноте.

Перераспределение тока по радиусу и длине может не только повлиять на значение геометрического фактора, но и привести к снижению скорости роста радиуса вследствие появления компоненты объемной силы, обусловленной градиентом давления и направленной к оси соленоида. Поэтому необходим анализ результатов экспериментов с использованием полной модели двухмерного течения, учитывающей комплекс процессов. При этом представляет интерес выяснить, насколько скорость расширения и зависимость геометрического фактора от времени отличаются от того, что предсказывает численный эксперимент, использующий общепринятые характеристики среды. Такой подход позволяет понять, наблюдаются ли в условиях экспериментов с мегагауссными полями упомянутые выше особенности поведения твердых тел при интенсивных кратковременных воздействиях. Опыт такого исследования составляет содержание данной работе, где в рамках единого подхода выполнен анализ экспериментальных данных, полученных как в СПбГТУ, так и в других лабораториях.

1. Экспериментальные исследования расширения соленоидов в мегагауссном магнитном поле

Эксперименты по получению импульсного магнитного поля в одновитковых соленоидах малого объема проводились во многих работах, начиная с конца 50-х годов. Перечень этих опытов содержится в обзоре [15]. В последние годы исследования электрического взрыва тонкостенных соленоидов с характерными размерами порядка миллиметра проводились в СПбГТУ на специализированном стенде — малоиндуктивным емкостном накопителе с объемной ошиновкой и твердотельными разрядниками, описанном в работах [13,20].

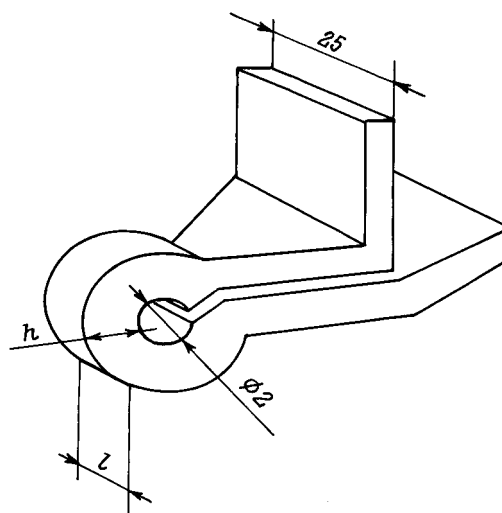


Рис. 1. Общий вид экспериментальных соленоидов (l — длина, h — толщина стенки соленоида).

Индуктивность генератора при коротком замыкании на входе нагрузки составляет 12 нГн, емкость 32 мкФ. Генератор обеспечивает в нагрузке с индуктивностью 3 нГн ток с амплитудой до 2 МА и временем нарастания около 1 мкс. Объектом исследования были калиброванные одновитковые медные соленоиды с размерами: длина от 1.5 до 3.5 мм, толщина стенки 1.9 мм, внутренний диаметр 2 мм (рис. 1).

Методика измерений тока и индукции магнитного поля обеспечивала погрешность не более 5%. Для изучения деформации соленоидов использовались теневые рентгеновские фотографии, снятые в осевом направлении с помощью модифицированного источника МИРА-2Д. Длительность экспозиции 50 нс, эффективная жесткость излучения 140 кВ. Обработка рентгеновских снимков проводилась с помощью микрофотометра ФТ-2, погрешность измерения размеров соленоида менее 1%. Методика калибровки витков, электрических измерений и обработки рентгенограмм описана в [13].

На рис. 2 приведена серия фотографий, полученных в разные моменты времени (по одному снимку в каждом опыте), а также результаты их обработки. Вплоть до момента максимума индукции внутренняя граница профиля витка остается гладкой. Позже на ней появляются складки, а затем возникает неоднородность почернения в азимутальном и радиальном направлениях, свидетельствующая о расслоении среды и образовании радиальных струй. Развитие неустойчивостей в определенной мере сходно с аналогичным процессом при электрическом взрыве тонких проволок. Характерно, что азимутальная мода развивающейся неустойчивости стабильна на всех снимках: число складок и струй равно 8–10, хотя снимки получены для разных образцов и в разные моменты времени.

В таблице приведены выборочные результаты серии экспериментов с образцами, длина которых менялась в пределах от 1.5 до 3.2 мм при неизменном диаметре 2 мм

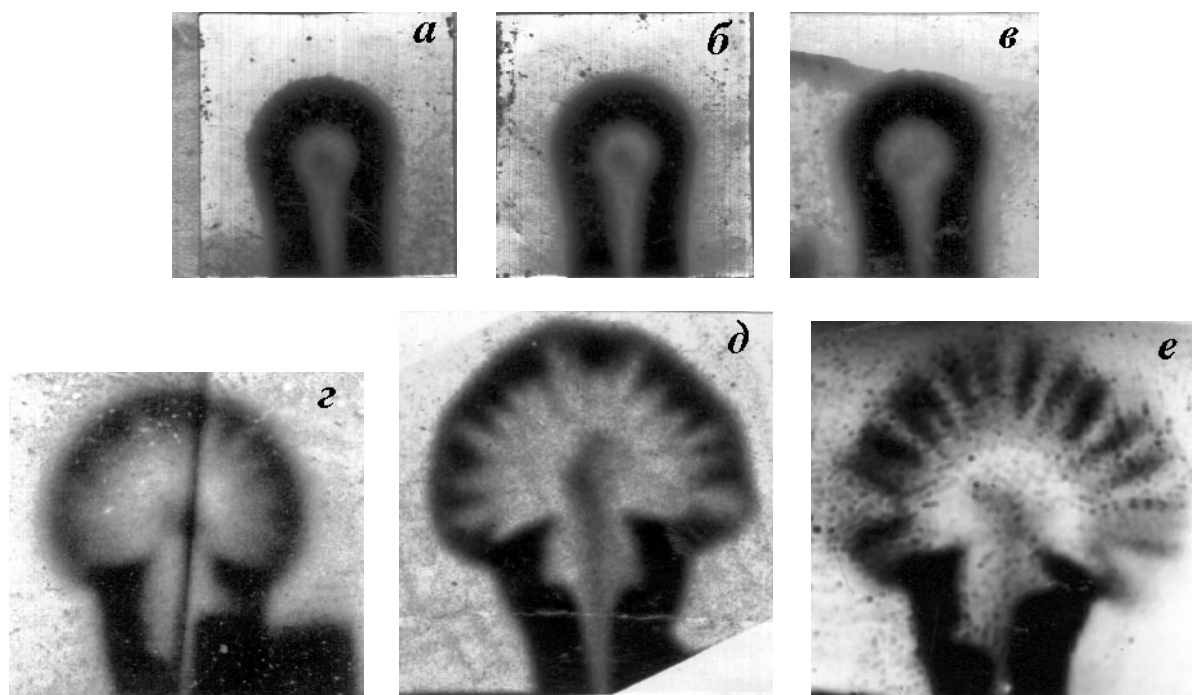


Рис. 2. Рентгеновские фотографии взрыва соленоида, полученные в разные моменты времени. d/d_0 : б — 1, в — 1.18, г — 2.55; $a = d_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ м; t , мкс: а — 0, б — 0.58, в — 0.89, г — 1.74, д — 1.87, е — 1.98.

и толщине стенки около 2 мм. В этой серии регистрация радиуса образца происходила в момент t_x , предшествующий моменту максимума индукции или близкий к нему. Во всех опытах этой серии приращение радиуса к моменту t_x не выходило за пределы погрешности его определения по теневой фотографии. Результаты измерений амплитуды индукции B_m приведены в таблице и на рис. 3. Наибольшее значение B_m в этой серии составляло 336 Тл. Таким образом, в указанных экспериментах расширение соленоида в условиях, когда ток нарастал за время, близкое к 1 мкс, а амплитуда индукции была близка к 300 Тл, начиналось не ранее, чем через 0.8–0.9 мкс после включения тока.

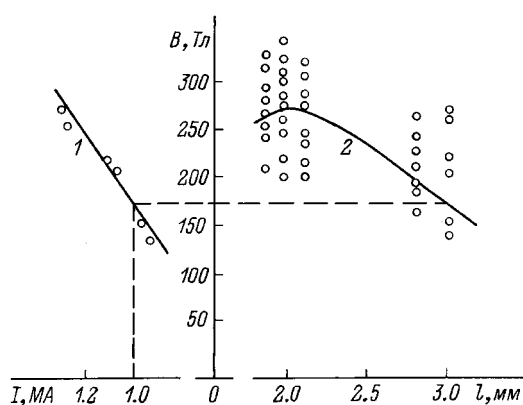


Рис. 3. Типичная зависимость $B(I)$ для соленоида длиной 3.22 мм (1) и обобщенная зависимость $B(l)$ для тока с амплитудой 1 МА (2). ○ — экспериментальные значения B .

Разброс в значениях индукции на рис. 3 обусловлен тем, что амплитуда тока и время его нарастания для образцов одной длины в определенной степени различались из-за некоторой нестабильности работы твердотельных коммутаторов (напряжение батареи во всех опытах составляло 35 кВ). Вариация значений амплитуды тока позволила построить зависимости амплитуды индукции от амплитуды тока (рис. 3). Эти зависимости близки к линейным. Отношение $G_m = B_m/i_m$ сопоставлено в таблице с начальным значением геометрического фактора G_0 . Значения G_m и G_0 для образцов с начальной длиной более 2 мм близки. Для построения обобщенной зависимости $B_m(l)$ при фиксированном токе использовались значения индукции, соответствующие точкам пересечения прямой $i_m = \text{const}$ на рис. 3 с линиями $B_m = f(i_m)$. Кривая на рис. 3 является примером такой зависимости. Как видно из этого рисунка, имеется естественный спад B_m при увеличении длины соленоида вследствие уменьшения начального геометрического фактора. Вместе с тем, имеется спад B_m при малых длинах, являющийся следствием быстрого разрушения соленоидов вследствие электрического взрыва. В условиях описанных экспериментов наибольшее поле соответствует длинам около 2 мм.

Обработка рентгеновских фотографий показывает, что профили кривой почернения для начального момента времени и момента t_x совпадают, что, как было отмечено, позволяет считать внутреннюю границу неподвижной по крайней мере для $t < t_x$. Представляет интерес сравнить приращение радиуса с расчетными данными, полученными путем решения двухмерных уравнений

Основные экспериментальные результаты по получению сверхсильных импульсных магнитных полей

Номер опыта	l , мм	i_m , МА	B_m , Тл	G_0 , Тл/МА	T_i , мкс	T_B , мкс	G_m , Тл/МА
1	1.37	0.99	157	360	1.00	0.68	187
2	1.55	0.79	166	347	0.91	0.73	229
3	1.75	1.00	215	334	0.72	0.45	240
4	1.80	1.26	336	328	0.68	0.52	284
5	1.82	1.19	336	316	0.82	0.53	305
6	1.84	0.91	230	325			
7	1.90	0.65	172	310	1.21	0.76	304
8	1.90	1.01	164	321	1.06	0.71	234
9	1.90	1.14	203	321	1.08	0.70	241
10	1.95	0.95	234	312	1.00	0.67	281
11	1.96	1.19	324	316	0.89	0.49	329
12	2.00	1.10	266	312	0.89	0.61	287
13	2.00	0.87	255				
14	2.20	1.05	264	301	1.00	0.65	291
15	2.20	1.19	329	302	1.00	1.00	276
16	2.20	1.31	270	302	0.83	0.56	248
17	2.20	1.24	290	296	0.91	0.60	283
18	2.21	0.60	150	295	0.91	0.91	250
19	2.30	0.97	189	288	1.00	0.67	222
20	2.45	1.01	178	281	1.33	0.83	247
21	2.46	1.07	227	282	0.93	0.65	239
22	2.60	1.10	220	282	0.93	0.65	234
23	2.72	1.31	310	266	0.95	0.71	259
24	2.73	1.26	310	266	0.93	0.47	329
25	2.74	1.03	203	261	0.92	0.83	200
26	2.75	1.19	229	268	0.83	0.80	196
27	2.90	1.00	212	254	1.07	0.70	255
28	2.90	1.21	286	259	0.86	0.47	307
29	3.14	1.06	207	241	1.04	0.72	217
30	3.22	0.95	142	245	1.17	0.74	173
31	3.22	1.09	223	240	1.17	0.87	235
32	3.22	1.26	256	239	1.03	0.63	259

Примечание. l — длина соленоида; I_m, B_m — амплитуды тока и индукции в центре соленоида; G_0, G_m — начальный и полученный в эксперименте в момент максимума поля геометрический фактор соленоида; T_B, T_i — моменты максимума индукции в центре соленоида и тока.

гидродинамики в приближении идеальной проводимости с использованием известных из литературы уравнений состояния для меди [21]. Эта модель, учитывающая инерцию материала, дает заметное приращение радиуса. Например, в опытах 32 и 15 оно составило 15 и 45 % начального радиуса в соответствующие моменты 0.53 и 0.75 мкс, близкие к моментам максимальной индукции. Таким образом, можно констатировать запаздывание начала течения по отношению к расчету по гидродинамической модели, не учитывающему диффузию поля в проводник. Заметим, что в толстостенных витках такой задержки не наблюдалось [7].

Задержку начала течения можно пытаться объяснить, не выходя за рамки традиционных уравнений состояний, т.е. без привлечения представлений об аномальном поведении среды при интенсивных воздействиях, о которых было упомянуто во Введении. Для этого следует использовать полное описание процесса с учетом конечной проводимости материала. Можно ожидать, что диффузия поля приводит к нагреву металла в скин-слое

и к течению среды по направлению к оси вследствие перепада давления, направленного к границе. Движение границы поле-проводник в сторону поля было отмечено при численных исследованиях одномерного взрыва скин-слоя в мегагауссном поле [22]. Оно имело место в начальной стадии процесса. Появление пика давления при двухмерном течении в условиях описываемых экспериментов имеет место при численных исследованиях с использованием модели, в которой среда считается неподвижной. Результаты таких расчетов нельзя считать полностью убедительными, так как они не учитывают чисто гидродинамические эффекты, влияющие как на величину пика давления, так и на характер его спада по направлению к границе. К таким эффектам могут относиться действие осевых сил в коротких витках и расширение среды при нагреве, приводящее к ее "распуханию". Вместе с тем модель неподвижной среды сохраняет некоторое значение для интерпретации результатов измерений индукции и геометрического фактора, особенно в случае относительно слабых полей,

когда движение среды менее интенсивно. Далее при анализе экспериментальных данных будут использованы обе модели.

2. Математическая модель процесса разрушения миниатюрного соленоида

Модель двумерного МГД течения, учитывающая реальное распределение поля в проводнике, представляет собой комбинацию уравнений механики сплошной среды и уравнений Максвелла. Первая группа уравнений, записанная в цилиндрической системе координат, имеет следующий вид:

$$\gamma \frac{DV_r}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial r} + f_r, \quad (2)$$

$$\gamma \frac{DV_z}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial z} + f_z, \quad (3)$$

$$\frac{D\gamma}{Dt} + \gamma \left(\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{V_r}{r} \right) = 0, \quad (4)$$

$$\gamma \frac{DE}{Dt} = P \frac{D\gamma}{Dt} + j^2 \rho, \quad (5)$$

$$P = P(\gamma, T); \quad E = E(\gamma, T). \quad (6), (7)$$

Здесь (2) и (3) — уравнения движения невязкой жидкости, (4) — уравнение неразрывности, (5) — уравнение энергии, (6) и (7) — уравнения состояния. В уравнениях (2)–(7) P и E — давление и внутренняя энергия единицы массы вещества, γ и T — плотность массы и температура, V_r и V_z — радиальная и аксиальная компоненты скорости, f_r и f_z — радиальная и аксиальная компоненты электромагнитной силы, j — плотность тока, ρ — удельное сопротивление. Величины f_r , f_z и j должны быть найдены в ходе решения второй задачи — определения в каждый момент времени индукции магнитного поля в объеме соленоида.

Для этого можно воспользоваться решением уравнения для функции потока

$$\frac{D\psi}{Dt} = \frac{r\rho}{\mu_0} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \right) + \frac{U(t)}{2\pi}, \quad (8)$$

где $U(t)$ — электрическое напряжение, создаваемое внешним источником на токовых вводах соленоида; μ_0 — магнитная постоянная.

Компоненты вектора индукции магнитного поля выражаются с помощью соотношений

$$B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad B_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}. \quad (9)$$

За пределами сечения соленоида $\rho = \infty$, и вместо (8) имеем уравнение

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = 0. \quad (10)$$

На границе соленоида должны быть выполнены условия непрерывности нормальной и касательной составляющих индукции. Физические свойства среды задаются конкретным видом уравнений состояния (6), энергии (7), а также удельного электросопротивления ρ , зависящего от плотности γ и температуры T . В условиях высокотемпературных МГД процессов в металлах общепринятыми являются трехчленные уравнения состояния [21]

$$P(\gamma, T) = P_x(\gamma) + P_T(\gamma, T) + P_e(\gamma, T), \quad (11)$$

$$E(\gamma, T) = E_x(\gamma) + E_T(\gamma, T) + E_e(\gamma, T), \quad (12)$$

включающие в себя по три слагаемых давления и энергии сжатия ”холодного”

$$P_x(\gamma) = c_0^2 \gamma_0 (\gamma/\gamma_0)^2 (\gamma/\gamma_0 - 1), \quad (13)$$

$$E_x(\gamma) = \frac{1}{2} c_0^2 (\gamma/\gamma_0)^2 (\gamma/\gamma_0 - 1)^2, \quad (14)$$

теплового движения ионов

$$P_T(\gamma, T) = \Gamma \gamma C_p T, \quad (15)$$

$$E_T(T) = C_p T \quad (16)$$

и газа свободных электронов

$$P_e = \frac{1}{2} E_e \gamma, \quad (17)$$

$$E_e = \frac{1}{2} \beta_0 (\gamma/\gamma_0)^{-1/2} T^2, \quad (18)$$

где c_0 и γ_0 — скорость звука и плотность массы в металле при нормальных условиях, $\Gamma \cong \Gamma_0 = 2$ — параметр Грюнайзена, C_p — удельная теплоемкость ионной компоненты металла, β — коэффициент электронной теплоемкости.

Выписанные здесь уравнения состояния применимы в диапазоне от температуры порядка нескольких сот градусов до температуры порядка 50 000 К. Наиболее сложной проблемой при разработке физической модели проводника в сверхсильном магнитном поле является описание удельного электрического сопротивления в широком диапазоне изменения плотности и температуры. Наличие фазового перехода жидкость–пар делает эту проблему саму по себе не уступающей по сложности задаче моделирования МГД течений при электрическом взрыве соленоидов. Поэтому в данной работе использовано феноменологическое описание электропроводности [23], согласно которому при уменьшении массовой плотности проводника до некоторого критического значения, например $\gamma_{кр} \cong 0.1 \gamma_0$, проводимость исчезает скачком. При плотностях, соответствующих твердой и жидкой фазам, проводимость можно описать с помощью обычных соотношений, определяющих линейную зависимость удельного сопротивления от объемной плотности энергии [24,25]. Таким образом, имеем

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 (1 + \beta E \gamma) \quad \text{при } \gamma > \gamma_{кр}, \\ \rho &= \infty \quad \text{при } \gamma \leq \gamma_{кр}. \end{aligned} \quad (19)$$

Выбирая различные значения $\gamma_{кр}$ при пробных численных расчетах (например, $\gamma_{кр} = 0.1, 0.5, 0.9$) можно убедиться, что изменение этого параметра слабо влияет на их результаты. Отсюда можно заключить, что физический механизм потери электропроводности, обусловленной фазовым переходом жидкость–пар, не является главным фактором, определяющим картину МГД течения соленоида в свехсильном магнитном поле. Поэтому в численных расчетах использовалось $\gamma_{кр} = 0.1\gamma_0$. Применимость такого подхода подтверждается также более детальными исследованиями одномерного течения при электрическом взрыве [22], когда для описания зависимости электропроводности среды от температуры и плотности использовались данные [26], охватывающие весьма широкий диапазон температур (от 300 до 100 000 К) и плотностей (от $0.1\gamma_0$ до $2\gamma_0$). Эти расчеты показали, что детонационная модель дает практически такую же скорость смещения эффективной границы поле–проводник, как и полная модель. Применимость принятой модели проводимости при анализе МГД течения коротких соленоидов подтверждается также при сопоставлении кривых распределения плотности тока, полученных в расчетах с зависимостью $\rho(\gamma, T)$ (19) и с $\rho(\gamma, T)$, вычисляемым по строгой модели проводимости металла в широком диапазоне температур и плотностей [26].

Следует заметить, что напряженность электрического поля на границе сред в быстронарастающем поле может приблизиться к 10 кВ/см и даже превзойти это значение. В столь сильном поле могут начаться ионизационные процессы как в парах металла, так и в воздухе. Этот эффект не учитывается в использованной модели, что может привести к занижению расчетного геометрического фактора по сравнению с реальным.

Для численного интегрирования системы (2)–(7) использована лагранжева конечно-разностная сетка, состоящая из ячеек четырехугольной формы, узлы которой перемещаются вместе с веществом. При этом к реальному уравнению состояния металла добавляется искусственное давление, пропорциональное $(D\gamma/Dt)^2$, предназначенное для размазывания ударных скачков на конечно-разностной сетке [27]. Поскольку поверхность соленоида свободна от действия поверхностных сил, то граничным условием является $P = 0$ на границах сечения. Таким образом, механическая группа уравнений (2)–(7) позволяет наряду со скоростями и термодинамическими характеристиками найти положение узлов лагранжевой сетки в каждый момент времени t , если известны f_r и f_z . Последние определяются в процессе решения уравнения электромагнитного поля при известных значениях координат узлов сетки r и z .

В отличие от решения механической группы уравнений, алгоритм которого опирается на хорошо известные литературные данные [28], задача моделирования электромагнитного поля соленоида конечной длины при электровзрывных явлениях потребовала нового подхода.

Известны два способа решения задачи расчета пологой области при наличии открытой границы. Первый

основан на замене внешней по отношению к соленоиду бесконечной области на конечную, где проводимость примерно на порядок ниже, чем в теле соленоида. Это позволяет осуществить сквозной расчет при помощи одного уравнения с переменной по пространству электропроводностью, моделируя как проводящую, так и воздушную области. При этом автоматически выполняется условие непрерывности компонент индукции магнитного поля на границе раздела проводника и воздуха [29]. К недостаткам этого подхода следует отнести сильное увеличение размеров сеточной области, необходимость вести расчет в точках, значительно удаленных от соленоида, не интересных для анализа. Довольно сложным и малоисследованным остается вопрос о выборе значения фиктивной электропроводности в воздушной области с учетом резких изменений электропроводности соленоида при электровзрывных явлениях.

Вторым подходом является формулировка задачи в виде пространственного интегрального уравнения для плотности тока, распределенного по сечению соленоида [30]. Этот метод позволяет избежать расчетов для воздушной области, однако его реализация связана с необходимостью обращения на каждом временном шаге плотно заполненной матрицы высокого порядка, например 100×100 . При расчете с большим числом шагов по времени это обстоятельство делает использование указанного метода малоэффективным. Поэтому представляется целесообразным применение подхода, основанного на комбинации сеточного метода для решения уравнения (8) в проводящей области и метода граничных элементов для решения внешней задачи (в непроводящей области). Комбинация метода конечных и граничных элементов для эллиптических уравнений в частных производных при решении статических задач теории поля применялась и раньше [31]. В отличие от этих публикаций в данной работе используется эта комбинация для решения квазистационарной задачи. С этой целью вводится фиктивный поверхностный ток J , распределенный в каждый момент времени по границе таким образом, что поле, создаваемое во внешней области реальными токами, протекающими по сечению проводника, совпадают с полем, создаваемым этим током. Можно записать два интегральных соотношения для $\psi(s)$ и $B_\tau(s)$, где s — произвольная точка на контуре Γ ,

$$\psi(s) = \int M(s, s') J_s(s') d\Gamma(s'), \quad (20)$$

$$B_\tau(s) = \frac{\mu_0}{2} J_s(s) + \int A(s, s') \bar{J}_s(s') d\Gamma(s'). \quad (21)$$

Ядра интегральных соотношений (20) и (21) имеют вид [32–35]

$$M(s, s') = \frac{\mu_0}{2\pi} (r_s r_{s'})^{1/2} \left((2/k - k)K(k) - (2/k)E(k) \right), \quad (22)$$

$$A(s, s') = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{(z_s - z_{s'})f_1(k) \cos \varphi_1(s) + [r_s f_1(k) + r_{s'} f_2(k)] \cos \varphi_2(s)}{2r_s(r_s r_{s'})^{1/2}},$$

$$f_1(k) = k \left(K(k) - \frac{2 - k^2}{2(1 - k^2)} E(k) \right), \quad f_2(k) = \frac{k^3 E(k)}{2(1 - k^2)}, \quad (23)$$

φ_1, φ_2 — углы между векторами $\vec{\tau}$ и \vec{e}_r и $\vec{\tau}$ и \vec{e}_z соответственно, $\vec{\tau}$ — направление касательной к контуру сечения соленоида, \vec{e}_r — орт оси r , \vec{e}_z — орт оси z , $K(k)$ и $E(k)$ — полные эллиптические интегралы 1- и 2-го рода с модулем

$$k = \frac{2(r_s r_{s'})^{1/2}}{((r_s + r_{s'})^2 + (z_s + z_{s'})^2)^{1/2}}. \quad (24)$$

При этом общая схема решения системы уравнений (8)–(21) выглядит следующим образом. На первом шаге по времени первое приближение для $\psi = \psi^0$ выбирается с помощью соотношения

$$\frac{D\psi^0}{Dt} = \frac{U(t)}{2\pi}. \quad (25)$$

Далее, путем решения интегрального уравнения (20) находят J_s и с помощью интеграла (21) вычисляется распределение $B_r(s)$, которое используется в качестве граничного условия при решении уравнения (8). Полученные после этого шага значения ψ на границе Γ сопоставляются с ранее использованными при решении интегрального уравнения (20). Если имеются отличия, то полученные значения ψ на границе используются в качестве новой правой части уравнения (20) и выполняется следующая итерация. Процесс продолжается до тех пор, пока норма

$$\delta = \int \left| \psi^m(s) - \psi^{m-1}(s) \right| d\Gamma(s), \quad (26)$$

где m — номер итерации, не будет меньше некоторого малого положительного ε ($\varepsilon \cong 10^{-3}$). Полученные после завершения итераций значения ψ используются в качестве первого приближения на следующем шаге по времени. Если величина шага по времени Δt достаточно мала, то обычно оказывается достаточно выполнить две-три итерации на каждом шаге.

Особенностью численного моделирования электромагнитного поля одновитковых соленоидов применительно к описанным выше условиям является то обстоятельство, что из экспериментальных данных известно не напряжение на соленоиде $U(t)$, а его полный ток $i(t)$. Это осложняет применение уравнения (8), которое в правой части содержит $U(t)$. Поэтому каждый шаг по времени охватывается еще одним итерационным процессом, в ходе которого выбирается $U^{(n)}$, обеспечивающее известное из эксперимента значение $i^{(n)}$ (n — номер шага по времени). Вопросы численного решения уравнений поля будут рассмотрены в отдельной публикации.

3. Сравнение результатов экспериментов с результатами расчетов по различным моделям

На рис. 4–6 приведены осциллограммы тока и индукции магнитного поля в соленоидах с толщиной стенки 1.9 мм и длиной 1.8, 2.2 и 3.22 мм. Второй из них

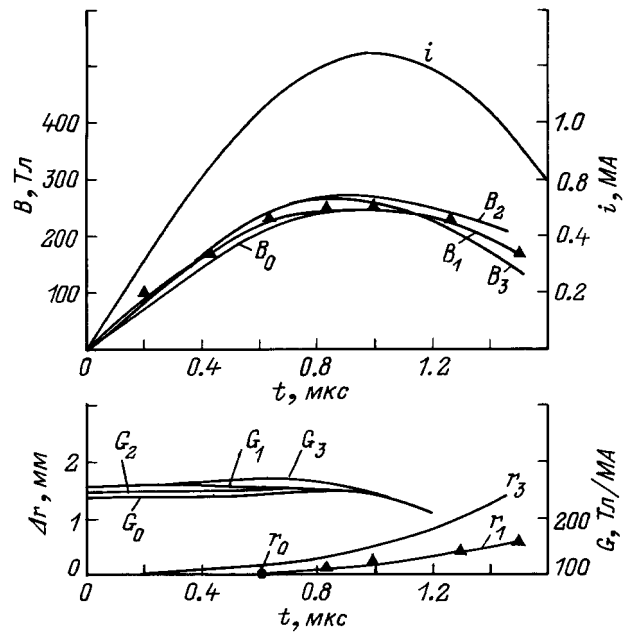


Рис. 4. Зависимости от времени полного тока i , индукции в центре, геометрического фактора G и изменения внутреннего радиуса для соленоида с $l = 3.14$ мм. Индексы при i, B, G и Δr : 0 — эксперимент, 1 — расчет по МГД модели при конечной проводимости, 2 — расчет по модели диффузии поля в неподвижный соленоид, 3 — расчет по модели МГД течения при идеальной проводимости.

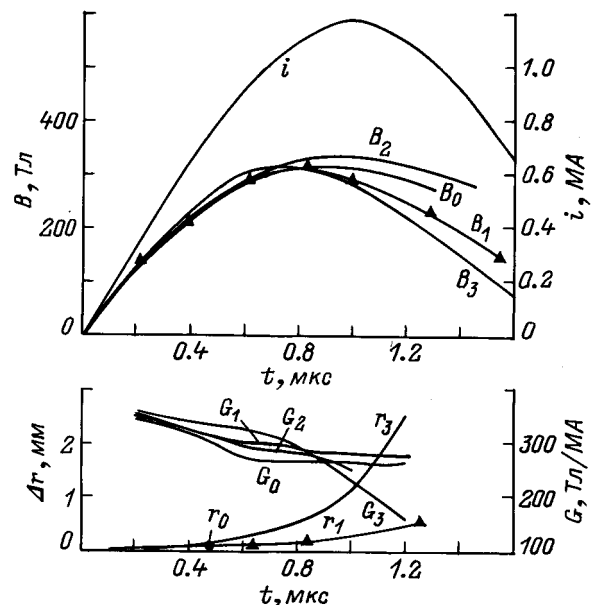


Рис. 5. То же, что на рис. 4, для соленоида с $l = 2.2$ мм.

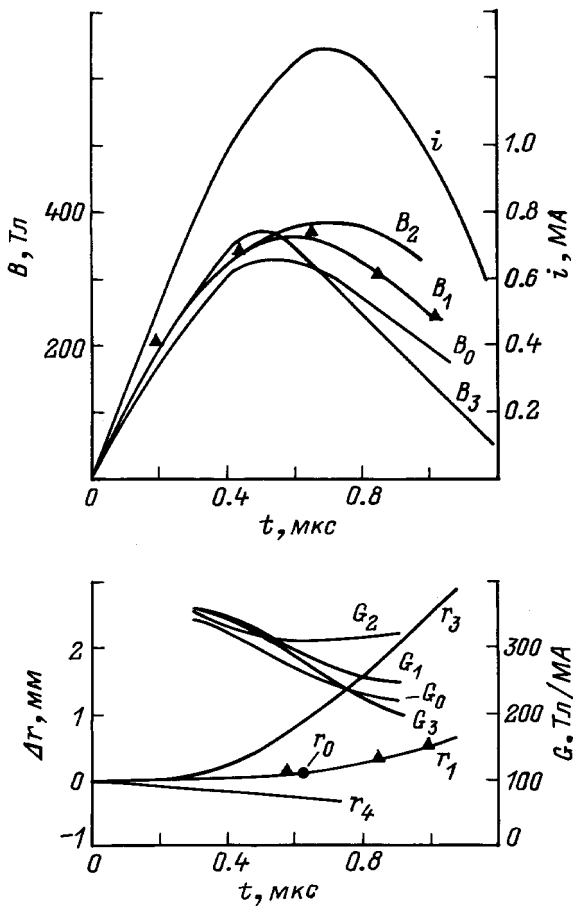


Рис. 6. То же, что на рис. 4, для соленоида с $l = 1.8$ мм. r_4 — расчет с "выключенными электромагнитными силами".

соответствует максимуму зависимости $B = f(l)$ (рис. 3), а первый и третий — меньшим значениям амплитуды индукции. Для этих образцов приведены зависимости от времени индукции магнитного поля $B_0(t)$, $B_1(t)$, $B_2(t)$, $B_3(t)$ и внутреннего радиуса $r_1(t)$, $r_3(t)$, полученные путем расчета по полной модели двухмерного МГД течения с учетом реальной проводимости ($B_1(t)$, $r_1(t)$), по модели нелинейной диффузии в неподвижную среду ($B_2(t)$) и по модели двухмерного течения идеальной проводящей среды ($B_3(t)$, $r_3(t)$). На этих же рисунках построены экспериментальные и расчетные зависимости от времени геометрического фактора $G(t) = B(t)/i(t)$ и отмечено значение радиуса r_0 , определенное по рентгеновской фотографии. Как видно из рисунков, максимум индукции, что часто бывает в подобных экспериментах, несколько опережает максимум тока. Геометрический фактор спадает к моменту максимума тока, поэтому в этот момент амплитуда индукции меньше своего расчетного значения $B_p = G_0 I_m$. Это снижение невелико: в опытах, представленных на рис. 4–6, измеренное значение амплитуды индукции составляет соответственно 250, 330 и 340 Тл вместо расчетных 250, 360 и 420 Тл. В ранее выполненных экспериментах с тонкостенными витками в ряде случаев наблюдались сохранение и даже

рост геометрического фактора до момента максимума индукции [9,12]. В данной работе некоторое увеличение G наблюдалось в начале процесса у более длинного образца.

Полная модель (кривая B_1) дает результат, близкий к эксперименту, в течение всего расчетного интервала, охватывающего большую часть первого полупериода тока. Рентгеновские фотографии показывают, что практически до момента максимума индукции отсутствует приращение радиуса. Этот факт, отмеченный и в более ранних экспериментах с тонкостенными соленоидами [8,9,13], также соответствует результатам расчетов по полной модели.

Таким образом, можно констатировать, что эта модель с достаточной точностью описывает результаты измерений. Тем не менее представляет интерес сравнить их и с двумя другими моделями, в каждой из которых выделяется лишь один из характерных процессов — диффузия поля в среду или ее движение. Такой подход позволяет лучше представить механизм взрыва витка в мегагаусном поле. Поскольку рост радиуса начинается вблизи момента максимума индукции, то можно предположить, что распределение тока по сечению соленоида до этого момента мало отличается от того, которое соответствует неподвижной среде. В действительности дело обстоит иначе: полная модель дает, например, другое распределение плотности тока по радиусу (рис. 7). Эта модель показывает, что форма сечения витка несколько меняется: заметна деформация витка, имеет место осевое течение, сопровождающееся появлением зон низкой плотности. Все эти факторы вместе с влиянием составляющей $[V, B]$ в напряженности электрического поля и делают картину токораспределения в реальных условиях отличной от того, что дает модель диффузии поля в неподвижную среду. Различие в токораспределении, даваемое этими моделями, заключается в том, что в основном благодаря электрическому взрыву и потере проводимости вблизи

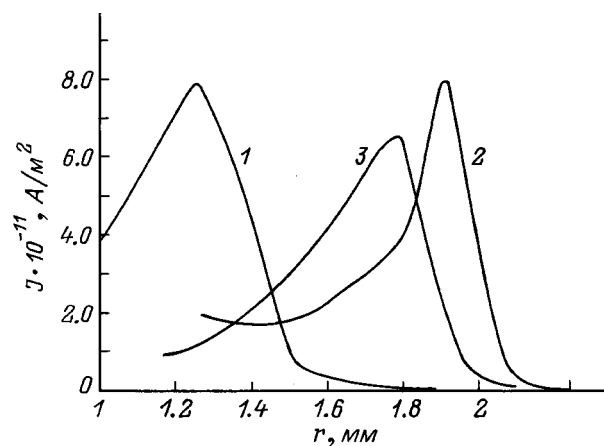


Рис. 7. Распределение плотности тока по радиусу в средней плоскости соленоида при $t = 0.95$ мкс, рассчитанное по различным моделям. 1 — неподвижный соленоид; 2 — МГД течения с принятой моделью проводимости, 3 — МГД течение с моделью проводимости [23].

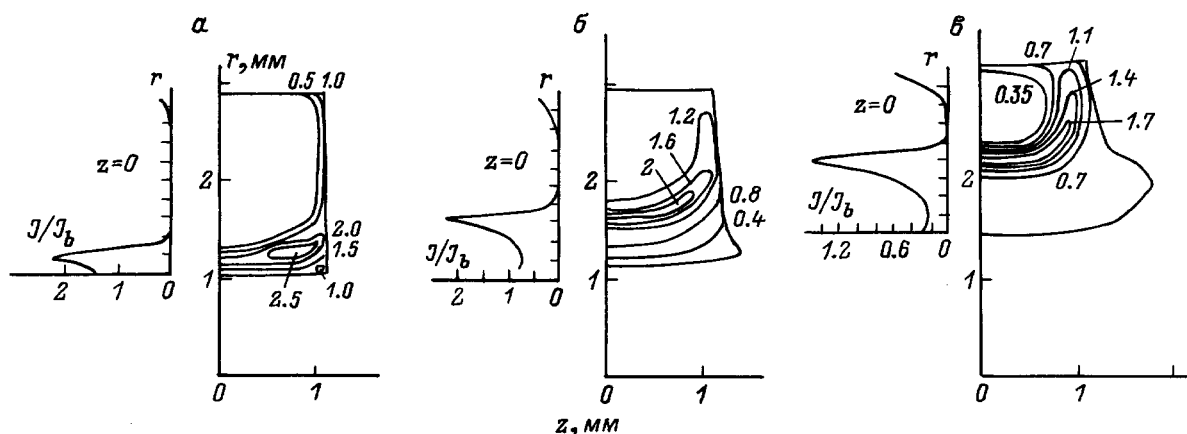


Рис. 8. Распределение плотности тока по сечению соленоида в процессе магнитогидродинамического течения (численные значения даны относительно базисной величины $J_B = 3.97 \cdot 10^{11}$ А/м², t , мкс: а — 0.4, б — 0.8, в — 1.2.

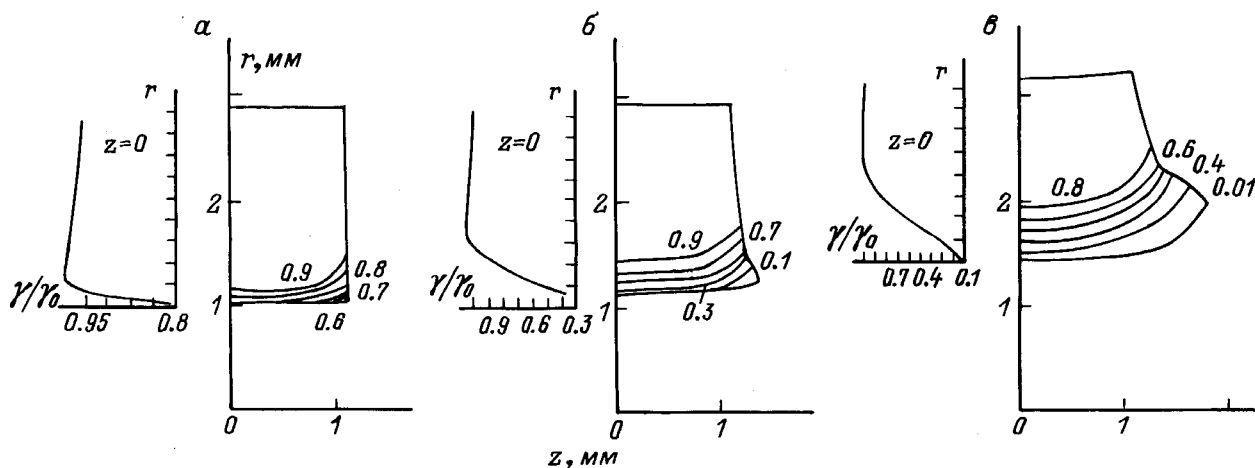


Рис. 9. Распределение плотности массы по сечению соленоида в процессе магнитогидродинамического течения (численные значения даны относительно базисной величины $\gamma_B = 8.96 \cdot 10^3$ кг/м³). а-в — то же, что и на рис. 8.

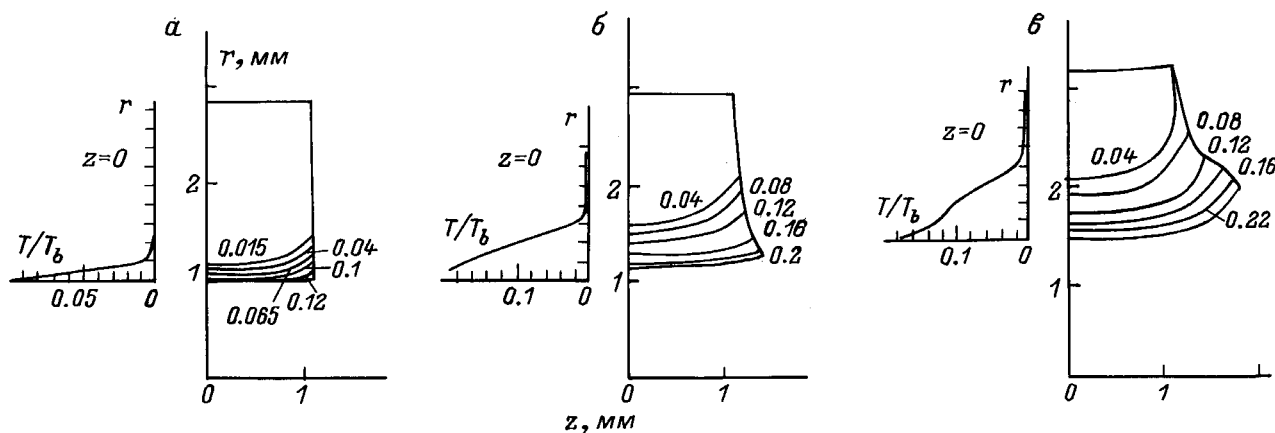


Рис. 10. Распределение температуры по сечению соленоида в процессе магнитогидродинамического течения (численные значения даны относительно базисной величины $T_B = 55\,200$ К). а-в — то же, что и на рис. 8.

угловых точек ток быстрее покидает периферию сечения соленоида. При этом имеет место более интенсивный режим нагрева средней части сечения, чем это следует из модели диффузии поля в неподвижную катушку. Следствием этого является более быстрое смещение пика плотности тока в радиальном направлении по сечению витка в реальных режимах. В частности, к моменту времени 1 мкс максимум плотности тока на оси симметрии катушки в режиме МГД течения катушки располагается на расстоянии ≈ 0.7 мм от внутренней поверхности катушки, в то время как при диффузии поля в недеформируемую катушку это расстояние примерно вдвое меньше (рис. 7). Эти различия указывают на несовершенство модели диффузии поля в неподвижную катушку. Вместе с тем эта модель, хотя и несколько расходится с экспериментом, позволяет приблизительно описать ход зависимости индукции в центре от времени.

Модель идеально проводящей среды дает существенно более быстрый рост радиуса, чем наблюдается в опытах и следует из полной модели. Однако, несмотря на это, кривая $B_3(t)$ близка к экспериментальной вследствие того, что ток в модели идеальной проводимости сосредоточен на границе (рис. 4–6). Иначе говоря, смещение радиуса в этой модели дает эффект, близкий к тому, который имеет место в реальных условиях вследствие роста эффективного радиуса в результате диффузии поля в проводящую среду.

Следует отметить, что совпадение зависимости $B_1(t)$ с результатами измерений в приведенных примерах лучше, чем можно было ожидать с учетом как погрешности измерений, так и отличия реального течения и поля от аксиально-симметричного. Это отличие связано с влиянием соединительных шин и изоляционной щели соленоида. При других длинах соленоидов расхождение теории с экспериментом несколько возрастает, что видно из сопоставления интерполяционной зависимости $B_m = f(l)$ (кривая 1) для тока с амплитудой 1 МА и расчетной кривой 2 (рис. 3). Однако это расхождение не превышает 15%, что не дает оснований ставить под сомнение применимость полной модели течения для расчета поля в центре витка.

4. Структура токораспределения и основные особенности МГД течения в тонкостенных витках

На рис. 8–10, 12, 14 представлены пространственные распределения характерных параметров течения для различных моментов времени, полученные при численном расчете взрыва соленоида применительно к условиям опыта с катушкой длиной 2.2 мм для различных моментов времени. Анализ этих распределений позволяет дать физическую картину взрыва миниатюрного соленоида.

Высокая плотность тока обуславливает интенсивный нагрев проводника. Поэтому ток, сосредоточенный в ранние моменты времени вблизи поверхности, перемещается в более глубокие слои вследствие потери

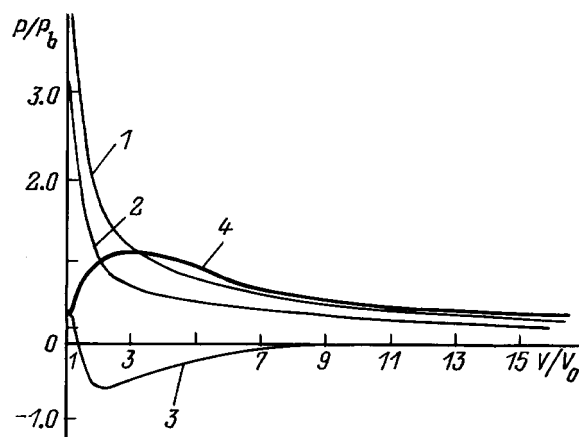


Рис. 11. Изотермы для меди (1–3) и P – V -траектория (4) для центральной точки внутренней поверхности соленоида. T/T_B : 1 — 0.026, 2 — 0.02, 3 — 0.006; $P_B = 1.98 \cdot 10^{10}$ Па, $T_B = 55\,200$ К.

электропроводности поверхностного слоя. Этот процесс продолжается в течение всего времени нарастания тока. На пространственное распределение тока (рис. 8) существенно влияют двухмерный характер диффузии и более быстрое проникновение поля в области вблизи углов. Для распределения электромагнитных сил в плоскости $z = 0$ характерен резкий максимум, местоположение которого смещается вместе с волной тока.

Плотность среды резко снижается вблизи углов, где среда расширяется наиболее резко (рис. 9). В этой области сильнее всего растет температура (рис. 10). Ее максимальное значение достигает $12 \cdot 10^3$ К в момент 1.2 мкс. Следует заметить, что процессы вблизи углов наименее точно описываются используемой моделью. Однако процессы в этих зонах, где ток практически отсутствует, оказывают слабое влияние на течение вблизи средней плоскости. В этой области радиальный размер зоны, где плотность ниже 0.8γ , составляет около 0.5 мм в момент $t = 1.2$ мкс (рис. 9). Таким образом, вследствие нагрева имеет место "распухание" среды, несмотря на то что она подвержена интенсивному магнитному давлению, которое стремится прижать среду к области, где проводник сохраняется в твердой фазе.

Заметим, что в процессе нагрева и расширения точка, характеризующая состояние среды на плоскости $P = f(T, 1/\gamma)$, проходит выше критической. Это имеет место для всех элементов среды, включая граничный, для которого построена траектория изобразительной точки на рис. 11. Там же показано положение критической точки. Этот факт позволяет избежать трудностей, связанных с описанием среды в двухфазной области, что дает основание использовать принятые в расчете простейшие уравнения состояния.

Поле скоростей (рис. 12) показывает двухмерный характер течения: вблизи углов радиальные и осевые составляющие вектора скорости близки между собой. Рассмотрим более детально распределение скорости в

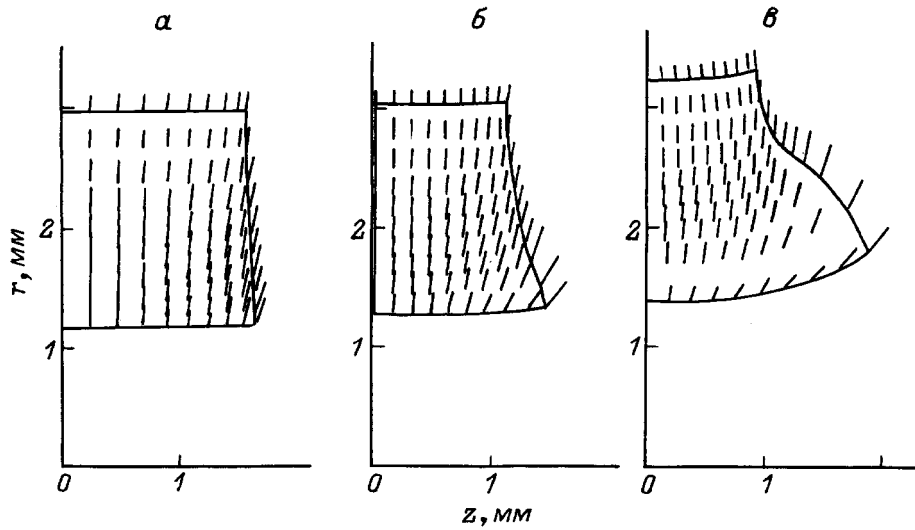


Рис. 12. Поля скоростей течения соленоидов разной ($l = 3.14, 2.2, 1.8$ мм) длины при $t = 1$ мкс (численные значения даны относительно базисной величины 4700 м/с). V_{\max} : а — 0.12, б — 0.33, в — 0.52.

более интересной области вблизи средней плоскости (рис. 13). Зависимость $V_r(r)$ имеет максимум, смещенный на глубину порядка десятых долей миллиметра от внутренней поверхности. Скорость элемента среды на внутренней границе, равная скорости роста внутреннего радиуса, существенно меньше, чем ее максимальное значение (рис. 13). Экстраполируя зависимость скорости от радиуса из области максимума к границе, можно грубо оценить скорость роста радиуса, которая была бы при отсутствии нагрева скин-слоя. Это значение существенно выше скорости границы (на рис. 13 в 2 раза). Таким образом, наблюдаемое смещение границы и задержка роста радиуса обусловлены процессом взрыва скин-слоя в среде с реальной проводимостью. Расширение поверхностного слоя соленоида ("распухание" скин-слоя при нагреве проводника) является, согласно численным расчетам, основной причиной замедления движения границы. Гидродинамическая трактовка этого эффекта состоит в том, что на некотором расстоянии от границы формируется пик давления (рис. 14), а в области

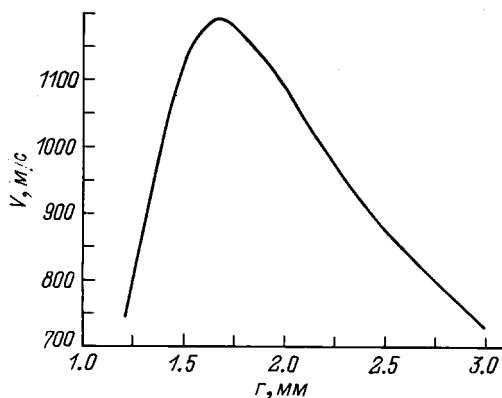


Рис. 13. Распределение скорости в центральном сечении соленоида в момент времени 0.8 мкс.

между пиком и границей, где $P = 0$, создается перепад давления, существенно снижающий действие амперовой силы. При этом движение элементов среды, близких к границе, замедляется. В области между границей и максимумом давления возникает течение "назад" по отношению к точке максимума. Заметим, что при формировании пика давления определенную роль играют осевые электромагнитные силы, существующие в коротких витках, однако роль нагрева является определяющей. Ее можно проиллюстрировать в численном эксперименте с "выключенными" электромагнитными силами, когда движение происходит только вследствие расширения среды. "Распухание" скин-слоя в этом случае приводит к уменьшению внутреннего радиуса со скоростью порядка 400 м/с, что видно из соответствующей кривой r_4 на рис. 6.

Особенностью взрыва коротких витков является сильно выраженное осевое течение, приводящее к характерному изменению формы сечения. Смещение среды в зоне скин-слоя в осевом направлении ("медленный взрыв скин-слоя" [33]) приводит к ослаблению связи этого слоя с остальной частью среды. Это проявляется в образовании зоны пониженного давления, которая начинается у основания уступа на поверхности витка (точка M на рис. 14) и доходит до плоскости $z = 0$. В результате пик давления расщепляется на две части, разделенные областью пониженного давления.

5. Особенности взрыва соленоидов при различных условиях эксперимента

С помощью полной модели взрыва соленоида может быть дана интерпретация ряда других экспериментов. В работе [9] использовались тонкостенные ($\Delta r = 0.5$ мм)

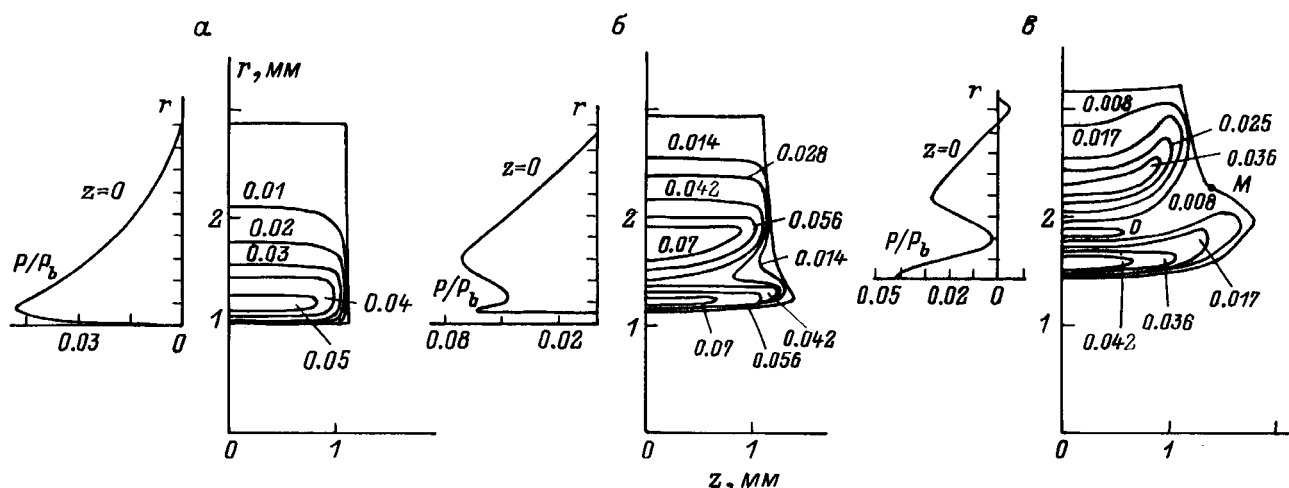


Рис. 14. Распределение давления по сечению соленоида в процессе магнитогидродинамического течения (численные значения даны относительно величины $1.98 \cdot 10^{11}$ Па). t мкс: *a* — 0.4, *b* — 0.8, *v* — 1.2.

одновитковые соленоиды при относительно низких (около 200 Тл) значениях амплитуды индукции и временах нарастания тока до максимума $t_{im} \cong 1.25$ мкс. Авторы наблюдали рост геометрического фактора в начальной стадии разряда и объясняли его перераспределением тока по длине витка. При этом не учитывалось движение среды. В работе [10] для интерпретации этих же экспериментов была использована модель течения идеально проводящей жидкости. Эта модель также давала совпадающую с экспериментом зависимость $G(t)$, но при этом имела место интенсивная деформация витка: его концы смещались по радиусу сильнее, чем средняя часть.

Применение магнитогидродинамической модели с конечной проводимостью показывает, что в условиях опытов работы [9] также имело место распухание образцов. Оно, однако, было слабее и формировалось позже, чем в описанных выше опытах. Тем не менее скорость увеличения внешнего радиуса катушки была заметно выше, чем внутреннего (рис. 15). Как следует из

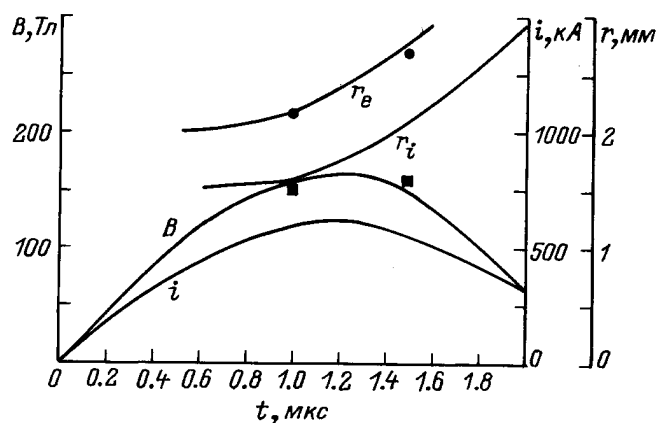


Рис. 15. Зависимости от времени внутреннего r_i и внешнего r_e радиусов, индукции в центре B , полного тока I тонкостенного соленоида. Значки — данные теневой фотографии.

сопоставления расчетных зависимостей с экспериментальными данными, модель с очень хорошей точностью описывает поведение во времени внешнего радиуса (r_e). В то же время имеются значительные расхождения при сопоставлении кривых для внутреннего радиуса, которые можно объяснить, по-видимому, тем, что на фоторазвертке регистрировалась тень от плотных паров, образовавшихся при взрыве соленоида. Имеется хорошее согласие расчетных параметров магнитного поля, которые, согласно рис. 15, составляют $B_m = 170$ Тл, с экспериментальными значениями $B_m = 190$ Тл [9,11]. Следует отметить, что интенсивность магнитогидродинамических процессов при таких параметрах магнитного поля заметно ниже, чем в описанной выше серии опытов. Об этом свидетельствуют построенные на рис. 16–18 расчетные распределения плотности тока, температуры и плотности для различных моментов времени. В соответствии с рис. 18 заметное уменьшение плотности имеет место лишь при $t > 1$ мкс. Другим существенным отличием данного режима от взрыва катушек с толщиной стенки порядка 2 мм является отсутствие в сечении соленоида холодного ядра к моменту максимума тока (рис. 17). Поэтому в данном случае нельзя объяснить задержку особенностями высокоскоростной деформации твердого тела. Она, безусловно, имеет гидродинамическую природу. В отличие от расчетов в приближении идеальной проводимости МГД модель с конечной проводимостью показывает сохранение приблизительно прямоугольной формы сечения соленоида вплоть до момента максимума поля. При этом толщина катушки растет, однако она остается меньше толщины скин-слоя. Поэтому радиальная диффузия тока играет роль лишь в начале процесса, а затем начинается проявляться основной эффект — движение токовой волны вдоль оси, приводящей к росту геометрического фактора. Этот эффект отмечен в работе [11]. Он был рассчитан численно в модели неподвижной среды. Расчеты по этой, и по полной модели,

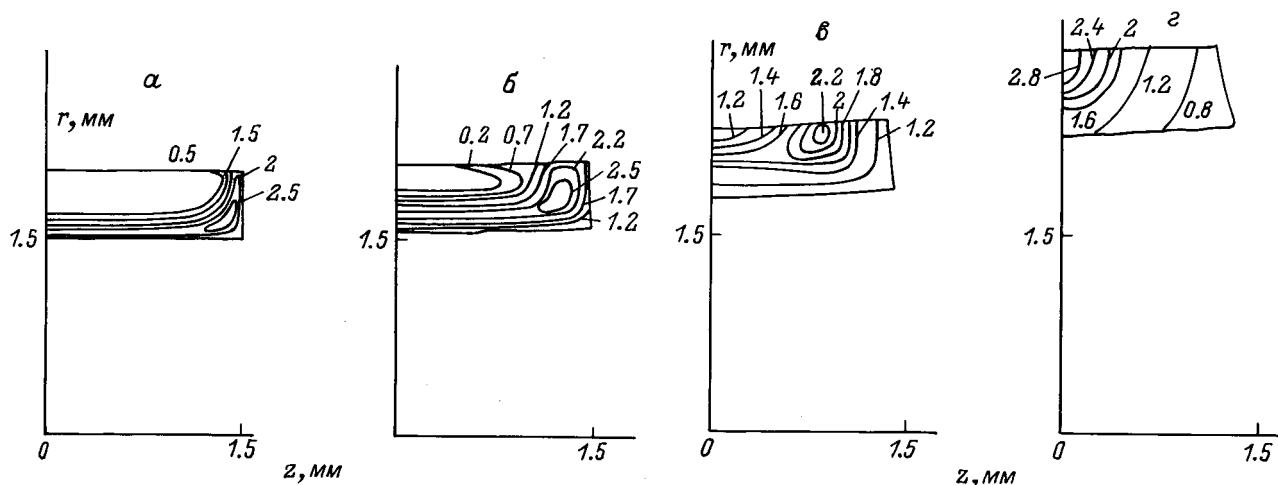


Рис. 16. Расчетные распределения плотности тока в процессе МГД течения одновиткового соленоида 0.5×3 мм для различных моментов времени t . t , мкс: а — 0.4, б — 0.8, в — 1.2, z — 1.6; $i_m = 660$ кА, $t_{im} = 1.25$ мкс. Численные значения приведены относительно величины $2.33 \cdot 10^{12}$ А/м².

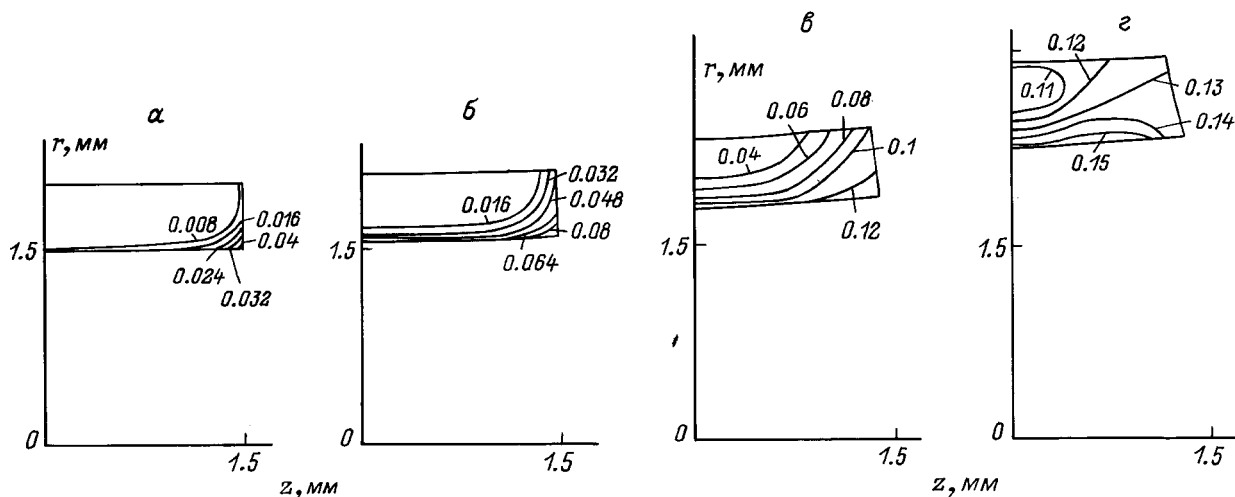


Рис. 17. Расчетные распределения температуры в процессе МГД течения одновиткового соленоида при тех же условиях, что и рис. 16. Численные значения приведены относительно базисной величины $T_B = 55$ 200 К; а-z — то же, что и на рис. 16.

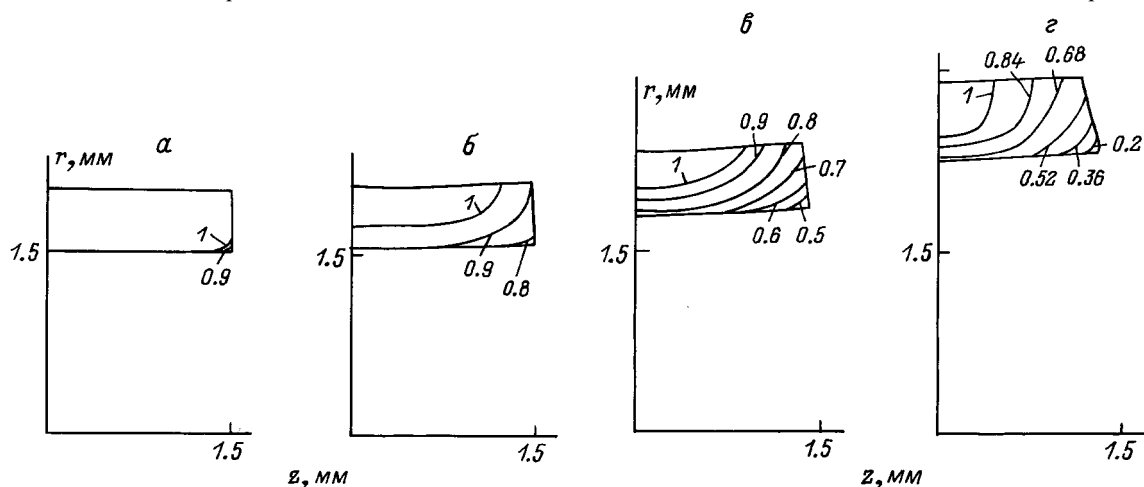


Рис. 18. Расчетные распределения массовой плотности в процессе МГД течения одновиткового соленоида при тех же условиях, что и на рис. 16 (а-z). Численные значения приведены относительно величины плотности при нормальных условиях $8.96 \cdot 10^3$ кг/м³.

и в данном случае существенно расходятся в деталях, но качественное сходство сохраняется. Все модели дают достаточно близкий к эксперименту ход зависимости геометрического фактора от времени (рис. 19). В работах [8,9,10,13], как и в экспериментах Ферстера и Мартина [3], показано основное преимущество витков с малым отношением толщины стенки к радиусу — не только высокое значение начального геометрического фактора, но и его сохранение и даже некоторый рост вследствие перехода тока к средней плоскости. Однако это преимущество имеет значение лишь при условии, что деформация не успевает развиться к моменту максимума тока, что имеет место лишь при очень коротком фронте и относительно слабом поле.

В отличие от описанной серии экспериментов с соленоидами, толщина стенки которых h была соизмерима с r_0 и l , в большом числе экспериментов изучались миниатюрные витки с большой толщиной стенки ("толстостенные витки" с $h \gg l, r_0$). Численные исследования по полной модели МГД течения показали, что при сходных условиях ($r_0 \approx 1-2$ мм, $l \approx 2-3$ мм, $t_i \sim 1$ мкс, $B_m \geq 300$ Тл) картина процесса в них мало отличается от описанной. В частности, имеют место взрыв ("распухание") скин-слоя и задержка роста внутреннего радиуса. Эти эффекты выражены тем слабее, чем больше время нарастания тока. Примером могут быть результаты расчетов для биконических соленоидов, исследовавшихся в работе [7]. Из рис. 20 видно, что при амплитуде тока 2.44 МА и при времени нарастания около 5 мкс расчет по полной модели и по модели идеально проводящей среды дает близкие результаты, а задержка начала течения практически отсутствует, что соответствует результатам опытов. Вместе с тем в численном эксперименте с $i_m = 5$ МА и $t_m = 1$ мкс наблюдается существенное расширение среды и четко

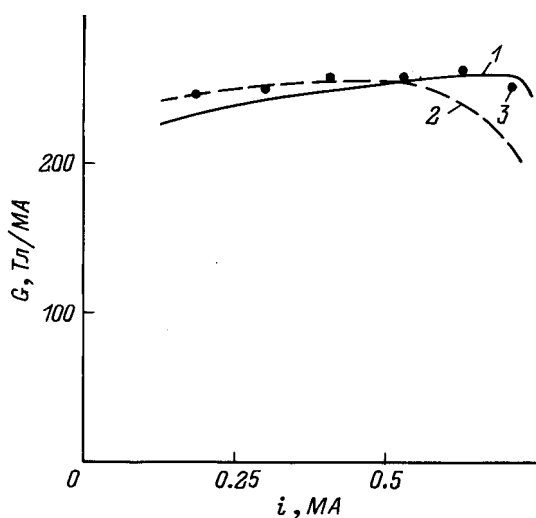


Рис. 19. Зависимости геометрического фактора тонкостенного одновиткового соленоида 0.5×3 мм от полного тока при $t_{im} = 1.25$ мкс. 1 — данные эксперимента; 2 — расчет по модели идеальной проводимости; 3 — расчет по МГД модели с конечной проводимостью.

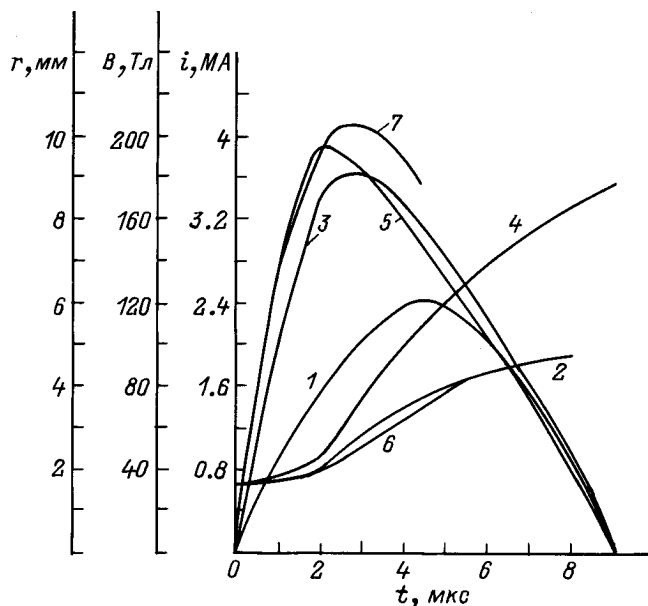


Рис. 20. Временные характеристики МГД течения в биконическом соленоиде. 1 — полный ток; 2, 4, 6 — внутренний радиус; 3, 5, 7 — индукция в центре (2, 3 — эксперимент); 4, 5 — модель идеальной проводимости; 6, 7 — полная модель.

выражена задержка начала течения. При этом расчет по полной модели дает амплитуду индукции 340 Тл.

Возвращаясь к экспериментам с тонкостенными витками, отметим, что в рамках полной модели удастся описать задержку роста радиуса витка в опытах работы [8], не прибегая к использованию искусственных реологических схем вместо общепринятых уравнений состояния. Вместе с тем эти расчеты дают несколько заниженное значение максимума индукции (340 Тл) вместо измеренного (390 Тл). Расхождение можно объяснить как погрешностью измерений индукции (до 10%), так и отмеченными выше погрешностями модели, обусловленными отличием реального течения от осесимметричного, а также тем, что в модели не учитывается возможность роста тока на границе сред вследствие ионизации газа.

6. О возможности достижения магнитных полей с индукцией 500—600 Тл в миниатюрных соленоидах

Мощные конденсаторные батареи, например [34], позволяют получать в нагрузке малых размеров ток с амплитудой до 10^7 А, время нарастания которого может быть снижено до 10^{-6} с и менее с помощью мощных переключающих устройств. Поэтому представляет интерес рассчитать зависимость амплитуды индукции от скорости ее нарастания по полной модели в условиях, когда $di/dt > 2 \cdot 10^{12}$ А/с. Серия таких расчетов выполнена для медного соленоида с начальным размером 2.2×1.9 мм в предположении, что ток нарастает по линейному закону.

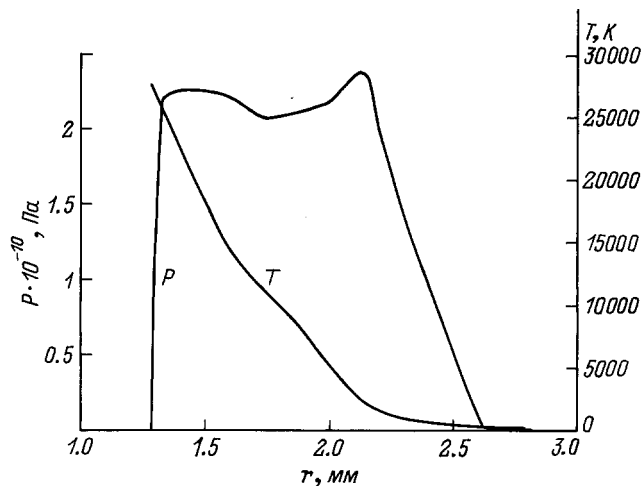


Рис. 21. Радиальное распределение температуры и давления в центральной плоскости соленоида при $di/dt = 4 \cdot 10^{12}$ А/с.

При увеличении скорости нарастания тока обратное движение границы выражено резче, чем было показано выше. Так, при $di/dt = 4 \cdot 10^{12}$ А/с температура на поверхности (в плоскости $z = 0$) достигает 25 000 К, а пик давления 30 000 МПа (рис. 21). При этом имеет место обратное движение внутренней границы витка в начале процесса, что приводит к росту геометрического фактора, несмотря на снижение проводимости среды. Индукция при этом достигает максимума раньше i_m , а потом падает. На рис. 22, 23 представлены расчетные зависимости $B(t)$ и $\Delta r(t)$ для случая, когда $di/dt = 7.85 \cdot 10^{12}$ А/с, и зависимость $B_m = f(di/dt)$. Роль расширения среды, приводящего к задержке начала течения, проявляется в том, что эта зависимость идет выше результатов расчета в приближении идеальной проводимости. Для выбранного примера при $(di/dt) > 2 \cdot 10^{12}$ А/с допустима аппроксимация

$$B_m = 2.5 \cdot 10^{-4} (di/dt)^{1/2}, \quad (27)$$

сходная с (1) и вытекающая из соображений размерности [16]. Согласно (27), при $di/dt = 10^{13}$ А/с возможно достижение поля с индукцией около 600 Тл. Реализация такого эксперимента возможна в лабораторных условиях с использованием имеющихся емкостных накопителей типа описанного в работе [34].

Выводы

1. Разрушение миниатюрных соленоидов в мегагауссном поле при времени нарастания тока около 1 мкс достаточно точно может быть описано моделью двухмерного МГД течения с общепринятыми уравнениями состояния, учитывающими как движение среды, так и нелинейную диффузию поля.

2. Наблюдаемая в ряде экспериментов задержка начала убывания (или даже кратковременный рост) геометрического фактора $G = B(t)/i(t)$ объясняется стягиванием

тока к средней плоскости вследствие нелинейной диффузии. Этот вывод, полученный в модели неподвижного проводника, качественно справедлив и при учете движения среды, хотя картина токораспределения в движущейся среде несколько иная, чем в неподвижной.

3. В поле с индукцией выше 300 Тл имеет место задержка начала роста внутреннего радиуса по сравнению с течением в идеально проводящем соленоиде. Эта задержка является следствием взрыва скин-слоя — теплового расширения среды, имеющего вид встречного течения под действием перепада газодинамического давления, пик которого находится в глубине скин-слоя.

4. Хотя часть среды может сохраняться в твердой фазе вплоть до момента максимума индукции, при объяснении наблюдаемой картины течения по полной модели в исследованном диапазоне длительности импульсов нет необходимости пользоваться усложненными реологическими схемами (типа вязко-упругой среды с переменным

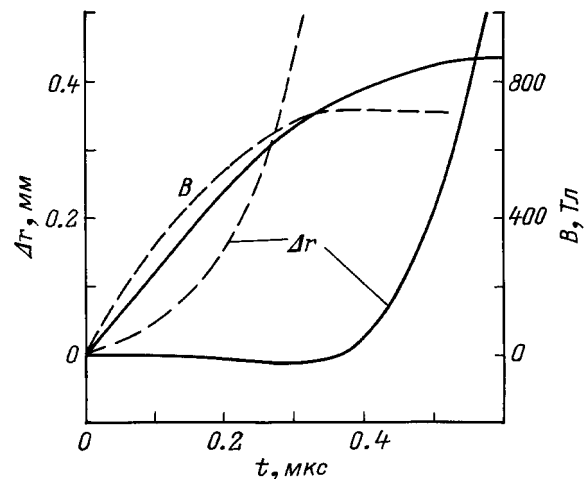


Рис. 22. Временные характеристики процесса получения мегагауссного магнитного поля в миниатюрном витке при сверхвысокой скорости нарастания тока. Штриховые кривые — режим идеальной проводимости.

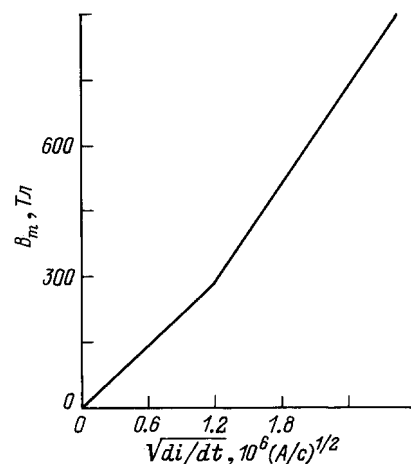


Рис. 23. Зависимость амплитуды индукции магнитного поля от скорости нарастания тока в миниатюрном соленоиде.

временем релаксации) для объяснения задержки начала деформации. В прежних работах к этому приходилось прибегать, поскольку проводимость среды считалась идеальной и ее нагрев был исключен.

5. Задержка начала течения в менее интенсивных полях (200 Тл и ниже) обусловлена только инерцией, проявляющейся при импульсном нагружении.

6. Расчетная зависимость амплитуды индукции и скорости нарастания тока, справедливая при $(di/dt) \geq 2 \cdot 10^{12}$ А/с и учитывающая взрыв скин-слоя, имеет вид $B_m = A(di/dt)^{1/2}$. В рассмотренном примере $A = 2.5 \cdot 10^{-4}$ Тл/(А/с)^{1/2}.

Работа выполнена по программе Министерства науки России "УТС и плазменные процессы" (тема № 8317).

Список литературы

- [1] Furth H.P., Levine M.A., Waniek R.W. // II. Rev. Sient. Instr., 1951. Vol. 28. N 11. P. 949.
- [2] Шнеерсон Г.А. // ЖТФ. 1962. Т. 32. Вып. 9. С. 1153–1157.
- [3] Forster D.W., Martin J.C. // Les Champs Magnetiques Intetnses. Paris.: Cnrs, 1967. P. 361.
- [4] Shearer J.W. // J. Appl. Phys. 1969. Vol. 40. P. 4490.
- [5] Nacao K., Herlach F., Goto T. et al. // J. Phys. E. 1985. Vol. 18. P. 1018.
- [6] Андрианов А.М., Демичев В.Ф., Елисеев Г.А., Левит П.А. // Письма в ЖЭТФ. 1970. Вып. 11. С. 582.
- [7] Шнеерсон Г.А. // ЖТФ. 1974. Т. 44. Вып. 10. С. 2217.
- [8] Бочаров Ю.Н., Кривошеев С.И., Шнеерсон Г.А. // Письма в ЖТФ. 1982. Т. 8. Вып. 4. С. 212.
- [9] Андрианов А.М., Геннадиев Н.Н., Демичев В.Ф. и др. // Сверхсильные магнитные поля (Физика, техника, применение) / Под ред. В.М. Титова, Г.А. Швецова. М.: Наука, 1984. С. 29.
- [10] Bocharov Yu.N., Krivosheev S.I., Kruchinin A.I. et al. // Megagauss technology and Pulsed Power Application / Ed. C.M. Fowler, R.S. Caird, D.J. Erickson. New York; London:Plenum Press, 1986. P. 65.
- [11] Alekseev Yu.A., Gennachev N.N., Demichev V.F. // Megagauss Technology and Pulsed Power Application / Ed. C.M. Fowler, R.S. Caird, D.J. Erickson. New York; London:Plenum Press, 1986. P. 89.
- [12] Бочаров Ю.Н., Кривошеев С.И., Кручинин А.И. и др. // Сверхсильные магнитные поля (Физика, техника, применение) / Под ред. В.М. Титова, Г.А. Швецова. М.: Наука, 1984. С. 77.
- [13] Bocharov Yu.N., Kolgatin S.N. et al. // Megagauss Fields and Pulsed Power Systems / Ed. V. Titov, G. Shvetsov. New York: Nuova Scienza, 1990. P. 33.
- [14] Шнеерсон Г.А. // Сверхсильные магнитные поля (Физика, техника, применение) / Под ред. В.М. Титова, Г.А. Швецова. М.: Наука, 1984. С. 70.
- [15] Demichev V.Ph., Sheerson G.A. // Megagauss Technology and Pulsed Power Application / Ed. C.M. Fowler, R.S. Caird, D.J. Erickson. New York; London; Plenum Press, 1986. P. 49.
- [16] Шнеерсон Г.А. // Письма в ЖЭТФ. 1970. Т. 12. Вып. 11. С. 458.
- [17] Бочаров Ю.Н. и др. // Сверхсильные магнитные поля (Физика, техника, применение) / Под ред. В.М. Титова, Г.А. Швецова. М.: Наука, 1984. С. 77.
- [18] Mescheryakov Y.I., Atrochenko S.A. Intern. of Solids and Structure. 1992. Vol. 29. N 22. P. 2761.
- [19] Miura N., Nakao K.Jn. // Megagauss Technology and Pulsed Power Application / Ed. C.M. Fowler, R.S. Caird, D.J. Erickson. New York; London; Plenum Press, 1986. P. 137.
- [20] Бочаров Ю.Н., Кривошеев С.И. и др. // ПТЭ. 1993. № 2. С. 92.
- [21] Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Физматгиз, 1966.
- [22] Колгатин С.Н., Полищук А.Я., Шнеерсон Г.А. ТВТ. 1993. Т. 31. № 6. С. 890.
- [23] Bryant A.R. // Megagauss Magnetic Field Generation by Explosives and Related Experiments. Brussel, 1966. P. 183.
- [24] Техника больших импульсных токов и магнитных полей / Под ред. В.С. Комелькова. М.: Атомиздат, 1970.
- [25] Кнопфель Г. Сверхсильные магнитные поля. М.: Мир, 1972.
- [26] Беспалов И.М., Полищук А.Я. Препринт ИВТАН. М., 1988. № 1-257.
- [27] Baltakhanov A.M., Bondaletov V.N., Derevtchikov V.A. et al. // Megagauss Fields and Pulsed Power System / Ed. V.M. Titov, G.A. Shvetsov. Nova Sci. Publ. 1990. N 4. P. 307.
- [28] Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов задач математической физики / Под ред. К.И. Бабенко. М.: Наука, 1979. 296 с.
- [29] Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. М.: Наука, 1980. 352 с.
- [30] Бондалетов В.Н., Гусаров А.А., Балтаханов А.М. // Электричество, 1982. № 7. С. 44.
- [31] Михайлов В.М. Импульсные электромагнитные поля. Харьков: Вища школа, 1979. 138 с.
- [32] Salon S.J., Angelo D.J. // IEEE Trans. Magn. 1988. N 1. P. 80.
- [33] Шнеерсон Г.А. // ЖТФ. 1973. Т. 43. Вып. 2. С. 419.
- [34] Адамьян Ю.Э., Березкин А.Н. и др. // ПТЭ. 1994. № 5. С. 134.
- [35] Шнеерсон Г.А. Поля и переходные процессы в аппаратуре сверхсильных токов. 2-е изд. М.: Энергоатомиздат, 1992. 413 с.