

01;02;04

## Измерение интеграла электрон-атомных столкновений в гелиевой низкотемпературной плазме

© А.Д. Мезенцев, Ю.Д. Степанов, В.Л. Федоров

Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г.В.Плеханова (Технический университет), 199026 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 14 июля 1995 г. В окончательной редакции 23 октября 1996 г.)

Получено выражение для интеграла электрон-атомных столкновений применительно к аксиально-симметричной низкотемпературной плазме. Реализовано экспериментальное определение лежандровых компонент интеграла столкновений зондовым методом. Сопоставление измеренных лежандровых компонент и их расчетных значений позволило установить, что в зависимости от плазменных условий реализуется либо столкновительный режим, либо режим доминирования коллективных взаимодействий.

### Введение

Как известно, интеграл столкновений входит в кинетическое уравнение Больцмана как одно из слагаемых, и это обстоятельство открывает возможность его экспериментального определения. В общем случае для решения указанной задачи требуется достаточно точное и одновременное измерение сложных величин, составляющих кинетическое уравнение, что вряд ли практически осуществимо.

Однако в частном случае стационарного положительного столба электрического разряда кинетическое уравнение существенно упрощается. Действительно, в положительном столбе электрического разряда можно пренебречь градиентом концентрации заряженных частиц.

Кроме этого, на оси разрядной трубки реализуются условия аксиальной симметрии, и поэтому функция распределения электронов по скоростям и интеграл столкновений могут быть представлены разложениями в ряды по полиномам Лежандра. В результате кинетическое уравнение Больцмана сводится к сравнительно простым выражениям, связывающим лежандровы компоненты интеграла столкновений с лежандровыми компонентами функции распределения электронов по скоростям. Для первых двух лежандровых компонент интеграла электронных столкновений имеем [1]

$$S_0(v) = \frac{eE}{3m} \left\{ \frac{\partial f_1}{\partial v} + 2\frac{f_1}{v} \right\}, \quad S_1(v) = \frac{eE}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v}, \quad (1)$$

где  $E$  — напряженность электрического поля на оси разрядной трубки;  $e, m, v$  — заряд, масса и модуль скорости электрона соответственно;  $f_0, f_1$  — лежандровы компоненты функции распределения электронов по скоростям.

В реальном электрическом разряде следует учитывать наличие флуктуаций и колебаний, поэтому все величины  $E, f_j, S_1$  необходимо представить в виде суммы постоянных и переменных по времени величин  $E = \bar{E} + \tilde{E}$ ,  $f = \bar{f} + \tilde{f}$ ,  $S = \bar{S} + \tilde{S}$ .

После подстановки этих выражений в (1) и усреднения по времени получаем

$$\bar{S}_0 - \left\langle \frac{e\tilde{E}}{3m} \left\{ \frac{\partial \tilde{f}_1}{\partial v} + 2\frac{\tilde{f}_1}{v} \right\} \right\rangle = \frac{e\bar{E}}{3m} \left\{ \frac{\partial \bar{f}_1}{\partial v} + 2\frac{\bar{f}_1}{v} \right\},$$

$$\bar{S}_1 - \left\langle \frac{e\tilde{E}}{m} \frac{\partial \tilde{f}_0}{\partial v} \right\rangle = \frac{e\bar{E}}{m} \frac{\partial \bar{f}_0}{\partial v}. \quad (2)$$

В правую часть этих выражений входят средние по времени значения величин  $\bar{f}$  и  $\bar{E}$ , которые могут быть определены зондовым методом [2,3]. Левая часть представлена суммой интеграла столкновения и усредненного выражения, ответственного за коллективное взаимодействие заряженных частиц в плазме. Усредненные выражения могут быть приняты за меру интенсивности коллективных взаимодействий заряженных частиц. Заметим также, что средние по времени значения лежандровых компонент  $\bar{S}_0$  и  $\bar{S}_1$  могут быть оценены по результатам независимых измерений заселенностей энергетических уровней функции распределения электронов по скоростям и известным сечениям электрон-атомных процессов. Поэтому существует принципиальная возможность сравнения интенсивности столкновительных и коллективных процессов, идущих в плазме положительного столба разряда.

Предметом настоящей работы являются определение интеграла электрон-атомных столкновений, а также сравнительный анализ процессов коллективных взаимодействий и столкновительных процессов, протекающих в положительном столбе электрического разряда в He.

### Интеграл электрон-атомных столкновений в аксиально-симметричной низкотемпературной плазме

Общее выражение для интеграла электрон-атомных столкновений хорошо известно [1]

$$S(\mathbf{v}) = \int_{\Omega} \int_{v_a} \sigma(v_r, \theta) v_r \{ f f_a - f' \cdot f'_a \} d\Omega dv_a, \quad (3)$$

где  $f, f', f_a, f'_a$  — распределения по скоростям электронов и атомов, распределения нормированы на концентрации частиц, здесь и далее все функции и параметры без штрихов характеризуют условия до столкновения, со штрихами — после столкновения;  $v, v_r$  — соответственно скорость электрона и модуль относительной скорости электрона и атома;  $v_a$  — скорость атома;  $\sigma(v_r, \theta)$  — дифференциальное сечение столкновения;  $\theta, \Omega$  — полярный угол рассеяния и телесный угол рассеяния соответственно.

В низкотемпературной аксиально-симметричной плазме выражение (3) может быть существенно упрощено. Действительно, в первом приближении атомы в низкотемпературной плазме можно считать неподвижными, что позволяет легко провести интегрирование по скоростям атомов. Заметим также, что в этом приближении относительная скорость электрон-атом тождественна со скоростью электрона. Далее, для интегрирования по телесному углу рассеяния представим функции распределения электронов по скоростям  $f$  и  $f'$  разложениями по полиномам Лежандра с полярной осью, совпадающей по направлению с осью разрядной трубки, и соответственно дифференциальное сечение разложением с полярной осью, совпадающей со скоростью электрона до столкновения. Интегрирование по телесному углу рассеяния в соотношении (3) может быть проведено, если для преобразования подынтегрального выражения воспользоваться теоремой сложения полиномов Лежандра. В результате для лежандровых компонент интеграла столкновения имеем

$$S_j(v) = 4\pi v \left\{ \frac{\sigma_j}{2j+1} N_a f_j - \sigma_0 N'_a f'_j \right\}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, \quad (4)$$

где  $\sigma_j(v)$  — лежандровы компоненты дифференциального сечения;  $N_a, N'_a$  — концентрации атомов в соответствующих состояниях.

Полученное выражение имеет алгебраическую форму и более удобно для практического использования, чем интегральное соотношение (3). Заметим также, что конкретные процессы, идущие с участием электронов, входят в интеграл столкновений аддитивно, и поэтому Лежандров компонент интеграла столкновений в реальной плазме является суммой выражений подобных (4). Для неупругих соударений первого рода  $N_a$  есть концентрация атомов в нижнем энергетическом состоянии. Соответственно  $N'_a$  — концентрация атомов в более высоком энергетическом состоянии. Лежандровы компоненты функций распределения  $f_j$  и  $f'_j$  в этом случае связаны законом сохранения энергии. Для неупругих соударений второго рода, наоборот,  $N_a$  — концентрация атомов в более высоком энергетическом состоянии,  $N'_a$  — концентрация атомов в более низком энергетическом состоянии. Связь аргументов лежандровых компонент функций распределения, так же как и для ударов первого рода, определяется законом сохранения энергии.

Для упругих электрон-атомных соударений конечное и начальное состояния атомов идентичны, поэтому  $N_a = N'_a$ . В рамках принятого приближения (неподвижные атомы) модуль скорости электрона в результате упругого столкновения не меняется, и поэтому  $f_j = f'_j$ .

Учитывая сделанные замечания, для лежандрова компонента упругого электрон-атомного столкновения имеем

$$S_j(v) = 4\pi v N_a f_j \left\{ \frac{\sigma_j}{2j+1} - \sigma_0 \right\}, \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

В частности, для первых двух лежандровых компонент интеграла упругих электрон-атомных столкновений получаем известные соотношения [4]

$$S_0(v) = 0, \quad S_1(v) = -\sigma_i v N_a f_1, \quad (6)$$

где

$$\sigma_i = 4\pi \left\{ \sigma_0 - \frac{\sigma_1}{3} \right\} -$$

транспортное сечение для упругих соударений.

Так как в принятом приближении лежандров компонент  $S_0$  интеграла упругих соударений равен нулю, то для оценки его величины необходимо использовать более точное приближение, т. е. необходим учет процесса обмена энергией между электроном и атомом. Соответствующее выражение получено в работе [5]

$$S_0 = -\frac{1}{2v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left\{ v^3 \sigma_i \delta N_a \left[ \frac{kT_a}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v} + v f_0 \right] \right\}, \quad (7)$$

где  $\delta = 2m/M$ ;  $k$  — постоянная Больцмана;  $T_a, M$  — температура и масса атомов соответственно.

Наиболее сложно учесть в интеграле столкновений слагаемое, связанное с процессом ионизации. Это обстоятельство определяется не только тем, что плохо изучены сечения ионизации высоковозбужденных уровней и имеются определенные трудности в определении концентраций атомов, находящихся в этих состояниях, но и с тем, что, как правило, нет сведений о параметрах движения электронов после акта ионизации. Ввиду этого приходится проводить лишь оценку вклада в  $S_0$  процессов ионизации. Для этого сделаем два упрощающих предположения: а) после ионизации оба электрона (как электрон, вызвавший ионизацию, так и образовавшийся после ионизации) имеют одинаковые энергии; б) все направления движения электронов, возникших в результате ионизации, равновероятны. В рамках сделанных допущений, пренебрегая рекомбинацией, вклад в лежандров компонент  $S_0$  ионизации с уровня, концентрация на котором  $N_a$ , запишем

$$S_0(v) = 2\sigma_i N_a v' f'_0 - \sigma_i N_a v f_0; \quad v' = \sqrt{\frac{2eU_i}{m} + 2v}, \quad (8)$$

где  $U_i$  — потенциал ионизации соответствующего уровня атома,  $\sigma_i$  — сечение ионизации.

Конкретные данные о сечениях ионизации можно найти в работах [6,7]. Из соотношений (4)–(8) ясно, что

для оценки величины лежандрова компонента интеграла столкновений необходимо измерение концентраций атомов в основном и возбужденных состояниях, функции распределения электронов по скоростям, а также необходима информация о сечениях соответствующих процессов.

**Экспериментальная установка и методика определения лежандровых компонент функции распределения электронов по скоростям и интеграла столкновений**

Измерения проводились в разрядной трубке с оксидным катодом косвенного накала. Диаметр трубки 30 мм, длина 300 мм. При измерении использовался спектрально чистый гелий. Функция распределения электронов определялась зондовым методом с помощью плоского одностороннего зонда диаметром 0.8 мм.

Как известно, лежандровы компоненты функции распределения электронов по скоростям могут быть определены по результатам серии измерений второй производной от плотности зондового тока по потенциалу зонда  $U$  при различных ориентациях плоского одностороннего зонда относительно оси разрядной трубки [2,3]

$$I''_u(x, \varphi) = \frac{2\pi e^3}{m^2} \sum_j F_j(x) P_j(\cos \varphi), \quad (9)$$

$$F_j(x) = f_j(x) - \int_x^\infty f_j(\varepsilon) \frac{\partial}{\partial x} P_j \left( \sqrt{\frac{x}{\varepsilon}} \right) d\varepsilon, \quad j = 0, 1, 2, \dots, \quad (10)$$

где  $x = eU$ ,  $U$  — отрицательный потенциал зонда относительно плазмы,  $\varphi$  — угол между нормалью к поверхности зонда и осью трубки,  $\varepsilon$  — энергия электрона.

После определения по соотношению (9) вспомогательных функций  $F_j(x)$  искомые лежандровы компоненты функции распределения  $f_j(x)$  находятся в результате решения интегрального уравнения (10), резольвента которого известна [3]. Поэтому имеем

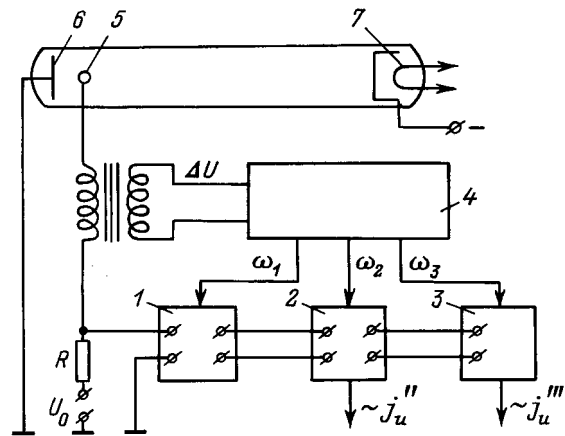
$$f_j(x) = F_j(x) - \int_x^\infty R_j(x, \varepsilon) F_j(\varepsilon) d\varepsilon, \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

В общем случае резольвентные ядра зависят от двух аргументов  $x$  и  $\varepsilon$ , но два первых резольвентных ядра имеют достаточно простой вид  $R_0 = 0, R_1 = 1/(2x)$ .

Как известно [4], в плазме положительного столба  $f_0 \gg f_1 \gg f_2$ , что позволяет использовать известное приближенное представление функции распределения

$$f(v) = f_0(v) + f_1(v) P_1(\cos \theta),$$

и, как следствие, при измерениях можно ограничиться только двумя ориентациями зонда.



**Рис. 1.** Схема зондовых измерений. 1–3 — синхронные детекторы; 4 — задающий генератор; 5 — плоский односторонний зонд; 6, 7 — анод и катод разрядной трубки.

Нами использовались две противоположные ориентации зонда, при которых нормаль к поверхности зонда была параллельна оси разрядной трубки. Как ясно из соотношения (1), для определения лежандровых компонент  $S_0$  и  $S_1$  необходимо также измерить  $\partial f_0 / \partial v$  и  $\partial f_1 / \partial v$ .

Можно показать, что для этого достаточно определить третью производную  $j'''_u$  от плотности зондового тока по потенциалу зонда. Действительно, проводя дифференцирование в выражениях (8), (10), имеем

$$J'''_u(x, \varphi) = \frac{2\pi e^3}{m^2} \sum_j F'_{j,u}(x) P_j(\cos \varphi), \quad j = 0, 1, \dots, \quad (12)$$

$$f'_{j,u}(x) = F'_{j,u}(x) - F_j(x) R_j(x, x) + \int_x^\infty R'_{j,u}(x, \varepsilon) F_j(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (13)$$

В экспериментальной установке использовалось дифференцирование с помощью малого по амплитуде переменного сигнала, подаваемого в зондовую цепь совместно с постоянным смещением  $U_0$ ,

$$U = U_0 + a_1 \cos \omega_1 t + a_2 \cos \omega_2 t + a_3 \cos \omega_3 t.$$

Сигнал, пропорциональный зондовому току  $J(U + \Delta U)$ , снимался с сопротивления  $R$  и усиливался (рис. 1). На выходе усилителя включен синхронный детектор, опорное напряжение которого определялось сигналом с частотой  $\omega_1$ . После усреднения по времени детектированного сигнала с постоянной времени ( $\tau 1/\omega_1 \ll 2\pi\tau \ll 1/\omega_2$ ), его величина пропорциональна  $J'_u(u_0 + a_2 \cos \omega_2 t + a_3 \cos \omega_3 t)$ . Выделение сигналов, пропорциональных  $J''_u$  и  $J'''_u$ , производится в последующих каскадах, которые действуют аналогично описанному.

Градуировка установки осуществлялась подачей на ее вход (на сопротивление  $R$ ) специального тарировочного

сигнала следующего вида:

$$U(t) = a(1 + \cos \omega_3 t)(1 + \cos \omega_2 t) \cos \omega_1 t. \quad (14)$$

Такой сигнал легко синтезируется с помощью трех последовательно включенных генераторов, работающих в режиме амплитудной модуляции.

Таким образом, оказалось возможным провести не только относительные, но и абсолютные измерения величин  $f'_u, f''_u, f'''_u$ , что в свою очередь позволило определить  $f_j$  и  $S_j$  в абсолютной мере.

## Экспериментальные результаты и их обсуждение

Результаты экспериментального определения величины

$$\bar{S}_1 = \frac{e}{m} \left\langle \tilde{E} \frac{\partial \tilde{f}_0}{\partial v} \right\rangle$$

при разрядном токе 260 мА и давлении гелия 0.7 Тор представлены на рис. 2. На этом же рисунке приведены расчетные значения величины  $\bar{S}_1$ . Расчетная величина  $S_1$  получена по соотношению (6) с использованием

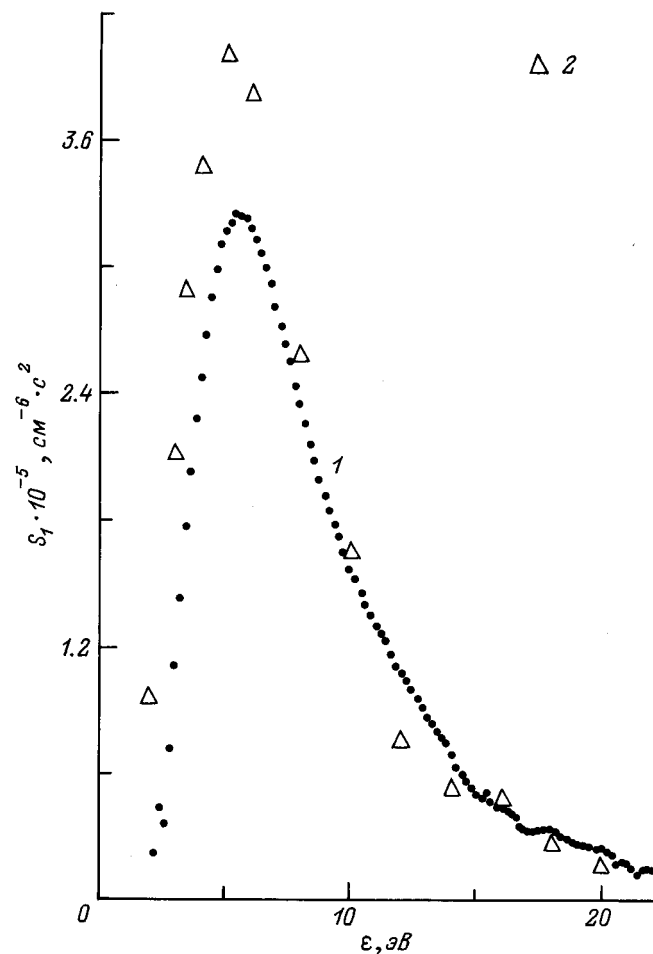


Рис. 2. Зависимость величины  $S_1$  от энергии электронов.  $P = 0.7$  Тор,  $J = 260$  мА; 1 — эксперимент, 2 — расчет.

Концентрация атомов на возбужденных уровнях гелия ( $\text{см}^{-3}$ )

| $P, \text{Тор}$ | $I, \text{мА}$ | $2'S_0$           | $2^3S_1$            | $2'P_0$           | $2^3P_{0,1,2}$    |
|-----------------|----------------|-------------------|---------------------|-------------------|-------------------|
| 0.7             | 260            | $8 \cdot 10^{11}$ | $2.6 \cdot 10^{12}$ | $5 \cdot 10^{10}$ | $7 \cdot 10^{10}$ |
| 0.2             | 200            | $3 \cdot 10^{11}$ | $9 \cdot 10^{11}$   | $2 \cdot 10^{10}$ | $3 \cdot 10^{10}$ |

известных данных по транспортному сечению электрон-атомных столкновений в гелии [1] и экспериментально определенных значений  $\partial \tilde{f}_0 / \partial v$ . Легко видеть, что для исследованного диапазона энергий электронов расхождение экспериментальных и рассчитанных величин не превышает ошибок измерений, из чего можно заключить, что усредненное слагаемое в уравнении (2)  $\langle \tilde{E} (\partial \tilde{f}_0 / \partial v) \rangle$  при указанных условиях эксперимента пренебрежимо мало.

Аналогичный результат был получен ранее в работе [8] для разрядного тока 236 мА и давления 0.5 Тор. Таким образом, сравнение экспериментальных и расчетных зависимостей свидетельствует о доминирующем влиянии столкновительных процессов на формирование величины  $\bar{S}_1$  при указанных выше разрядных условиях.

На рис. 3, а представлены экспериментальная зависимость от энергии электронов величины

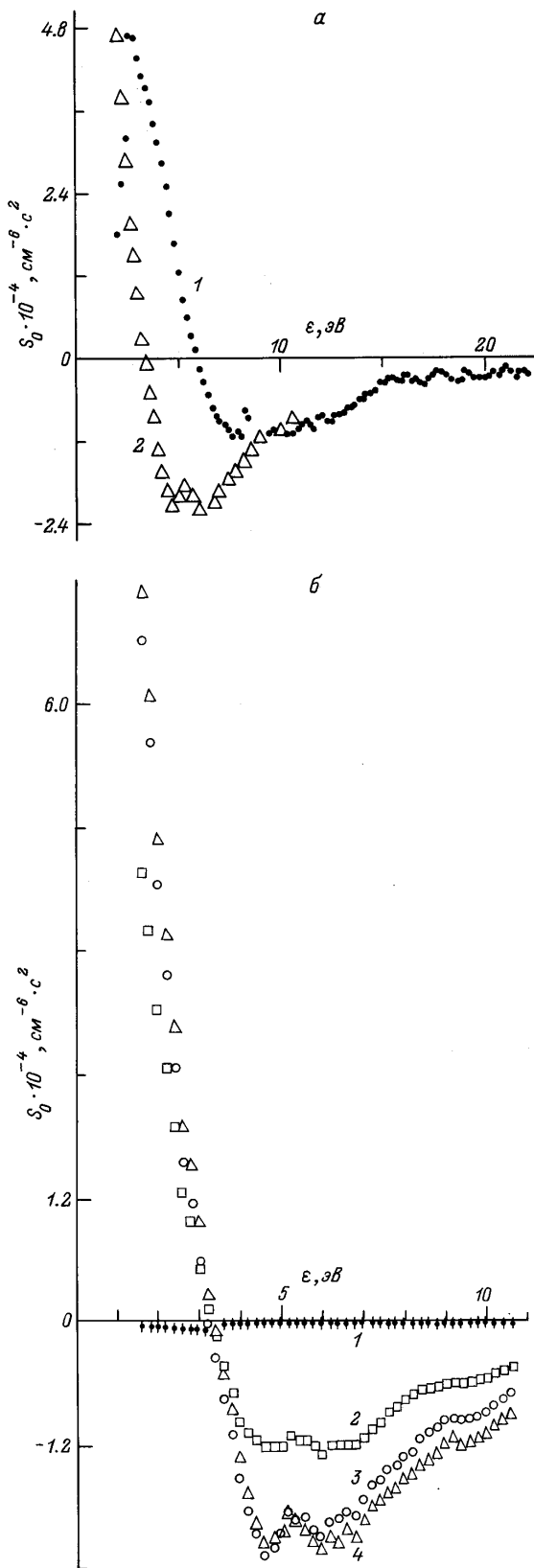
$$\bar{S}_0 = \frac{e}{3m} \left\langle \tilde{E} \cdot \left( \frac{\partial \tilde{f}_1}{\partial v} + 2 \frac{\tilde{f}_1}{v} \right) \right\rangle$$

и расчетные значения  $\bar{S}_0$ .

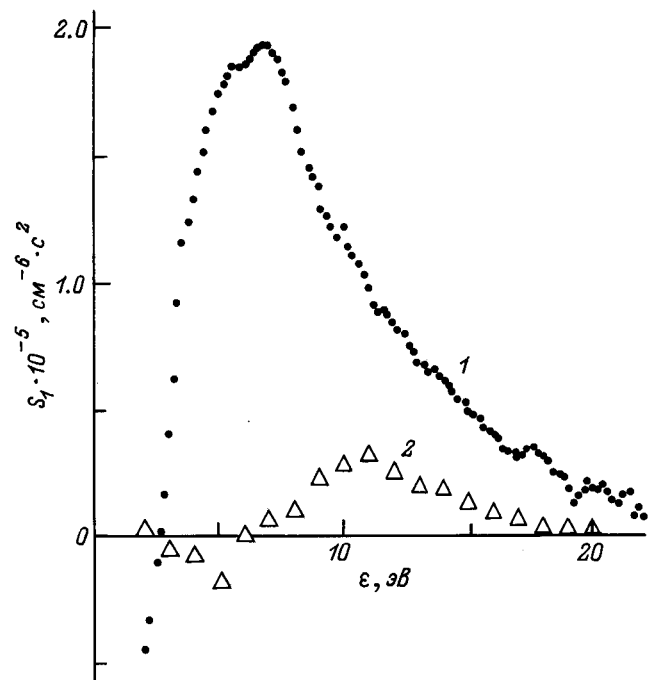
Как указывалось ранее, расчетная величина  $\bar{S}_0$  определяется парциальными вкладами процессов возбуждения, ионизации и упругих электрон-атомных столкновений. Ввиду этого на рис. 3, а учтены парциальные вклады в  $\bar{S}_0$  отдельных процессов и приведена интегральная кривая, в которую включены все доступные расчету процессы. Необходимые для расчета данные по заселенностям возбужденных уровней гелия были получены методом оптической реабсорбции [9]; концентрация атомов, находящихся в нормальном состоянии, определялась по давлению гелия. Соответствующие данные приведены в таблице.

Сведения о сечениях заимствованы из работы [10].

Как можно заметить из рис. 3, б, увеличение числа энергетических уровней гелия, включенных в расчет  $\bar{S}_0$ , приводит к уменьшению различий между экспериментальной и расчетной зависимостями. Для диапазона энергий электронов 9–13 эВ это различие не выходит за рамки погрешностей измерений. Отметим также, что процессы ионизации и упругие электрон-атомные столкновения дают весьма малый вклад в лежандров компонент  $\bar{S}_0$ . Наибольший вклад определяется процессами возбуждения уровней  $2S$  и  $2P$ , что обусловлено сравнительно большими сечениями и значительными заселенностями этих уровней. Для энергий больших 11 эВ, расчет невозможен ввиду отсутствия надежных сведений по сечениям. При энергиях, меньших 8 эВ, наблюдается лишь качественное совпадение в поведении



**Рис. 3.** *a* — зависимость величины  $S_0$  от энергии электронов:  $P = 0.7$  Тор,  $J = 260$  мА; 1 — эксперимент, 2 — расчет; *b* — зависимость расчетной величины  $S_0$  от числа учитываемых энергетических уровней: 1 —  $2^1S_0$  и  $2^3S_1$ ; 2 —  $2^1S_0$ ,  $2^3S_1$ ,  $2^3P$ ; 3 —  $2^1S_0$ ,  $2^3S_1$ ,  $2^3P$ ,  $2^1P_1$ ; 4 —  $2^1S_0$ ,  $2^3S_1$ ,  $2^3P$ ,  $2^1P_1$  и континуум.



**Рис. 4.** Зависимость величины  $S_1$  от энергии электронов.  $P = 0.2$  Тор,  $J = 200$  мА; 1 — эксперимент, 2 — расчет.

экспериментальных и расчетных зависимостей. Последнее обстоятельство можно связать с тем, что при расчете  $\bar{S}_0$  не учитывались процессы, связанные с высоковозбужденными состояниями гелия, что определялось известными трудностями в определении заселенностей этих состояний и отсутствием экспериментальных данных по сечениям. Таким образом, можно полагать, что в диапазоне энергий 9–11 эВ с точностью до 20% лежандров компонент интеграла столкновений  $\bar{S}_0$  формируется за счет процессов возбуждения, протекающих с участием уровней гелия  $2S$  и  $2P$ . Для энергий, меньших 8 эВ, необходимо учитывать электрон-атомные процессы, связанные с высоковозбужденными состояниями гелия. На рис. 4 представлены зависимости от энергии электронов величины

$$\bar{S}_0 + \frac{e}{3m} \left\langle \tilde{E} \frac{\partial \tilde{f}_0}{\partial v} \right\rangle,$$

полученной экспериментально, и расчетная зависимость  $\bar{S}_0$ . Измерения были проведены при давлении гелия 0.2 Тор и токе 20 мА. Сравнение приведенных зависимостей приводит к выводу, что при данных разрядных условиях не наблюдается даже качественного совпадения в поведении экспериментальных и расчетных величин.

Ввиду этого можно сделать вывод о доминирующей роли коллективных процессов на формировании  $\bar{S}_0$  при данных разрядных условиях.

Таким образом, усредненное выражение, входящее в уравнение (2)  $\left\langle \tilde{E} \frac{\partial \tilde{f}_0}{\partial v} \right\rangle$ , существенно превышает слагаемое, учитывающее столкновительные процессы. Интересно отметить, что влияние коллективных взаимодей-

ствий особенно существенно в области малых энергий электронов, а для энергий больше 12 эВ вклад коллективных взаимодействий в интеграл столкновений существенно меньше.

Таким образом, в зависимости от разрядных условий реализуются два режима: столкновительный и режим коллективных взаимодействий. Переход из одного режима в другой происходит в весьма узком диапазоне разрядных условий. В пределах каждого из этих режимов доминирует один из указанных механизмов взаимодействия, который и определяет величину интеграла столкновений.

## Список литературы

- [1] *Huxley L.G.H., Cronpton R.W.* The diffusion and drift of electron in gases. New York; Wiley, 1974.
- [2] *Федоров В.Л.* // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 5. С. 926–929.
- [3] *Федоров В.Л., Мезенцев А.П.* // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 3. С. 595–597.
- [4] *Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров И.Е.* Основы физики плазмы. М.: Атомиздат, 1977. 384 с.
- [5] *Гинзбург В.Л., Гуревич А.В.* // УФН. 1960. Т. 50. № 2. С. 201.
- [6] *Биберман Л.М., Воробьев В.С., Якубов И.Г.* Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы. М.: Наука, 1982. 374 с.
- [7] *Вайнштейн Л.А., Собельман И.И., Юрков Е.А.* Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. М.: Наука, 1979. 319 с.
- [8] *Мезенцев А.П., Мустафаев А.С., Лапшин В.Ф., Федоров В.П.* // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 11. С. 2104–2110.
- [9] *Фриш С.Э.* Спектроскопия газоразрядной плазмы. Л.: Наука, 1970.
- [10] *Berrington K.A., Burke P.G., Freitas L.G.G., Kingston A.E.J.* // Phys. B. 1985. Vol. 18. P. 4135.