

01;09

Самоорганизация временных структур в мультиравновесной автогенераторной системе с частотным управлением

© В.П. Пономаренко, В.В. Матросов

Научно-исследовательский институт прикладной математики и кибернетики при Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского, 603005 Нижний Новгород, Россия

(Поступило в Редакцию 4 июля 1995 г.)

Изучена нелинейная динамика модели автогенераторной системы с частотной автоподстройкой, обладающей неединственным состоянием равновесия. Показано, что в зависимости от параметров инерционности петли управления и начальной расстройки частот возможно образование разнообразных периодических и стохастических временных структур при возникновении в фазовом пространстве разнообразных предельных циклов и хаотических аттракторов. Выявлены причины возникновения автомодуляции, установлено расположение областей генерации различных режимов, изучены основные бифуркации и сценарии преобразования автомодуляционных режимов генератора при изменении параметров.

Введение

При решении многих актуальных задач физики и техники, связанных с формированием и обработкой сигналов, важное значение имеют автогенераторные системы с автоматической подстройкой частоты. Обобщенная структурная схема систем содержит [1] управляемый по частоте генератор синусоидальных колебаний и петлю управления, в которую входят частотный дискриминатор с нелинейной апериодической характеристикой, обуславливающей неединственность режимов стационарной генерации, фильтр низких частот и частотный модулятор. В последнее время проявляется большой интерес к углубленному изучению автоколебательных процессов, возникающих в петле управления при значениях параметров вне области устойчивости режимов стационарной генерации. Этот интерес вызван перспективой использования разнообразных видов таких колебаний для формирования на выходе управляемого генератора различных сигналов с периодической и стохастической частотной модуляцией. Большое значение представляет тот факт, что условия возбуждения, закономерности развития и взаимодействия модулирующих колебаний полностью определяются свойствами петли управления (видом нелинейности дискриминатора, параметрами инерционности и начальной частотной расстройкой).

Согласно результатам [2], автоколебательные процессы в петле управления рассматриваемых систем могут возникать при наличии фильтра не ниже третьего порядка. Исследования модели системы с фильтром третьего порядка и "одногогорбой" характеристикой дискриминатора, при которой система имеет три состояния равновесия, обнаружили [3,4] богатую картину сложных колебательных режимов и бифуркационных переходов в системе. Интересные возмож-

ности в плане генерирования сложных регулярных и шумоподобных сигналов следует ожидать [4], если применить в петле управления частотный дискриминатор с "многогорбой" характеристикой, позволяющей реализовать в системе большее число состояний равновесия и колебательных движений. В качестве такого дискриминатора можно использовать, например, комбинированный дискриминатор, объединяющий широкополосный и узкополосный частотные дискриминаторы [5] с инвертированными характеристиками. В данной работе изучается нелинейная динамика и возникающие временные структуры в автогенераторе с петлей частотной автоподстройки, имеющей такой дискриминатор и фильтр третьего порядка. Проводимое исследование представляет интерес и для динамики других объектов с близким поведением (кольцевых автоколебательных систем [6], джозефсоновских соединений [7], электронных генераторов Чуа [8], нейроподобных сред [9] и других мультиравновесных систем).

Математическая модель системы

Динамические уравнения, на основе которых изучаются возникновение и развитие временных структур в исследуемой автогенераторной системе, записываются в следующем виде [3]:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\tau} &= y, & \frac{dy}{d\tau} &= z, \\ \frac{dz}{d\tau} &= \left(\sigma - \Phi(x) - (\lambda + b\Phi'(x))y \right. \\ &\quad \left. - (1 - \rho + \rho\Phi'(x))z - \rho\Phi''(x)y^2 \right) / \mu, \end{aligned} \quad (1)$$

где x, y, z — безразмерные переменные (x — отклонение частоты управляемого генератора от центральной частоты дискриминатора); λ, b, μ, ρ —

безразмерные параметры, характеризующие инерционность петли управления; σ — начальная расстройка частот; $\Phi(x) = x - D(x)$ — обобщенная нелинейность, являющаяся нечетной функцией x ; $D(x) = c_1 F_1(x) + c_2 F_2(x)$ — характеристика комбинированного дискриминатора; c_1 и c_2 параметры нелинейности $D(x)$.

В качестве парциальных дискриминаторов будем рассматривать дискриминаторы на расстроенных контурах [5] с характеристиками $F_{1,2}(x) = (1 + (x - a_{1,2})^2)^{-1/2} - (1 + (x + a_{1,2})^2)^{-1/2}$ [1,2], где параметры a_1 и a_2 определяют раствор и крутизну $F_1(x)$ и $F_2(x)$. Рассматриваемая характеристика $D(x)$ обеспечивает существование в системе (1) трех, пяти и семи состояний равновесия при варьировании параметров a_1, a_2, c_1, c_2 и σ .

В силу инвариантности системы (1) относительно замены $(\sigma, x, y, z) \rightarrow (-\sigma, -x, -y, -z)$ достаточно рассматривать ее при значениях расстройки $\sigma \geq 0$. При исследовании динамики системы (1), выполненном методами нелинейной теории колебаний и численного моделирования, основное внимание уделено движениям, которым в фазовом пространстве соответствуют состояния равновесия, определяющие режимы стационарной генерации, устойчивые предельные циклы и хаотические аттракторы, определяющие соответственно режимы работы периодических и стохастических автомодуляционных колебаний генератора.

Режимы стационарной генерации

Состояния равновесия системы (1) определяются из условия

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dy}{dt} = \frac{dz}{dt} = 0,$$

которое дает следующие уравнения

$$y = 0, \quad z = 0, \quad \sigma - x + D(x) = 0. \quad (2)$$

Последнее уравнение в (2) может иметь различное число решений в зависимости от параметров a_1, a_2, c_1, c_2 и σ . Будем рассматривать a_1, a_2, c_1 и c_2 , выделяемые неравенствами $\Phi(x_{m2}) > \max(\Phi(x_{m1}), \Phi(x_{m3}))$, $\Phi(x_{m2}) > 0$, $\Phi(x_{m3}) < 0$, где x_{m1}, x_{m2} и x_{m3} — координаты экстремумов функции $\Phi(x)$ в области $x > 0$ ($0 < x_{m1} < x_{m2} < x_{m3}$), и значения σ , удовлетворяющие неравенству $0 < \sigma < \Phi(x_{m2})$. При этих значениях параметров a_1, a_2, c_1, c_2 и σ система (1) имеет наибольшее число состояний равновесия, равное семи: $S_1(x_1, 0, 0)$, $S_2(x_2, 0, 0)$, $S_3(x_3, 0, 0)$, $S_4(x_4, 0, 0)$, $C_1(x_5, 0, 0)$, $C_2(x_6, 0, 0)$, и $C_3(x_7, 0, 0)$. Координаты $x_i, i = 1, 7$, удовлетворяют неравенствам $x_4 < x_7 < x_3 < x_6 < 0 < x_1 < x_5 < x_2$.

На рис. 1 приведена нелинейная зависимость стационарной частотной расстройки x_s от начальной расстройки σ (кривая мультиравновесности $x_s(\sigma)$), построенная по уравнению (2) при значениях $a_1 = 0.2$,

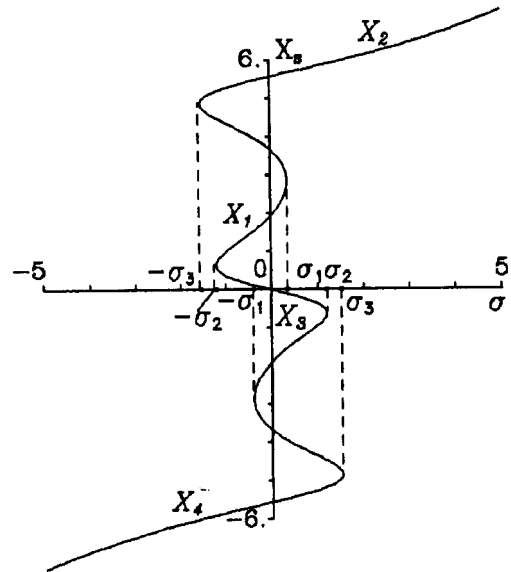


Рис. 1. Кривая мультиравновесности.

$a_2 = 5, c_1 = 10, c_2 = 7$. Видно, что при значениях $-\sigma_1 < \sigma < \sigma_1$, где $\sigma = \Phi(x_{m2}) \simeq 0.36739$, кривая $x_s(\sigma)$ является семизначной, т.е. одному и тому же значению σ соответствуют семь значений стационарной расстройки частот. Ветви X_1, X_2, X_3 и X_4 этой кривой соответствуют состояниям равновесия S_1, S_2, S_3 и S_4 , ветви X_5, X_6 и X_7 — состояниям равновесия C_1, C_2 и C_3 . Устойчивость кривой $x_s(\sigma)$ зависит от соотношения между параметрами инерционности и начальной расстройки. Анализируя характеристические уравнения для собственных значений линеаризованной системы вблизи состояний равновесия [3], устанавливаем, что состояния равновесия C_1, C_2 и C_3 всегда неустойчивые (типа седло или седло-фокус), состояния равновесия S_j ($j = 1, 4$) являются устойчивыми соответственно при значениях $\lambda > \lambda_j(\mu, b, \sigma)$, где

$$\lambda_j(\mu, b, \sigma) = -\left(b - \mu / (1 - \rho + \rho \Phi'(x_j(\sigma)))\right) \Phi'(x_j(\sigma)), \quad (3)$$

и неустойчивыми при $\lambda < \lambda_j(\mu, b, \sigma)$. Отсюда следует, что в области параметров $\lambda > \max \lambda_j(\mu, b, \sigma)$ ветви X_1, X_2, X_3 и X_4 кривой $x_s(\sigma)$ являются устойчивыми. При выполнении неравенств $\lambda < \lambda_j(\mu, b, \sigma)$ на этих ветвях в определенных интервалах начальной расстройки появляются неустойчивости.

Для исследования поведения системы (1) на границах $\lambda = \lambda_j$ анализировалась первая ляпуновская величина L , вычисленная в соответствии с [10]. Оказалось, что L может менять знак, т.е. границы λ_j содержат как безопасные ($L < 0$), так и опасные ($L > 0$) области. На рис. 2 представлены линии $\lambda = \lambda_j$, определяемые из (3), построенные в системе параметров (μ, λ) при значениях $\sigma = 0.1, b = 0.4, \rho = 0.25$ и указанных выше значениях параметров нелинейно-

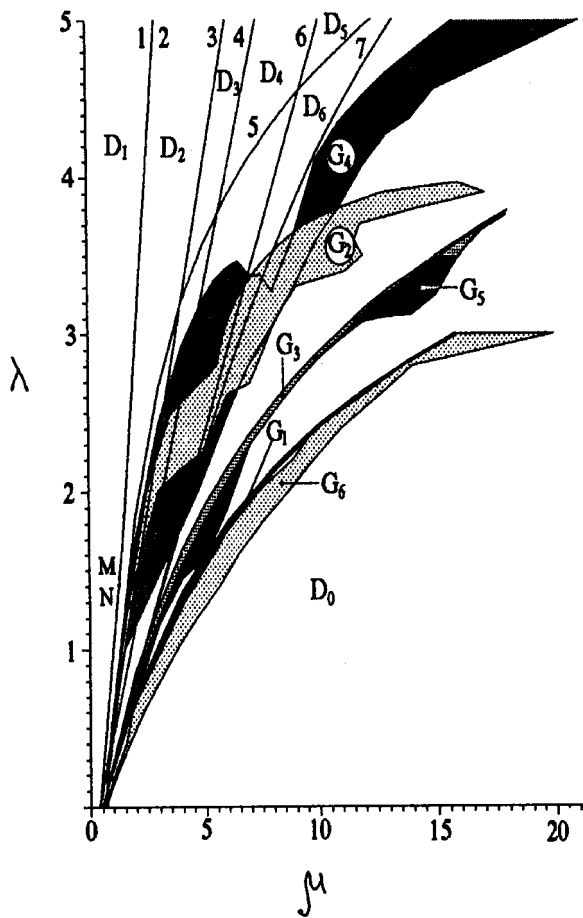


Рис. 2. Области колебательных режимов.

сти. Кривые 1 и 2, расположенные очень близко одна к другой, — это границы $\lambda = \lambda_2$ и $\lambda = \lambda_4$ устойчивости S_2 и S_4 , кривые 3 и 4 — это границы $\lambda = \lambda_3$ и $\lambda = \lambda_1$ устойчивости S_3 и S_1 . Точки $M(1.4506, 1.725)$ на кривой 1, $N(1.4082, 1.633)$ на кривой 2 и не отмеченные на рис. 2 точки $M_1(0.42154, 0.032)$ на кривой 3 и $N_1(0.37365, 0.006)$ на кривой 4 отвечают обращению в нуль первой ляпуновской величины L . Величина $L < 0$ на частях $\lambda_2^-, \lambda_4^-, \lambda_3^-$ и λ_1^- кривых 1–4 выше точек M, N, M_1 и N_1 , $L > 0$ на частях $\lambda_2^+, \lambda_4^+, \lambda_3^+$ и λ_1^+ кривых 1–4 ниже этих точек. Из точек M, N, M_1 и N_1 берут начало кривые $\lambda_2, \lambda_4, \lambda_3$ и λ_1 , монотонно убывающие с уменьшением μ и проходящие выше $\lambda_2^+, \lambda_4^+, \lambda_3^+$ и λ_1^+ ; эти кривые отвечают седло-узловым бифуркациям предельных циклов системы (1), охватывающих устойчивые состояния равновесия S_2, S_4, S_3 и S_1 . При рассматриваемых значениях параметров системы (1) кривые $\lambda_{c2}, \lambda_{c4}, \lambda_{c3}$ и λ_{c1} проходят близко к линиям $\lambda_2^+, \lambda_4^+, \lambda_3^+$ и λ_1^+ .

Кривая λ_2^- и части кривых $\lambda_{c2}, \lambda_{c4}, \lambda_{c3}, \lambda_{c1}, \lambda_3^-$ и λ_1^- ограничивают на плоскости (μ, λ) область $D_1\{\lambda > \lambda_s\}$, где $\lambda_s = \max(0, \lambda_{c1}, \lambda_{c2}, \lambda_{c3}, \lambda_{c4}, \lambda_1^-, \lambda_2^-, \lambda_3^-)$, и для которой система (1) является мультистабильной системой с аттракторами S_j в фазовом

пространстве. Каждому из этих аттракторов соответствует режим стационарной генерации на частоте, отличающейся от центральной частоты дискриминатора на величину $x_j(\sigma)$. При произвольных начальных условиях генератор будет эволюционировать к тому из режимов, в области притяжения которого попадает точка начального состояния системы.

При пересечении с возрастанием μ границы λ_s области режимов моногенерации D_1 в фазовом пространстве возникают предельные циклы системы (1). Если при таком переходе происходит пересечение линий $\lambda_1^-, \lambda_2^-, \lambda_3^-$ или λ_4^- , тогда в результате мягкой бифуркации Андронова–Хопфа рождаются устойчивые предельные циклы L_1, L_2, L_3 или L_4 соответственно, отвечающие колебаниям относительно ставших неустойчивыми состояний равновесия S_1, S_2, S_3 и S_4 . Такие колебания проявляются как автомодуляция частоты генератора, следовательно, линии λ_j^- являются границами возникновения автомодуляции. Если же переход из области D_1 совершается через линии λ_{cj} , то рождается пара предельных циклов, охватывающих остающиеся устойчивыми состояния равновесия S_j : внешний устойчивый цикл (L_1, L_2, L_3 и L_4) и внутренний седловой цикл (G_1, G_2, G_3 или G_4). В областях параметров между λ_j^+ и λ_{cj} устойчивые состояния равновесия S_j сосуществуют с устойчивыми циклами L_j , поэтому устанавливающийся режим колебаний генератора (моногоармонический или автомодуляционный) зависит от начальных условий. С увеличением μ седловые циклы G_j стягиваются к соответствующим состояниям равновесия S_j и исчезают на границах λ_j^+ . При этом происходит жесткий переход генератора из моногоармонических режимов на режимы периодической автомодуляции. При изменении параметров μ и λ вне области D_1 возможно образование различных временных структур, обусловленных эволюцией предельных циклов L_j .

Автомодуляционные режимы генератора

Образование временных структур при значениях параметров системы (1) вне области D_1 характеризуется бифуркационной диаграммой $\{\mu, \lambda\}$ (рис. 2), построенной по результатам численного исследования системы (1) при указанных выше значениях параметров. На рис. 2 кривая 5 соответствует бифуркации удвоения периода предельного цикла L_4 , кривая 6 отвечает седло-узловой бифуркации предельного цикла L_5 , окружающего цикл L_2 , т. е. имеющего большую амплитуду колебаний, кривая 7 отвечает бифуркации удвоения периода предельного цикла L_5 .

Области D_2 и D_3 соответствуют одновременному существованию моногоармонических и периодических автомодуляционных режимов генератора (определяемых S_1, S_3, L_2 и L_4 в области D_2 и S_1, L_2, L_3 и L_4 в области D_3). В областях D_4 и D_5 реализуются

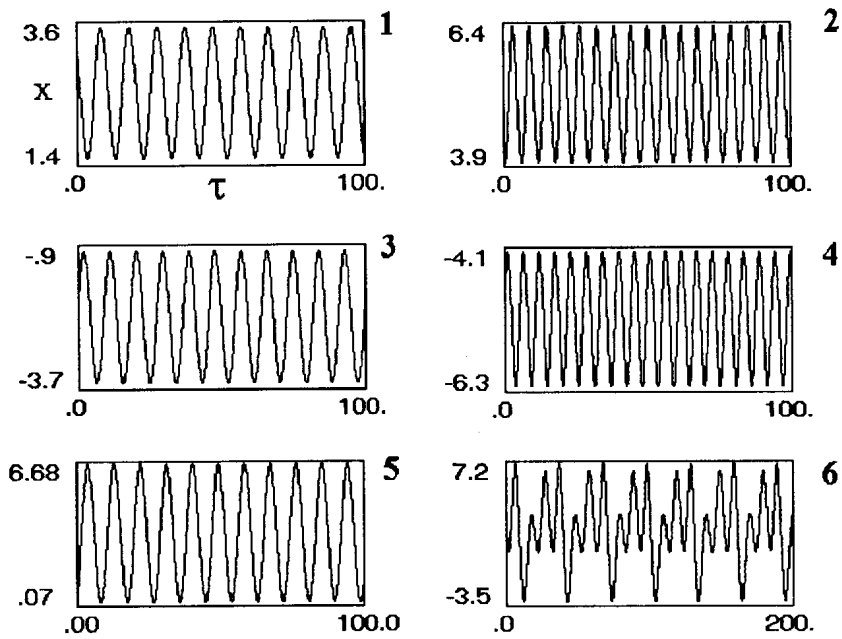


Рис. 3. Временные реализации изменения частоты для периодических автомодуляционных режимов генератора. $\lambda = 2$, μ : 1 — 5, 2 — 2.18, 3 — 4.5, 4 — 2.0, 5 — $\lambda = 2.73$, $\mu = 6$; 6 — $\lambda = 1.0$, $\mu = 3.02$.

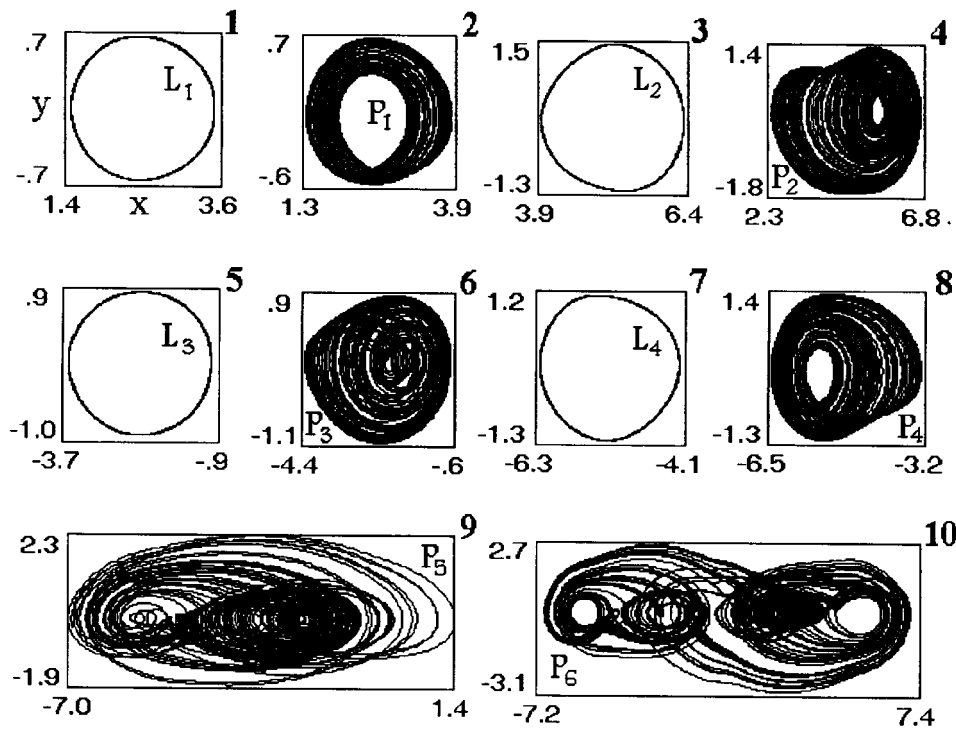


Рис. 4. Фазовые портреты аттракторов системы (1). $\lambda = 2$, μ : 1 — 5.0, 2 — 6.5, 3 — 2.18, 4 — 2.9, 5 — 4.5, 6 — 5.5, 7 — 2.0, 8 — 2.5, 9 — 6.0; 10 — $\lambda = 1.0$, $\mu = 2.982$.

только периодические автомодуляционные режимы генератора. В области D_4 существует четыре таких режима, определяемых предельными циклами L_j . При пересечении с ростом μ границы b области D_4 происходит рождение еще одного предельного цикла L_5 системы (1), который существует в области D_6 .

Режим генератора, соответствующий этому циклу, отличается большей амплитудой автомодуляции. Таким образом, в области D_5 сосуществуют пять автомодуляционных режимов, определяемых циклами L_1-L_5 . Какой именно режим реализуется в генераторе при значениях параметров в областях D_2-D_5 ,

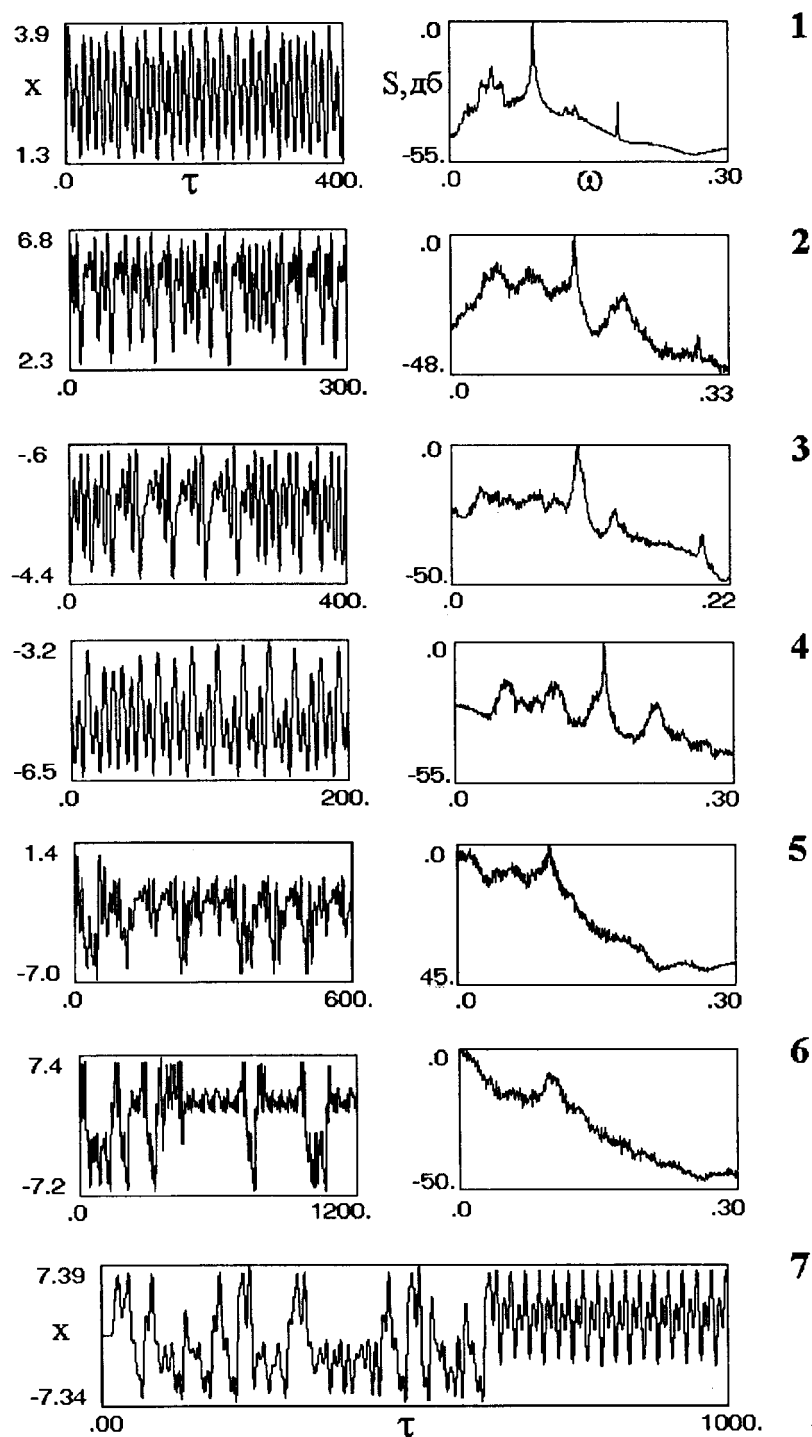


Рис. 5. Временные реализации изменения частоты и спектра мощности для хаотических автомодуляционных режимов генератора. μ : 1 — 6.5, 2 — 2.9, 3 — 5.5, 4 — 2.0, 5 — 6.0, 6 — 2.982, 7 — 3.79; $\lambda = 2$ (1–5); 1 (6, 7).

зависит от начальных условий или от предыстории генератора. На рис. 3 (кривые 1–5) представлены примеры временных реализаций $x(\tau)$, характеризующих изменение частоты генератора для режимов, определяемых предельными циклами L_1 – L_5 системы (1).

Область параметров на диаграмме $\{\mu, \lambda\}$, расположенная справа от кривой 5 на рис. 2, соответствует

сложной динамике системы (1). В этой области обнаружено несколько областей, для параметров из которых система демонстрирует в фазовом пространстве многооборотные предельные циклы и разнообразные хаотические аттракторы. На рис. 3 (кривая 6) приведена временная реализация, характеризующая изменение частоты генератора в режиме автомодуля-

ции, определяемом трехоборотным предельным циклом системы (1). Стохастические динамические структуры образуются в областях G_1-G_6 (рис. 2). В областях G_2 , G_3 и G_4 реализуются режимы со стохастической автомодуляцией частоты генератора, определяемые соответственно хаотическими аттракторами P_1-P_4 системы (1), которые возникают на базе предельных циклов L_1-L_4 соответственно в результате накопления бифуркаций удвоения периода колебаний. На рис. 4 показаны фазовые портреты циклов L_1, L_2, L_3, L_4 (кривые 1, 3, 5, 7) и хаотических аттракторов P_1, P_2, P_3, P_4 (кривые 2, 4, 6, 8), имеющих положительные ляпуновские показатели, равные соответственно 0.0333, 0.0729, 0.0487, 0.0614. На рис. 5 (кривые 1-4) приведены временные реализации $x(\tau)$, характеризующие изменение частоты генератора в режимах хаотических аттракторов P_1-P_4 и их временные спектры S .

В области G_5 система (1) демонстрирует двухспиральный хаотический аттрактор P_5 (рис. 4, кривая 9), для которого характерны нерегулярные переходы фазовых траекторий из окрестности состояния равновесия S_3 в окрестность состояния равновесия S_4 и обратно. В области G_6 реализуется четырехспиральный хаотический аттрактор P_6 системы (1) (рис. 4, кривая 10) с нерегулярными переходами между неустойчивыми состояниями равновесия S_1-S_4 . Режимы стохастических колебаний генератора, определяемые аттракторами P_5 и P_6 , отличаются большей амплитудой автомодуляции частоты, о чем свидетельствуют временные реализации $x(\tau)$, приведенные на рис. 5 (кривые 5, 6). Выход из области G_6 с увеличением μ в область D_0 сопровождается жестким переходом генератора на периодический автомодуляционный режим, определяемый предельным циклом L_0 с существенно большей амплитудой колебаний. Исследование системы (1) вблизи правой границы области G_6 показало, что этому явлению предшествует возникновение в области G_6 режима переходного хаоса к ленточному односпиральному хаотическому аттрактору P_7 , динамический диапазон которого охватывает состояния равновесия S_1, S_2, S_3, S_4 и S_5 . На рис. 5 (кривая 7) приведена временная реализация $x(\tau)$, соответствующая такому процессу. Видно, что переходная стадия $x(\tau)$ по своему характеру близка к реализации $x(\tau)$ на хаотическом аттракторе P_6 (рис. 3, кривая 6).

Из рис. 2 видно, что области D_6, G_2, G_4 , области устойчивости состояний равновесия S_2 и S_3 и области существования различных автомодуляционных предельных циклов пересекаются. При значениях параметров системы (1), соответствующих пересечению указанных областей, характерны мультистабильное поведение генератора, обусловленное одновременным существованием нескольких колебательных состояний, и повышенная чувствительность к вариациям начальных условий.

Развитие временных структур

Установленное расположение на диаграмме $\{\mu, \lambda\}$ областей параметров с различными типами колебаний определяет сценарии развития временных структур в системе при переходе с возрастанием параметра μ из области D_1 в область D_0 . В качестве примера приведем результаты исследования эволюции предельных циклов L_1-L_4 (рис. 4, кривые 1, 3, 5, 7 соответственно) с увеличением μ при $\lambda = 2$. Возникающие при этом структуры отражает однопараметрическая бифуркационная диаграмма $\{\mu, x\}$ (рис. 6), представляющая зависимость значения переменной x на аттракторе системы (1) от параметра μ . Отметим некоторые особенности наблюдаемых явлений.

Во-первых, обращает внимание качественно похожий характер процессов, заключающийся в потере устойчивости циклов L_j , усложнении периодических и возникновении стохастических временных структур (аттракторов P_j) в результате серии бифуркаций удвоения периода. Во-вторых, имеют место сосуществование различных структур и чередование периодических и стохастических структур. Далее, из диаграммы $\{\mu, x\}$ видно, что после разрушения стохастических колебаний, возникающих на базе циклов L_2 и L_4 , происходит жесткий переход генератора к периодической автомодуляции, определяемой соответственно циклами L_1 и L_3 .

Следующая особенность связана с образованием стохастических динамических структур, соответствующих многоспиральному хаотическому аттрактору системы (1). Как следует из рис. 6, хаотический аттрактор P_3 (рис. 4, кривая 6), возникающий на базе цикла L_3 (рис. 4, кривая 5) преобразуется с увеличением μ в двухспиральный хаотический аттрактор P_5 (рис. 4, кривая 9) с нерегулярными переходами между неустойчивыми состояниями равновесия S_3 и S_4 . После разрушения этого аттрактора происходит жесткий переход к режиму периодической автомодуляции, определяемому циклом L_1 . Дальнейшее развитие событий в системе при увеличении μ связано с эволюцией цикла L_1 , для которой характерны образование хаотического аттрактора P_1 (рис. 4, кривая 2), аттрактор P_6 (рис. 4, кривая 10), разрушение аттрактора P_6 и жесткий переход к колебательному состоянию с большой амплитудой автомодуляции (к циклу L_0).

Наблюдаемые явления и бифуркационные переходы, показанные на рис. 6, оказались характерными и для меньших значений параметра λ . Однако с увеличением λ сценарий развития временных структур и режимов генератора, приведенный на рис. 6, претерпевает следующие изменения: увеличивается интервал значений μ , соответствующих событиям, происходящим на базе цикла L_4 , при этом область хаоса прерывается "окнами" регулярных автомодуляционных колебаний, определяемых трех-, четырех-

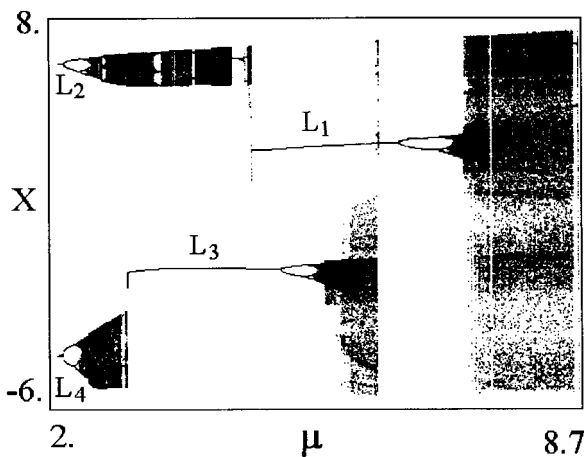


Рис. 6. Бифуркационная диаграмма колебательных режимов при $\lambda = 2$.

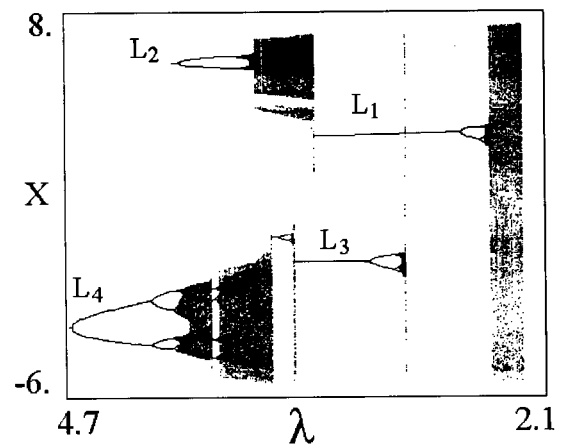


Рис. 8. Бифуркационная диаграмма колебательных режимов при $\mu = 10$.

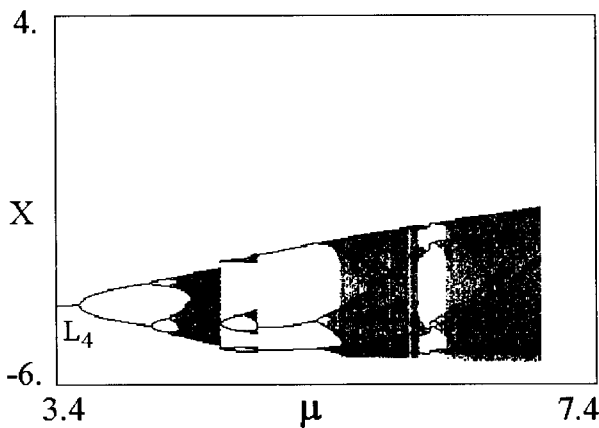


Рис. 7. Эволюция режима автомодуляции, определяемого предельным циклом L_4 , при $\lambda = 2.9$.

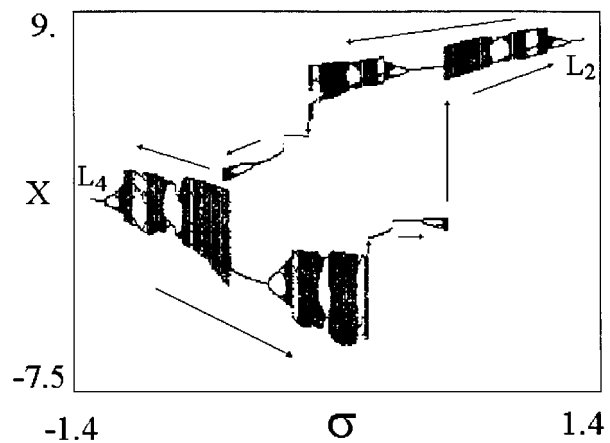


Рис. 9. Динамика поведения генератора при $\lambda = 2.5$, $\mu = 4.9$ с изменением начальной расстройки.

и пятиоборотными предельными циклами системы (1), претерпевающими бифуркации удвоения периода (рис. 7); уменьшаются и исчезают интервалы значений μ , соответствующих существованию хаотических аттракторов P_1, P_2, P_3 и многоспиральных хаотических аттракторов. Так, при $\lambda = 5$ бифуркационная диаграмма $\{\mu, x\}$ характеризуется совместным существованием автомодуляционных предельных циклов L_1, L_2, L_3 и аттракторов, возникающих в результате эволюции цикла L_4 . На рис. 8 представлена бифуркационная диаграмма $\{\mu, x\}$, построенная при $\mu = 10$, которая показывает картину развития временных структур и режимов в генераторе с начальными колебательными состояниями, определяемыми циклами L_1, L_2, L_3 или L_4 , при уменьшении параметра λ , начиная от значения $\lambda = 5$.

Приведенные примеры дают представление об эволюции временных структур в системе при изменении параметров инерционности μ и λ . В качестве еще одного примера, иллюстрирующего возникающие временные структуры и режимы генератора,

приведем результаты исследования системы (1) при изменении начальной расстройки σ . Вначале рассмотрим значения $\lambda > \max \lambda_j$, когда ветви X_1, X_2, X_3 и X_4 кривой мультиравновесности $x_s(\sigma)$ (рис. 1) устойчивы. Из рис. 1 видно, что в этом случае по мере продвижения по ветвям X_1, X_3 или X_4 с увеличением σ система (1) при значениях $\sigma = \sigma_1$, $\sigma = \sigma_2$ ($\sigma_2 = -\Phi(x_{m1}) \simeq 1.1992$) или $\sigma = \sigma_3$ ($\sigma_3 = -\Phi(x_{m3}) \simeq 1.5255$) переключается на ветвь X_2 , т.е. генератор из режимов моногенерации S_1, S_3 или S_4 с ростом σ скачком переходит в режим моногенерации S_2 . При движении по ветвям X_1, X_2 или X_3 с уменьшением σ система (1) при значениях $\sigma = -\sigma_2$, $\sigma = -\sigma_3$ или $\sigma = -\sigma_1$ переключается на ветвь X_4 , следовательно, генератор из режимов S_1, S_2 или S_3 скачком переходит в режим S_4 .

Теперь рассмотрим, как изменится эта картина, когда ветви X_1, X_2, X_3 и X_4 кривой $x_s(\sigma)$ являются неустойчивыми. Определим в качестве начального состояния генератора при $\sigma < -\sigma_3$ режим автомодуляционного генерирования L_4 , соответствующей ниж-

ней ветви X_4 . Характер поведения генератора при увеличении σ отражает бифуркационная диаграмма $\{\sigma, x\}$, постоянная на рис. 9 при значениях $\lambda = 2.5$, $\mu = 4.9$, $\rho = 0.25$. В сравнении с предыдущей ситуацией, когда ветви X_1 – X_4 кривой $x_s(\sigma)$ были устойчивыми, рис. 9 обнаруживает существенно более сложную картину образования временных структур и поведения генератора в рассматриваемом случае. Видно, что в интервале значений $-1.35 < \sigma < 1.35$ имеет место чередование стохастических и периодических автомодуляционных колебаний, определяемых одно-, двух- и трехоборотными предельными циклами системы (1). При $\sigma = 0.165$ генератор скачком переходит к периодическому автомодуляционному режиму, соответствующему ветви X_3 кривой $x_s(\sigma)$, а когда σ достигает значения $\sigma = 0.2925$, этот режим становится неустойчивым и генератор жестким образом переходит к режиму, определяемому предельным циклом L_3 .

С дальнейшим увеличением σ наблюдаются бифуркации удвоения периода и возникает режим хаотического аттрактора P_3 , после прекращения которого при $\sigma = 0.615$ генератор скачком переходит к стохастическому режиму, соответствующему верхней ветви X_2 кривой $x_s(\sigma)$. После этого наблюдается чередование областей стохастических и периодических автомодуляционных режимов генератора, которое завершается переходом к режиму, определяемому предельным циклом L_2 . Если теперь рассмотреть режим, определяемый циклом L_2 в качестве начального колебательного состояния генератора, и уменьшать расстройку σ , то развитие режимов генератора будет идти в той же последовательности, которая установлена выше для режима, определяемого циклом L_4 , с точностью до замены событий, соответствующих ветви X_4 , на события, соответствующие ветви X_2 , и наоборот (рис. 9). В интервале значений $-0.615 < \sigma < 0.615$ имеет место существование колебательных режимов, соответствующих ветвям X_2 и X_4 кривой $x_s(\sigma)$. Если при изменении σ система попадает в этот интервал слева, то при увеличении σ в генераторе поддерживаются колебательные состояния, соответствующие ветви X_4 . При попадании в интервал $-0.615 < \sigma < 0.615$ справа с дальнейшим уменьшением σ сохраняются колебательные состояния генератора, соответствующие ветви X_2 кривой $x_s(\sigma)$.

Заключение

Проведенное в настоящей работе исследование позволило выяснить нетривиальную роль нелинейности дискриминатора при образовании временных структур в автогенераторной системе с петлей частотной автоподстройки. Главной особенностью системы с рассмотренной в работе многозначной нелинейностью представляется обнаруженное большое разно-

образие временных структур, обязанных своим возникновением приобретению системой свойства мультиравновесности. Кроме моногармонических режимов могут реализовываться разнообразные периодические и стохастические автомодуляционные режимы генератора в достаточно широкой области параметров. Область автомодуляционных режимов отделена от области могогенерации промежуточной областью параметров, в которой могут реализовываться как моногармонические, так и периодические автомодуляционные режимы. Стохастизация колебаний происходит в результате каскадной субгармонической неустойчивости, а также жестким образом после прекращения периодической автомодуляции. Одним из важных проявлений многозначной нелинейности является возникновение стохастических временных структур, определяемых многоспиральными хаотическими аттракторами в фазовом пространстве.

Результаты исследования показывают, что в рассматриваемой автогенераторной системе можно реализовать многие типы колебательных состояний и бифуркационных переходов, которые свойственны кольцевым автоколебательным системам, генераторам Чуа и другим бистабильным и мультистабильным системам. Сильная зависимость образующихся временных структур от параметров нелинейности и инерционности дает легко реализуемую возможность, варьируя эти параметры, эффективно управлять свойствами и областями существования режимов генератора.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 93-02-15424).

Список литературы

- [1] Капранов М.В., Кулешов В.Н., Уткин Г.М. Теория колебаний в радиотехнике. М.: Наука, 1984.
- [2] Пономаренко В.П. // РЭ. 1982. Т. 27. № 1. С. 113–116.
- [3] Заулин И.А., Пономаренко В.П. // РЭ. 1993. Т. 38. № 5. С. 889–900.
- [4] Пономаренко В.П., Заулин И.А. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2. № 1. С. 30–42.
- [5] Капранов М.Р., Левин В.А. Автоматическая подстройка частоты. М.: Госэнергоиздат, 1962.
- [6] Дмитриев А.С., Кислов В.Я. Стохастические колебания в радиофизике и электронике. М.: Наука, 1989.
- [7] Лихарев К.К. Введение в динамику джозефсоновских переходов. М.: Наука, 1985.
- [8] Suykens J.A.K., Vanderwalle J. // IEEE Trans. on Circuits and Systems-1: Fundamental Theory and Applications. 1993. Vol. CAS-40. N 11. P. 861.
- [9] Борисюк Г.Н., Борисюк Р.М., Казанович Я.Б. и др. // Мат. моделирование. 1992. Т. 4. № 1. С. 3–43.
- [10] Баутин Н.Н. Поведение динамических систем вблизи границ области устойчивости. М.: Наука, 1984.