

01;05;09

Распределение тока, поверхностный импеданс и затухание в сверхпроводниковых связанных микрополосковых линиях

© И.Б. Вендик, М.Н. Губина, А.Н. Деленив, Д.В. Холодник

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет, 197376 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 9 сентября 1995 г.)

Неоднородное распределение тока в поперечном сечении связанных проводников микрополосковой линии, выполненной на пленках сверхпроводника, приводит к существенной зависимости потерь в линии от взаимного расположения связанных полосок. В аналитическом виде в статическом приближении получены выражения для распределения тока в связанных проводниках для четной и нечетной мод, найдено распределение тока в заземленной пластине. Исследовано влияние взаимного расположения проводников на погонный импеданс и затухание электромагнитной волны в структуре связанных сверхпроводниковых линий при возбуждении четной и нечетной мод.

Введение

Связанные микрополосковые линии, выполненные на сверхпроводниковых пленках, находят широкое применение при проектировании узкополосных фильтров, направленных ответвителей и разделителей частотных каналов. Основным преимуществом перечисленных устройств по сравнению с выполненными на обычных металлах является низкий уровень вносимых потерь, которые определяются погонным сопротивлением проводников связанных линий. В свою очередь погонное сопротивление определяется поверхностным сопротивлением проводников и распределением тока в них [1]. Распределение тока в одиночной сверхпроводниковой микрополосковой линии было найдено численным методом в [2,3] и в аналитической форме в [4,5]. Распределение тока в связанных микрополосковых линиях на пленках высокотемпературного сверхпроводника (ВТСП) численным методом получено в [2]. В данной работе распределение тока в связанных линиях и погонный импеданс представлены в аналитическом виде, что предполагает дальнейшее использование предложенных моделей в системе автоматизированного проектирования (САПР) устройств на сверхпроводниковых микрополосковых линиях [1].

В связанных линиях имеется три проводника (рис. 1): две параллельные полоски и экран, который принято называть заземленной пластиной (ground plane). Распределение тока в проводниках различно для двух мод, четной и нечетной, возбуждающихся в структуре. При нахождении распределения тока в полосковых проводниках будем использовать представление о поперечной глубине проникновения магнитного поля в пленку сверхпроводника λ_{\perp} , предполагая, что на расстоянии λ_{\perp} от края полоски ток остается конечным по величине и постоянным [4,5]. Глубина проникновения λ_{\perp} определяется соотношением

$$\lambda_{\perp} = \frac{2\lambda_L^2}{d}. \quad (1)$$

где λ_L — лондоновская глубина, d — толщина полоскового проводника.

Такое приближение необходимо для устранения расходимости при интегрировании квадрата плотности тока по поперечному сечению связанных линий в процессе расчета погонного сопротивления потерь в структуре связанных линий.

Для нахождения распределения плотности тока в заземленной пластине в магнитоэлектростатическом приближении воспользуемся подходом [5], в соответствии с которым в плоскости поверхности подложки определяется магнитное поле в предположении, что эта плоскость является плоскостью зеркального отображения для структуры, содержащей симметрично расположенные связанные полоски. Такое приближение правомерно, если глубина проникновения поля в проводник много меньше толщины диэлектрической подложки h , на которую нанесены связанные проводники и заземленная пластина. Как правило, это приближение надежно выполняется в практически используемых структурах связанных микрополосковых линий.

Погонный импеданс $Z_1 = R_1 = jX_1$ связанных микрополосковых проводников определяется поверхностным импедансом полосок Z_{sur} и заземленной пластины Z_{sur}^{gp} , а также распределением тока в них [5]. Заметим, что полоски выполняются из пленок сверхпроводника, в то время как заземленная пластина может быть сделана и из обычного металла (медь, золото). Погонное затухание каждой моды определя-

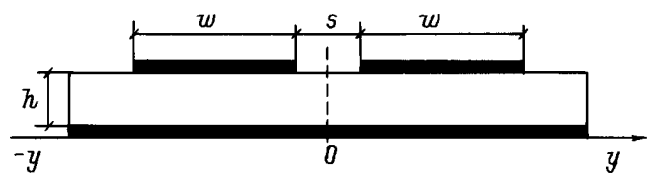


Рис. 1. Поперечное сечение связанных микрополосковых линий.

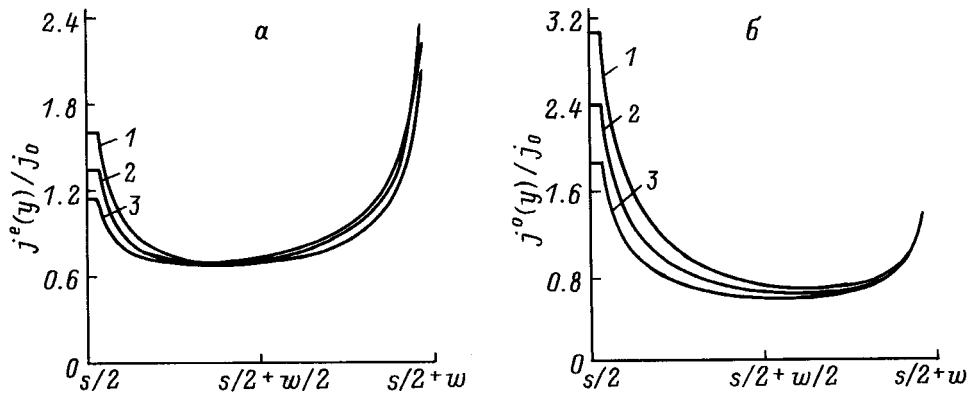


Рис. 2. Распределение тока в одной полоске связанных сверхпроводниковых микрополосковых линий при возбуждении четной моды (а) и нечетной моды (б). $w = 25$ мкм, $s/w = 0.5$ (1), 1.0 (2), 3.0 (3), $j_0 = I/w$.

ется выражениями

$$\alpha^e = \frac{R_1^e}{2Z_{0e}} \quad \text{и} \quad \alpha^o = \frac{R_1^o}{2Z_{0o}} \quad (2)$$

для четной и нечетной мод соответственно, где Z_{0e} и Z_{0o} — волновые сопротивления связанных микрополосковых линий при возбуждении четной и нечетной мод соответственно.

Распределение тока в полосковых проводниках связанных микрополосковых линий

а) Ч е т н а я м о д а. В случае возбуждения четной моды связанные полосковые проводники находятся под одинаковым потенциалом по отношению к заземленной пластине и в плоскости симметрии можно расположить магнитную стенку. Распределение тока найдем в квазистатическом приближении, пользуясь конформным отображением. Поскольку рассматриваемая структура симметрична, то достаточно найти распределение тока в поперечном сечении одной полоски. Используя нормировку к полному току в полоске I , представим плотность тока в одной полоске как функцию поперечной координаты ($y > 0$) в следующем виде:

$$j^e(y) = \frac{2 \cdot I}{\pi} \frac{y}{\sqrt{[y^2 - (s/2)^2] \cdot [(w + s/2)^2 - y^2]}}. \quad (3)$$

Здесь w — ширина полоскового проводника, s — ширина зазора между полосками (рис. 1). Выражение (3) в предельных случаях $s \rightarrow 0$ и $s \rightarrow \infty$ переходит в выражение для распределения тока в одиночной полоске [4]. Для устранения расходимости на краях полоски при интегрировании по ее поперечному сечению введем ограничение тока в слое толщиной λ_{\perp} , как это сделано в [4]. При этом

$$j^e(y) = \frac{2 \cdot I}{\pi} \begin{cases} \frac{s/2 + \lambda_{\perp}}{\sqrt{\lambda_{\perp}(s + \lambda_{\perp})(w - \lambda_{\perp})(s + w + \lambda_{\perp})}} & (\frac{s}{2}) \leq y \leq (\frac{s}{2} + \lambda_{\perp}), \\ \frac{y}{\sqrt{[y^2 - (s/2)^2] \cdot [(w + s/2)^2 - y^2]}} & (\frac{s}{2} + \lambda_{\perp}) \leq y \leq (\frac{s}{2} + w - \lambda_{\perp}), \\ \frac{s/2 + w - \lambda_{\perp}}{\sqrt{\lambda_{\perp}(w - \lambda_{\perp})(w + s - \lambda_{\perp})(2w + s - \lambda_{\perp})}} & (\frac{s}{2} + w - \lambda_{\perp}) < y \leq (\frac{s}{2} + w). \end{cases} \quad (4)$$

Приближенное описание распределения плотности тока в поперечном сечении полоски (4) с использованием ограничения тока на краях полоски в слое протяженностью λ_{\perp} успешно использовалось для решения аналогичной задачи для одиночной микрополосковой линии в [4] и для копланарной линии в [6], что дает основание воспользоваться им в случае связанных сверхпроводниковых микрополосковых линий.

б) Н е ч е т н а я м о д а. В случае возбуждения нечетной моды токи в связанных полосковых проводниках текут в противоположных направлениях и в плоскости симметрии можно расположить электрическую стенку. Воспользуемся распределением тока, найденным в [7] для линии в виде двух плоских проводников на поверхности диэлектрической подложки. С учетом нормировки по отношению к току в одной полоске выражение для распределения тока в полоске ($y > 0$) в случае нечетной моды имеет вид

$$j^o(y) = \frac{I}{K(k')} \frac{s/2}{\sqrt{[y^2 - (s/2)^2] \cdot [(s/2)^2 - k^2 y^2]}}, \quad (5)$$

с ограничением тока на краях полоски в слое протяженностью λ_{\perp} распределение тока в поперечном сечении одной полоски при возбуждении нечетной

моды запишем в виде

$$j^o(y) = \frac{I}{K(k')} \begin{cases} \frac{w + s/2}{\sqrt{(s + \lambda_{\perp})(w - \lambda_{\perp})(w + s + \lambda_{\perp})\lambda_{\perp}}} & (\frac{s}{2}) < y < (\frac{s}{2} + \lambda_{\perp}), \\ \frac{s/2}{\sqrt{[y^2 - (s/2)^2] \cdot [(s/2)^2 - k^2 y^2]}} & (\frac{s}{2} + \lambda_{\perp}) < y < (\frac{s}{2} + w - \lambda_{\perp}), \\ \frac{w + s/2}{\sqrt{\lambda_{\perp}(w - \lambda_{\perp})(w + s - \lambda_{\perp})(2w + s - \lambda_{\perp})}} & (\frac{s}{2} + w - \lambda_{\perp}) < y < (\frac{s}{2} + w). \end{cases} \quad (6)$$

Здесь $K(k')$ — эллиптический интеграл 1-го рода, $k' = \sqrt{1 - k^2}$, $k = s/(s + 2w)$. Распределение тока в связанных проводниках фиксированной ширины w и с различными зазорами s представлено на рис. 2 для четной и нечетной мод.

Распределение тока в заземленной пластине

Для нахождения распределения тока в заземленной пластине рассмотрим структуру, представленную на рис. 3, в которой плоскость поверхности заземленной пластины является плоскостью симметрии для симметричной линии, состоящей из одинаковых связанных проводников и полученной зеркальным отображением исходной структуры. По аналогии с одиночной микрополосковой линией [5] магнитное поле в плоскости симметрии в функции от координаты

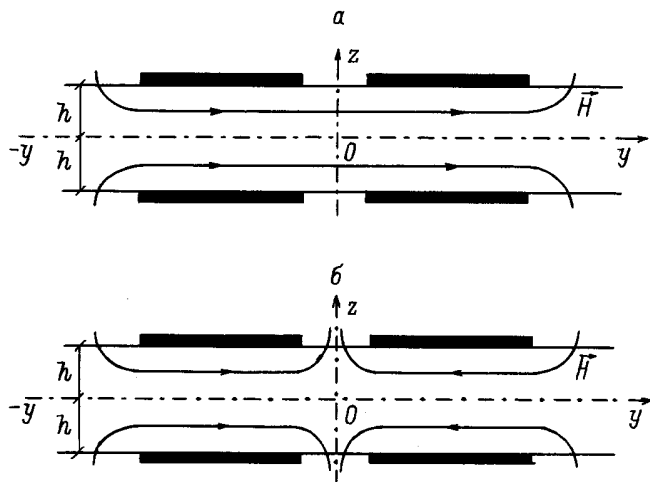


Рис. 3. Симметричная структура связанных микрополосковых линий для расчета распределения тока в заземленной пластине для четной (а) и нечетной (б) мод.

y представим в виде

$$H_y(y) = \frac{h}{\pi} \int_{s/2}^{s/2+w} \frac{j_{sur}[\zeta - (s+w)/2]}{(y - \zeta)^2 + h^2} d\zeta \pm \frac{h}{\pi} \int_{-(s/2+w)}^{-s/2} \frac{j_{sur}[\zeta + (s+w)/2]}{(y - \zeta)^2 + h^2} d\zeta. \quad (7)$$

Знак + относится к четной моде, знак - относится к нечетной моде. Интегрирование выполняется в пределах каждой полоски шириной w . Введем новые переменные интегрирования

$$\zeta' = \zeta - \frac{s+w}{2} \quad (8)$$

для полоски, лежащей в области $y > 0$, и

$$\zeta'' = \zeta + \frac{s+w}{2}, \quad (9)$$

для полоски в области $y < 0$.

а) Ч е т н а я м о д а. С учетом (8) и (9) уравнение (7) переписется для четной моды в виде

$$H_y^e(y) = \frac{h}{\pi} \int_{-w/2}^{w/2} \frac{j_{sur}(\zeta')}{[y - \zeta' - (s+w)/2]^2 + h^2} d\zeta' + \frac{h}{\pi} \int_{-w/2}^{w/2} \frac{j_{sur}^e(\zeta'')}{[y - \zeta'' + (s+w)/2]^2 + h^2} d\zeta'', \quad (10)$$

где плотность тока на пластинах для четной моды в соответствии с (3) в новых координатах определяется выражениями

$$j_{sur}^e(\zeta') = \frac{2 \cdot I}{\pi} \frac{\zeta' + (s+w)/2}{\sqrt{[(\zeta' + (s+w)/2)^2 - (s/2)^2] \times [(w+s/2)^2 - (\zeta' + (s+w)/2)^2]}} \quad (11)$$

$$j_{sur}^e(\zeta'') = -\frac{2 \cdot I}{\pi} \frac{\zeta'' - (s+w)/2}{\sqrt{[(\zeta'' - (s+w)/2)^2 - (s/2)^2] \times [(w+s/2)^2 - (\zeta'' - (s+w)/2)^2]}} \quad (12)$$

Подставляя (11) и (12) в (10) и учитывая, что плотность тока на поверхности заземленной пластины численно равна касательной составляющей магнитного поля H_y^e , найдем поверхностный ток в заземленной пластине для четной моды

$$J^{e,sp}(y_1) = \frac{2 \cdot I}{\pi \cdot w} [F_1^e(y_1, g, h_1) + F_2^e(y_1, g, h_1)], \quad (13)$$

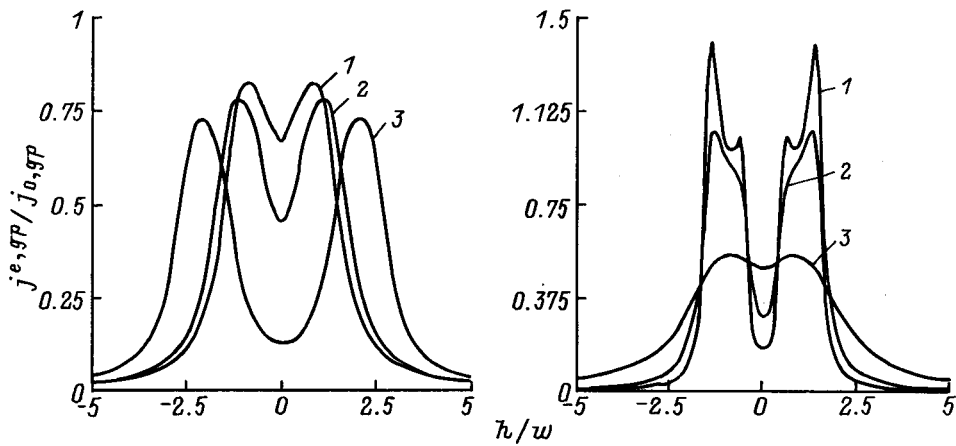


Рис. 4. Распределение тока в заземленной пластине при возбуждении четной моды для различных зазоров связи (а) и для различной толщины подложки (б). а: $h/w = 0.5, s/w = 0.5$ (1), 1.0 (2), 3.0 (3); б: $s/w = 1.0, h/w = 0.125$ (1), 0.25 (2), 1.0 (3); $j_{0,gr} = 2I/(\pi w)$.

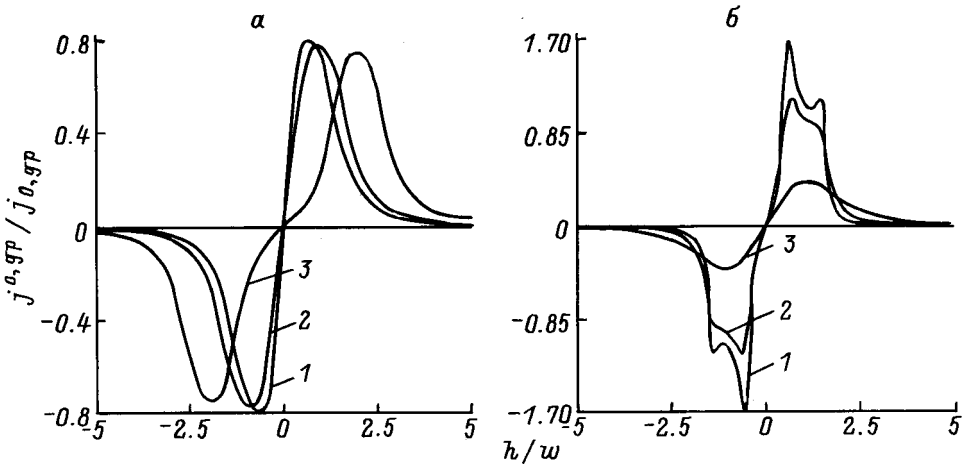


Рис. 5. Распределение тока в заземленной пластине при возбуждении нечетной моды для различных зазоров связи (а) и для различной толщины подложки (б). Обозначения те же, что и на рис. 4.

где

$$F_1^e(y_1, g, h_1) = \frac{2 \cdot h_1}{\pi} \times \int_{-1}^1 \frac{g + 1 + \xi}{[(y_1 - \xi - g - 1)^2 + h_1^2] \times \sqrt{[(\xi + g + 1)^2 - g^2] \cdot [(2 + g)^2 - (\xi + g + 1)^2]}} d\xi, \tag{14}$$

$$F_2^e(y_1, g, h_1) = \frac{2 \cdot h_1}{\pi} \times \int_{-1}^1 \frac{g + 1 - \xi}{[(y_1 - \xi + g + 1)^2 + h_1^2] \times \sqrt{[(\xi - g - 1)^2 - g^2] \cdot [(2 + g)^2 - (\xi - g - 1)^2]}} d\xi, \tag{15}$$

$g = s/w, h_1 = 2h/w, y_1 = 2y/w, \zeta = 2\zeta'/w = 2\zeta''/w$ — нормированные переменные и параметры.

На рис. 4 представлено распределение тока в заземленной пластине в случае возбуждения четной моды для различных значений зазоров между связанными линиями и различных значений толщины диэлектрической подложки.

б) Нечетная мода. По аналогии с выражением (10) магнитное поле в плоскости симметрии рис. 3, б для нечетной моды запишется в виде

$$H_y^o = \frac{h}{\pi} \int_{-w/2}^{w/2} \frac{j_{sur}^o(\zeta')}{[y - \zeta' - (s + w)/2]^2 + h^2} d\zeta' - \frac{h}{\pi} \int_{-w/2}^{w/2} \frac{j_{sur}^o(\zeta'')}{[y - \zeta'' + (s + w)/2]^2 + h^2} d\zeta'', \tag{16}$$

где в соответствии с (5)

$$j_{\text{sur}}^o(\zeta') = \frac{I}{K(k')} \frac{s/2}{\sqrt{[(\zeta' + (s+w)/2)^2 - (s/2)^2] \times [(s/2)^2 - k^2(\zeta' + (s+w)/2)^2]}} \quad (17)$$

$$j_{\text{sur}}^0(\zeta'') = \frac{I}{K(k')} \frac{s/2}{\sqrt{[(\zeta'' - (s+w)/2)^2 - (s/2)^2] \times [(s/2)^2 - k^2(\zeta'' - (s+w)/2)^2]}} \quad (18)$$

Поверхностный ток в заземленной пластине для нечетной моды

$$j^{o,gp}(y_1) = \frac{2 \cdot I}{\pi \cdot w} [F_1^o(y_1, g, h_1) - F_2^o(y_1, g, h_1)], \quad (19)$$

где

$$F_1^o(y_1, g, h_1) = \frac{h_1}{K(k')} \times \int_{-1}^1 \frac{g}{[(y_1 - \xi - g - 1)^2 + h_1^2] \times \sqrt{[(\xi + g + 1)^2 - g^2] \cdot [g^2 - (\xi + g + 1)^2 \cdot k^2]}} d\xi, \quad (20)$$

$$F_2(y_1, g, h_1) = \frac{h_1}{K(k')} \times \int_{-1}^1 \frac{g}{[(y_1 - \xi + g + 1)^2 + h_1^2] \times \sqrt{[(\xi - g - 1)^2 - g^2] \cdot [g^2 - (\xi - g - 1)^2 \cdot k^2]}} d\xi. \quad (21)$$

На рис. 5 представлено распределение тока в заземленной пластине в случае возбуждения нечетной моды для различных значений зазоров между связанными линиями и различных значений толщины диэлектрической подложки. Из рис. 2, 4 и 5 следует, что наиболее неблагоприятная ситуация в распределении тока в полосках и в заземленной пластине возникает для связанных линий с узкими зазорами при использовании тонкой диэлектрической подложки. При этом имеет место значительное увеличение плотности тока на краях полосковых проводников, что приводит к резко неоднородному распределению тока в заземленной пластине. Анализ распределения тока в предельном случае большого зазора ($s/w > 10$) показывает, что приведенные выражения для распределения тока в заземленной пластине переходят в полученные ранее для одиночной микрополосковой линии [4,5].

Погонный импеданс связанных ВТСП микрополосковых линий

С учетом неравномерного распределения тока в связанных полосковых проводниках погонный импеданс для четной и нечетной мод определяется

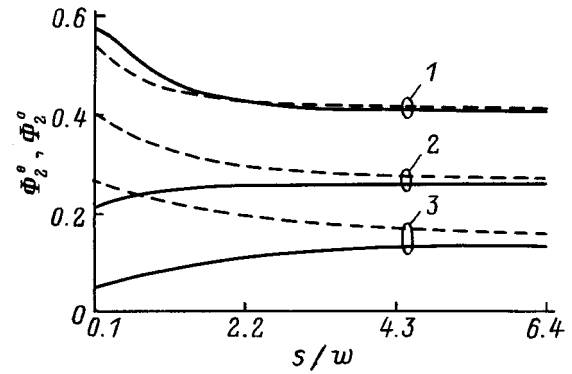


Рис. 6. Функции Φ_1^e и Φ_2^o в зависимости от отношения s/w для $h/w = 0.25$ (1), 0.5 (2), 1.0 (3). Нечетная мода — сплошные линии, четная мода — штриховые линии.

суммарным вкладом погонного импеданса полосок и заземленной пластины

$$Z_1^{e,o} = \sum_i \frac{Z_{\text{sur},i}}{I^2} \int_{y'}^{y''} [j_i^{e,o}(y)]^2 dy, \quad (22)$$

где $i = 1, 2$ для полосок и заземленной пластины соответственно.

Поверхностный ток $j_i^{e,o}(y)$ и поверхностный импеданс $Z_{\text{sur},i}$ определяются для полосок и заземленной пластины при возбуждении четной и нечетной мод соответственно. Погонное сопротивление при этом определяется выражением

$$R_1^{e,o} = \frac{R_{\text{sur}}}{I^2} \int_{s/2}^{s/2+w} [j^{e,o}(y)]^2 dy + \frac{R_{\text{sur}}^{g,p}}{I^2} \int_0^\infty [j^{e,o,g,p}(y)]^2 dy, \quad (23)$$

где в качестве подинтегральных функций используются выражения для плотности поверхностного тока в полосках (4) и (6) и в заземленной пластине (13) и (19) для четной и нечетной мод соответственно.

Выражение (23) может быть модифицировано и представлено в следующем виде:

$$R_1^e = \frac{R_{\text{sur}}}{w} \Phi_1^e + \frac{R_{\text{sur}}^{g,p}}{w} \Phi_2^e, \quad (24)$$

$$R_1^o = \frac{R_{\text{sur}}}{s} \Phi_1^o + \frac{R_{\text{sur}}^{g,p}}{w} \Phi_2^o, \quad (25)$$

где

$$\Phi_1^e = \frac{4p_1}{\pi^2} \left[\frac{1}{2p_1} + \ln\left(\frac{\lambda_\perp}{w} p_1\right) + \frac{w + sp_1}{w(s + 2w)} \ln\left(\frac{s + 2w}{\lambda_\perp} p_2\right) \right], \quad (26)$$

$$\Phi_1^o = \frac{1}{K^2(k')} \left\{ \frac{(w + \frac{s}{2})^2}{w + s} \left[\frac{1}{w + \lambda_{\perp}(\frac{w}{s} - p_1)} + \frac{s/w}{s + 2w + \lambda_{\perp}(p_2 + p_2^{-1})} \right] + \frac{1}{k'^2} \left[\ln \left(\frac{s}{\lambda_{\perp}} p_2 \right) + k \ln \left(\frac{s + 2w}{\lambda_{\perp}} p_2 \right) \right] \right\}, \quad (27)$$

$$\Phi_2^e = \pi^2 \int_0^{\infty} \left[F_1^e(y_1, g, h_1) + F_2^e(y_1, g, h_1) \right]^2 dy_1, \quad (28)$$

$$\Phi_2^o = \pi^2 \int_0^{\infty} \left[F_1^o(y_1, g, h_1) + F_2^o(y_1, g, h_1) \right]^2 dy_1, \quad (29)$$

$$p_1 = \frac{s}{s + w}, \quad p_2 = \frac{w}{s + w}. \quad (30)$$

На рис. 6 представлены графики функций Φ_2^e и Φ_2^o в зависимости от отношения s/w для разных толщин подложки. Функции определяют вклад заземленной пластины в погонное сопротивление. С увеличением толщины подложки h функции Φ_2^e и Φ_2^o уменьшаются, что приводит к уменьшению вклада заземленной пластины в погонное сопротивление.

Реактивная часть погонного импеданса определяет погонную кинетическую индуктивность, которая для связанных сверхпроводниковых микрополосковых линий может быть рассчитана по формулам

$$L_{1k}^e = \mu_0 \frac{\lambda_{\perp}}{2w} \Phi_1^e, \quad (31)$$

$$L_{1k}^o = \mu_0 \frac{\lambda_{\perp}}{2w} \Phi_1^o \quad (32)$$

для четной и нечетной мод соответственно.

Затухание электромагнитной волны в связанных ВТСП микрополосковых линиях

Затухание электромагнитной волны для каждой моды определяется выражениями (2), где погонные сопротивления в свою очередь определяются выражениями (24) и (25). Волновые сопротивления для каждой моды рассчитываются с использованием известных эмпирических соотношений [8]. На рис. 7 представлены результаты расчета погонного затухания при $T = 77$ К в связанных микрополосковых линиях, выполненных из пленки YBCO толщиной 0.4 мкм с шириной линий 200 мкм на подложке толщиной 0.5 мкм с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 9.8$. Затухание в связанных линиях при возбуждении нечетной моды превышает затухание четной моды и уменьшается с увеличением зазора между связанными полосками. Затухание, соответствующее четной моде, практически не изменяется при изменении зазора связи. Результаты моделирования свидетельствуют о наличии существенной зависимости потерь

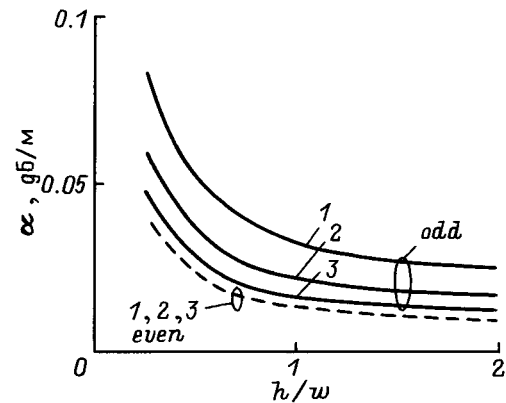


Рис. 7. Коэффициент затухания в связанных микрополосковых линиях в зависимости от отношения h/w для $s/w = 0.5$ (1), 1.0 (2), 3.0 (3). Нечетная мода — сплошные линии, четная мода — штриховые линии.

в ВТСП связанных линиях от толщины подложки. Потери уменьшаются с увеличением ее толщины, что объясняется уменьшением вклада заземленной пластины в погонное сопротивление. В пределе для толстой подложки ($2h/w \gg 1$) коэффициенты затухания для четной и нечетной мод становятся одинаковыми и равными коэффициенту затухания в одиночной микрополосковой линии.

Заключение

В статическом приближении получены выражения для распределения тока в структуре связанных сверхпроводниковых микрополосковых линий, позволяющие рассчитывать потери в полосковых проводниках и в заземленной пластине.

Работа выполнена по проекту № 93223 Государственной программы "Высокотемпературная сверхпроводимость".

Список литературы

- [1] Vendik O., Kollberg E. // Microwave & RF. 1993. Vol. 32. N 7. P. 118–121.
- [2] Sheen D.M., Ali S.M., Oates D.E. et al. // IEEE Trans. Appl. Superconduct. 1991. Vol. 1. N 1. P. 108–115.
- [3] El-Ghazaly S.M. // IEEE Microwave and Guided Letters. 1991. Vol. 1. P. 255–257.
- [4] Вендик О.Г., Попов А.Ю. // ЖТФ. 1993. Т. 63. Вып. 7. С. 1–9.
- [5] Vendik O., Gal'chenko S., Kaparkov D. et al. // Chalmers University of Technology. Rep. N 9. 1994. ISSN 1103–4599, ISRN CTN-MVT-R-9-SE.
- [6] Lofgren L., Vendik O. // Proc. of 23rd EuMC. 1993. Madrid: Reed Exhibition Com. P. 644–645.
- [7] Gevorgian S., Kollberg E., Vendik O. // Proc. of 24th EuMC. 1994. Cannes: Nexus Business Com. Vol. 1. P. 505–510.
- [8] Edwards T.C. Foundations for Microstrip Circuit Design. John Wiley & Sons, 1992.