

01;04

Магнитные силовые линии ловушки Торнадо

© К.Б. Абрамова, А.В. Воронин, М.Л. Лев, А.А. Семенов, Е.М. Склярова

Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 5 июня 1995 г.)

Численными методами проведен анализ структуры магнитного поля идеальной ловушки Торнадо, т. е. состоящей из линейных токов, величина и расположение в пространстве которых таковы, что существует сферическая сепаратриса с радиусом η_c , расположенная между спиралями ловушки и разделяющая магнитное поле на две области, так что силовые линии из рабочего объема $\eta < \eta_c$ не выходят за его границу. Установлено, что магнитные силовые линии рабочего объема образуют ряд областей, имеющих свои особенности, и не переходят из одной области в другую. В частности, одна из областей представляет собой слой магнитных тороидальных поверхностей, примыкающих к внутренней поверхности сепаратрисы.

Введение

Несмотря на успехи в области управляемого термоядерного синтеза на установках Токамак, не ослабевает интерес к альтернативным ловушкам для удержания плазмы. Одна из таких ловушек — Торнадо. В работах [1–4] предложен метод создания полей, обладающих наиболее выгодной для удержания плазмы структурой. Рассмотрена возможность создания устойчивого нарастающего к периферии магнитного поля, силовые линии которого не покидают ограниченный объем; изложена идеология магнитных ловушек, получивших название Торнадо, высказано предположение, что подобное поле может быть создано токами, текущими по двум концентрическим спиральным проводникам, соединенным в полюсах линейными перемычками.

Первые результаты экспериментального исследования модели, предложенной в [1,4], магнитной системы были опубликованы в [5], где показано, что в ловушках Торнадо все ее элементы — внутренняя спираль, полюса, перемычки, внешняя спираль отделены от центрального объема ловушки областью сильного поля. В работе [6] с помощью машинного счета показано, что в середине ловушки существует область с пониженной напряженностью магнитного поля, окруженная магнитным барьером. Расчет относительно коротких отрезков силовых линий привел к заключению о существовании сепаратрисы, которая имеет форму, близкую к сфере, и расположена между спиралями. В [7] аналитически рассматривалась задача об определении в сферической полости магнитного поля, возникающего при включении линейного тока $I_{вн}$, произвольно расположенного на внутренней концентрической сферической поверхности ($R_{вн} < R_0$) и полости (эта задача похожа на задачу определения электрического поля заряда в такой полости, решаемой методом изображений [8]). В частности, показано, что магнитное поле, идентичное возникающему внутри сверхпроводящей сферической полости,

может быть создано двумя геометрически подобными токами, лежащими на двух концентрических сферах $R_{вн}$ и $R_{нар}$, если их направления противоположны, а величины относятся как $I_{вн}/I_{нар} = \sqrt{R_{нар}/R_{вн}}$. Это означает, что магнитное поле таких систем обладает сферической сепаратрисой с радиусом $R_0 = \sqrt{R_{нар}R_{вн}}$, внутри которой конфигурация магнитного поля точно такая же, как в сверхпроводящей полости радиуса R_0 .

При соблюдении указанных выше условий магнитное поле ловушки Торнадо имеет сферическую сепаратрису, охватывающую внутреннюю спираль. Так как внутри сепаратрисы магнитное поле полностью идентично полю в сверхпроводящей полости, то, согласно [2], с внутренней стороны к сепаратрисе прилежит слой замкнутых тороидальных поверхностей, на которые укладываются магнитные силовые линии. Эти поверхности в промежутке между спиралями близки по форме к сферической сепаратрисе, а в районе полюсов надеваются "чулком" на прямолинейную перемычку и внутреннюю спираль. Силовые линии, укладываемые на эти тороидальные поверхности, условно названы "индивидуальными".

В работе [6] показано, что существуют силовые линии, которые могут охватывать более одного витка спирали. Они для определенности названы "обобщенными". "Обобщенные" силовые линии, обвиваясь вокруг нескольких проводников внутренней спирали, постепенно смещаются по азимуту φ (рис. 1) и обходят вокруг ловушки. В процессе обхода каждая силовая линия изменяет число охватываемых ею проводников, совершая "перескок". Однако нельзя было сделать заключение о существовании регулярной структуры магнитных силовых линий: не позволяла имевшаяся в то время вычислительная техника. Возможности современной вычислительной техники и ее доступность позволили авторам настоящей работы вернуться к этой проблеме.

Структура магнитных силовых линий ловушки Торнадо

Низкий ранг симметрии (существует лишь ось симметрии первого порядка) системы токов, создающих поле ловушки Торнадо, не позволяет осуществить аналитический расчет структуры поля. Поэтому возможным методом теоретического исследования оказывается лишь численный счет. Для численных расчетов выбрана система линейных проводников, состоящая из двух спиралей, намотанных с постоянным и равным угловым шагом на две (концентричные) сферы, двух отрезков прямолинейных проводников, соединяющих концы спиралей, и двух радиальных полубесконечных проводников, дающих возможность создавать в спиральных неравные токи (рис. 1). Спирали на сферах расположены так, что если радиус, выходящий из общего центра сфер, пересекает одну из спиралей, то он пересекает и вторую. Прямолинейные проводники лежат на одной прямой, проходящей через "полюса" ловушки.

Эта система имеет ось симметрии. Ею является прямая OO' , проходящая через центр сфер и точки пересечения спиралей с экваториальной плоскостью. Система описывается в сферических координатах η, θ, φ , причем угол θ отсчитывается от экваториальной плоскости, а азимут φ — в этой плоскости от оси симметрии так, как это показано на рис. 1.

Уравнения спиралей, прямолинейных перемычек и токоподводов записываются в виде

$$\theta = \alpha\varphi, \quad \eta = \eta_0 2\pi n \leq \varphi \leq 2\pi n$$

— для внутренней спирали,

$$\theta = \alpha\varphi, \quad \eta = \eta_2 2\pi n \leq \varphi \leq 2\pi n$$

— для наружной спирали,

$$\eta_0 \leq \eta \leq \eta_1, \quad \theta = \pi/2$$

— для перемычек,

$$\begin{aligned} \eta_0 \leq \eta \leq \eta_1, \quad \theta &= -\pi/2, \\ \eta_0 \leq \eta < \infty, \quad \theta &= \pi/2, \\ \eta_0 \leq \eta < \infty, \quad \theta &= -\pi/2 \end{aligned} \quad (1)$$

— для токоподводов.

Здесь $\alpha = 1/2n$, где n — число витков каждой из спиралей. Напряженность магнитного поля токов, циркулирующих по такой системе проводников, описывается законом Био-Савара. Выражения для компонентов напряженности магнитного поля для общего случая — произвольного отношения радиусов сферических спиралей и токов в них и произвольного количества витков спиралей приведены в работе [9].

В настоящей работе параметры α, η_0 и η_1 выбраны таким образом, чтобы геометрия рассматриваемой системы была бы близка к геометрии построенной и исследуемой в настоящее время в ФТИ им. А.Ф.Иоффе

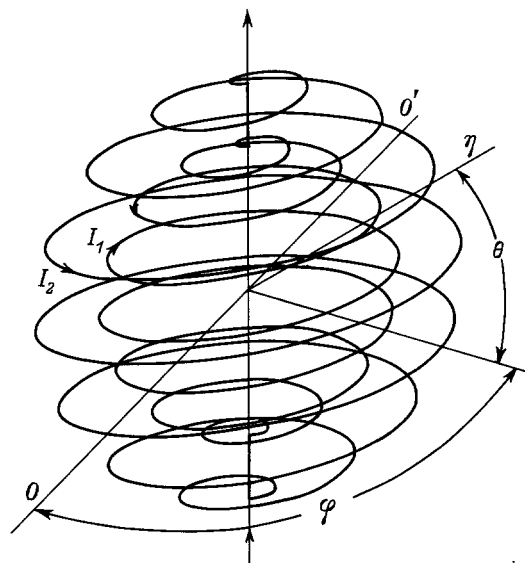


Рис. 1. Схема двуспиральной ловушки Торнадо.

РАН экспериментальной системы Торнадо-Х. Эти параметры таковы: число витков $n = 8, \eta_0 = 339$ мм, $\eta_1 = 484$ мм. Расчеты проводились для отношения токов $m = I_2/I_1 = \sqrt{\eta_0/\eta_1} = \sqrt{339/484} = 0.84$, что соответствует условию существования сферической сепаратрисы, радиус которой $\eta_s = \sqrt{\eta_0\eta_1} = \sqrt{339 \cdot 484} = 1.194\eta_0 = 405$ мм. Заключение о ходе силовых линий авторы настоящей работы делают по достаточно длинным их отрезкам, которые рассчитывались путем численного интегрирования системы дифференциальных уравнений

$$\frac{d\eta}{H_\eta} = \frac{\eta d\theta}{H_\theta} = \frac{\eta \cos\theta d\varphi}{H_\varphi} = \frac{d_s}{H}, \quad (2)$$

где d_s — дифференциал длины дуги силовой линии, H — напряженность магнитного поля.

Интегрирование этой системы проводилось методом Рунге-Кутты 4-го порядка. Величина шага интегрирования и точность вычисления компонентов магнитного поля изменялась в зависимости от особенностей силовых линий. Так, наиболее тщательно просчитывались места "перескока" силовых линий, поведение силовых линий в районе полюсов ловушки. Надежность выбора шага интегрирования проверялась проведением контрольных расчетов с удвоенной точностью.

Настоящие расчеты подтвердили результаты и предположения работ [1,6] о существовании внутри сепаратрисы двух типов магнитных силовых линий: "индивидуальных" и "обобщенных". "Индивидуальные" силовые линии — силовые линии, которые совершают обороты вокруг проводника, т. е. одного витка спирали, и не охватывают проводников соседних витков. "Обобщенные" силовые линии — те, которые охватывают два и более соседних витков спирали.

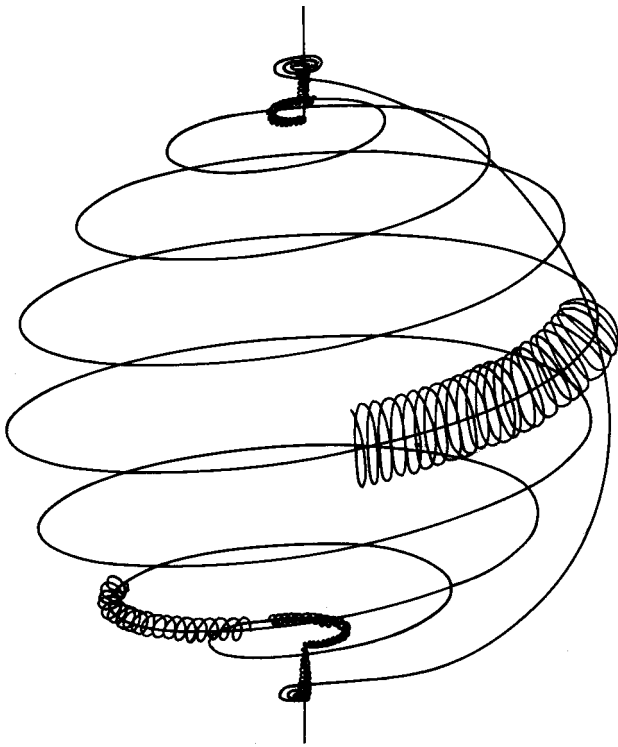


Рис. 2. Характерное поведение "индивидуальной" силовой линии.

Начальные точки для расчета силовых линий брались в экваториальной плоскости на линии $\theta = 0$, $\varphi = 0$, $\eta_0 < \eta < \eta_s$, где η_s — радиус сепаратрисы. Оказалось, что при $\eta < 1.074\eta_0$ все силовые линии "индивидуальные". Эти силовые линии наматываются на проводники спирали, постепенно перемещаясь вдоль спирали к ее полюсу, где, сделав несколько оборотов вокруг перемычки, выходят в промежуток между спиралями и проходят вблизи сепаратрисы ко второму полюсу, а сделав несколько оборотов вокруг второй перемычки, снова навиваются на внутреннюю спираль. Следует отметить, что чем ближе начальная точка к η_0 , тем ближе к сепаратрисе проходит силовая линия в промежутке между спиралями. Характерное поведение "индивидуальной" силовой линии приведено на рис. 2. На рисунке показаны внутренняя спираль и куски силовой линии при однократном проходе ее вдоль спирали и в промежутке между спиралями около сепаратрисы. Из-за малого шага намотки силовой линии на спираль изображение всей силовой линии на рисунке сделало бы его не наглядным, поэтому на рис. 2 представлены фрагменты "индивидуальной" силовой линии.

"Индивидуальные" силовые линии укладываются на тороидальные поверхности, которые в промежутке между спиралями близки по форме к сферической сепаратрисе, а в окрестностях полюсов "надеваются чулком" на проводник внутренней спирали. В районе экватора "чулок" имеет наибольшую площадь

сечения, которая уменьшается к полюсам. Таким образом, результаты настоящей работы подтвердили утверждение, высказанное в [1], и вывод [6] о наличии в системе тороидальных магнитных поверхностей.

С увеличением расстояния начальной точки расчета силовой линии от проводника, т.е. при $1.074\eta_0 < \eta < \eta_1$, $\varphi = 0$, $\theta = 0$ магнитные силовые линии становятся "обобщенными". "Обобщенные" силовые линии, заворачиваясь вокруг проводников внутренней спирали, постепенно смещаются по азимуту φ и обходят вокруг ловушки. В процессе обхода каждая силовая линия дважды на промежутке $0-2\pi$ изменяет число охватываемых ею проводников, совершая "перескок". В полуплоскости $\varphi = 0$ все силовые линии охватывают нечетное количество проводников, а в полуплоскости $\varphi = \pi$ все они, за исключением "индивидуальных", охватывают четное количество проводников. Расчеты отрезков силовых линий производились такой длины, чтобы они по азимуту обходили ловушку 2–3 раза. В результате расчетов убедительно показано, что "обобщенные" силовые линии укладываются рядом, огибая проводники спирали, окруженные "индивидуальными" силовыми линиями.

На рис. 3 представлены характерные следы пересечения силовых линий с плоскостями $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$. Звездочками обозначены точки пересечения проводников с этими плоскостями. Ближайшие к проводнику — это след пересечения "чулка", образованного "индивидуальными" силовыми линиями с плоскостью 5. Характерными для обчитываемой ловушки являются силовые линии, которые в районе $\varphi = 0$ охватывают один проводник, а в районе $\varphi = \pi$ — два (1), три–четыре (2), пять–шесть (3), семь–восемь (4). Кроме того, не было обнаружено линий, охватывающих два и переходящих на три,

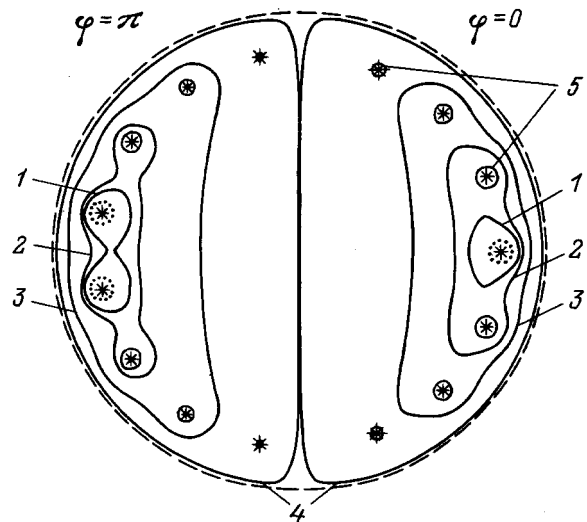


Рис. 3. Характерные следы пересечения "обобщенных" магнитных силовых линий, с плоскостями $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$. Штриховая линия — след сепаратрисы.

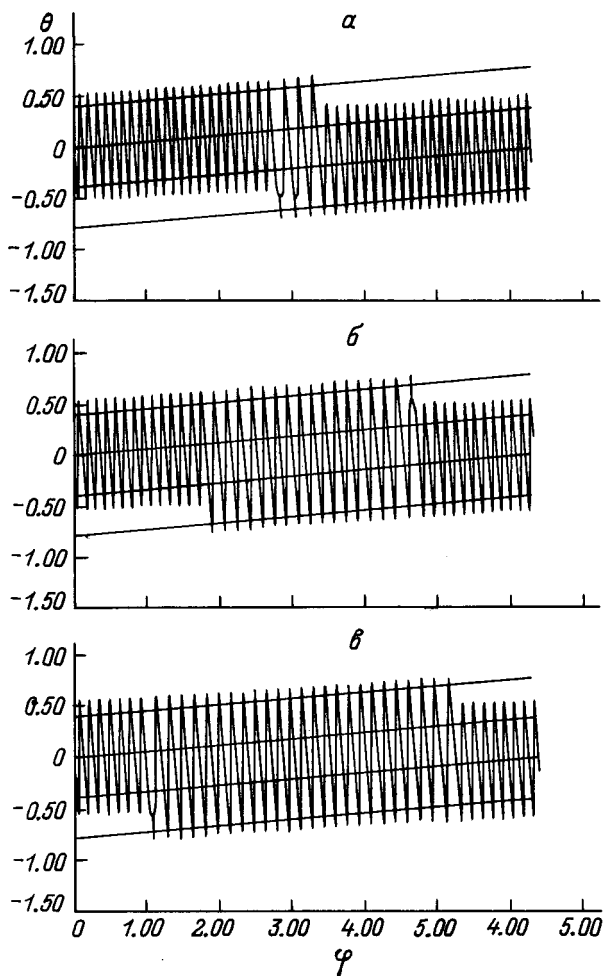


Рис. 4. Ход силовых линий в проекции $\theta-\varphi$. η_i : а — $1.087\eta_0$, б — $1.090\eta_0$, в — $1.095\eta_0$ (η_0 — радиус внутренней спирали).

четыре–пять, шесть–семь витков, что заставляет сделать вывод о наличии в рассматриваемой ловушке пяти областей, каждой из которых принадлежат свои силовые линии. Перескоки обобщенных силовых линий, охватывающих одно и то же число проводников, при обходе ловушки по азимуту с увеличением η сближаются. Это видно из рис. 4 и 5. На рис. 4 спирали и силовые линии представлены в виде функциональной зависимости $\varphi(\theta)$. В координатах θ и φ витки спиралей имеют вид параллельных отрезков одинаковой длины, равной 2π . На рис. 5 приведены следы пересечения "обобщенных" силовых линий полуплоскостью $\varphi = 0$.

На рис. 6 для наглядности в аксонометрии схематически представлена одна из "обобщенных" силовых линий с проводником внутренней спирали, окруженным "индивидуальной" силовой линией. "Обобщенные" силовые линии заполняют большую часть объема ловушки по сравнению с объемом, занимаемым "индивидуальными" силовыми линиями, образующими тороидальные поверхности.

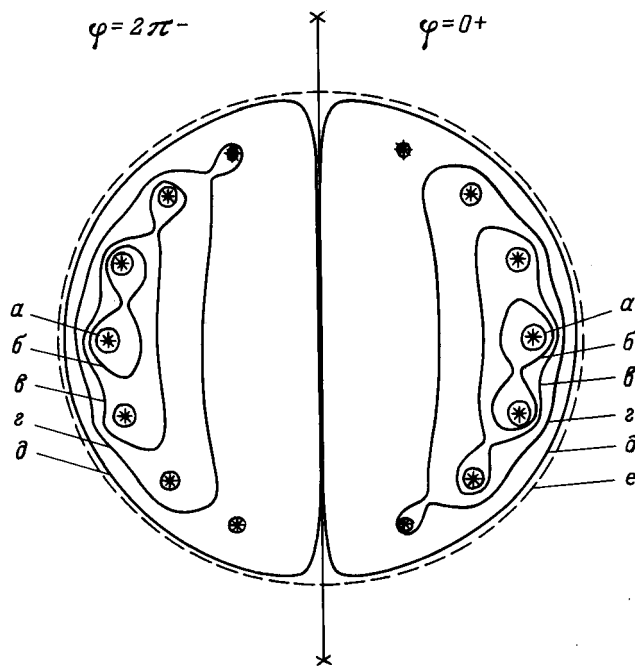


Рис. 5. Следы сечения полуплоскостями $\varphi = 2\pi-$ и $\varphi = 0+$ границ областей "индивидуальной" силовой линии (тороидальной магнитной поверхности) (а) и "обобщенных" силовых линий (б–д) (между а и б существуют силовые линии, охватывающие 1 и 2 проводника, между б и в — 3 и 4, между в и г — 5 и 6, между г и д — 7 и 8), сферической сепаратрисы (между линиями д и е слой тороидальных магнитных поверхностей) (е). Звездочкой обозначено место пересечения проводников внутренней спирали с полуплоскостью.

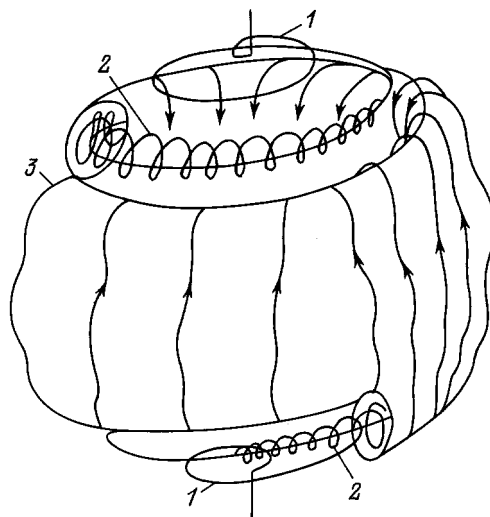


Рис. 6. Одна из "обобщенных" силовых линий, с проводником спирали, окруженным отрезком "индивидуальной" силовой линии. 1 — внутренняя спираль, 2 — "индивидуальные" силовые линии, 3 — "обобщенная" силовая линия.

Заключение

Численными методами получена структура магнитного поля ловушки Торнадо. В рассмотренной модели существуют силовые линии двух типов. Первый тип — это индивидуальные силовые линии, которые укладываются на магнитные поверхности, предсказанные в [1], подтвержденные в [6] и в настоящей работе; в промежутке между спиралями они близки по форме к сепаратрисе, а в окрестности полюсов "надеваются чулком" на перемычки и проводники внутренней спирали. Как следует из оценки [9], объем, занимаемый этими поверхностями, незначителен по сравнению с объемом, охватываемым сферической сепаратрисой. Второй — "обобщенные" силовые линии, которые, заворачиваясь вокруг проводников внутренней спирали, обходят вокруг ловушки, на промежутке $0-2\pi$ изменяют число охватываемых проводников, совершая "перескок", и образуют регулярную структуру из пяти областей, не обменивающихся силовыми линиями. Они занимают основной объем ловушки Торнадо.

Справедливость рассчитанной картины распределения магнитного поля подтверждается экспериментами, в которых исследуется поведение плазмы в ловушке Торнадо [10,11].

Для целей термоизоляции плазмы необходимо, чтобы структура поля была устойчива по отношению к возмущениям. Возмущения поля возникают прежде всего потому, что проводники в реальной ловушке имеют конечную толщину. Неизбежны погрешности в форме и расположении спиралей, нарушающие условие существования сферической сепаратрисы — геометрическое подобие токов, а также возмущения, вызванные отклонениями величины отношения токов в спиралях от того значения, при котором существует сепаратриса. Эти проблемы предстоит решить в дальнейших исследованиях.

Работа частично поддержана грантом Фонда Сороса по решению Американского физического общества от 17.02.93 и Министерством науки России.

Авторы искренне признательны Г.В. Скорнякову за плодотворные обсуждения.

Список литературы

- [1] *Скорняков Г.В.* // ЖТФ. 1962. Т. 32. Вып. 3. С. 261–268.
- [2] *Скорняков Г.В.* // ЖТФ. 1962. Т. 32. Вып. 7. С. 777–781.
- [3] *Скорняков Г.В.* // ЖТФ. 1962. Т. 32. Вып. 11. С. 1494.
- [4] *Скоттуканов Г.В.* // Plasma Phys. 1966. Vol. 8. P. 561–575.
- [5] *Абрамова К.Б., Галечян Г.А., Перегуд Б.П.* // ЖТФ. 1966. Т. 36. Вып. 8. С. 1426–1434.
- [6] *Козырев А.Н., Перегуд Б.П.* // ЖТФ. 1970. Т. 40. Вып. 5. С. 950–959.
- [7] *Перегуд Б.П., Семенов А.А.* // ЖТФ. 1971. Т. 41. Вып. 11. С. 2294–2304.
- [8] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
- [9] *Козырев А.Н., Кузнецов В.М., Перегуд Б.П., Федичкина З.В.* // ЖТФ. 1971. Т. 41. Вып. 11. С. 2305–2315.
- [10] *Peregood B.P., Lehnert B.* // Nucl. Instr. Meth. 1981. Vol. 180. P. 357–386.
- [11] *Абрамова К.Б., Воронин А.В., Галечян Г.А., Лев М.Л.* // ЖТФ. 1967. Т. 67. Вып. 2