

Квазистатическая емкость МОП полевого транзистора при насыщении дрейфовой скорости носителей

© М.В. Черемисин

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Получена 29 марта 1996 г. Принята к печати 5 мая 1996 г.)

Рассматривается влияние насыщения дрейфовой скорости носителей на вольт-фарадные характеристики затворных емкостей C_{gs} , C_{gd} МОП транзистора. Проведено аналитическое исследование вольт-фарадных характеристик для трех различных аппроксимаций зависимости дрейфовой скорости носителей от поля $\nu(E)$. Показано, что вольт-амперная характеристика может быть вычислена с удовлетворительной точностью с помощью наиболее простой кусочно-линейной аппроксимации. Напротив, вольт-фарадные характеристики должны вычисляться на основе более реалистичных аналитических зависимостей $\nu(E)$, поскольку грубая кусочно-линейная аппроксимация в этом случае приводит к серьезным погрешностям. Сравнение экспериментальных вольт-фарадных характеристик с теоретическими может послужить критерием оценки реального закона насыщения дрейфовой скорости.

1. Введение

Аналитическое моделирование емкостных характеристик металл-окисел-полупроводник (МОП) транзисторов играет важную роль в расчете и создании как логических, так и аналоговых схем. Анализ эквивалентной схемы МОП транзистора в малосигнальном приближении [1,2] показывает, что суммарная емкость $C_{gs} + C_{gd}$, где C_{gs} — емкость затвор-исток, C_{gd} — затвор-сток, определяет его важнейший параметр — частоту отсечки. Впервые модель емкости в рамках квазистатического приближения была предложена Мейером [1] в 1971 г. В работе Варда и Даттона [3] эта модель была усовершенствована благодаря учету заряда обедненного слоя инверсионного канала транзистора. Кроме того, наведенный в канале заряд учитывался отдельно для истока и стока транзистора. Схема расчета [3] позволила достичь лучшей сходимости и точности при численном моделировании вольт-фарадных характеристик короткоканальных транзисторов.

Наиболее полный и последовательный подход к вычислению емкости был разработан Шуром [4] на основе унифицированной модели управления зарядом [5]. Предложенная модель позволила вычислять вольт-фарадные характеристики транзистора во всех режимах его работы, от допорогового до режима насыщения. В то же время эффект насыщения дрейфовой скорости носителей в электрическом поле не был последовательно учтен, на что указывалось в самой работе [4].

Эффект насыщения дрейфовой скорости носителей наиболее важен в короткоканальных полевых транзисторах, где продольное электрическое поле в канале E может намного превышать характерное поле насыщения дрейфовой скорости носителей E_{sat} . Распределение потенциала, электрического поля и поверхностной концентрации носителей в канале транзистора полностью определяется зависимостью $\nu(E)$.

Наиболее простая и часто используемая кусочно-линейная аппроксимация дрейфовой скорости носителей $\nu(E)$ качественно хорошо описывает вольт-амперные характеристики (ВАХ) транзистора. Более точные аналитические зависимости приводят лишь к их количественному уточнению.

Как будет показано в данной статье, вольт-фарадные характеристики транзистора в отличие от ВАХ более чувствительны к виду функции $\nu(E)$. В рамках простой модели Мейера будут получены выражения для вольт-фарадных зависимостей транзистора, работающего в триодном режиме. Будут рассмотрены три различные аппроксимации $\nu(E)$, включая кусочно-линейную. Использование наиболее простой модели Мейера связано с тем, что она позволяет получить наглядную физическую картину и простые аналитические выражения для затворных емкостей C_{gs} , C_{gd} . Учет заряда обедненного слоя инверсионного канала, как и в случае ВАХ, может привести лишь к небольшому уточнению полученных вольт-фарадных характеристик.

2. Емкость полевого транзистора в рамках модели насыщения дрейфовой скорости носителей

Рассмотрим полевой транзистор с наведенным в x направлении каналом, длиной l (рис. 1, вставка). Транзистор работает в триодном режиме (подложка заземлена). Толщина d изоляционного подзатворного слоя много меньше характерного масштаба изменения потенциала l . При этом условии применимо приближение плавного канала Шокли, когда поперечная составляющая электрического поля в канале намного больше продольной составляющей. Поверхностная концентрация n_s наведенных в канале носителей для надпорогового режима работы транзистора может

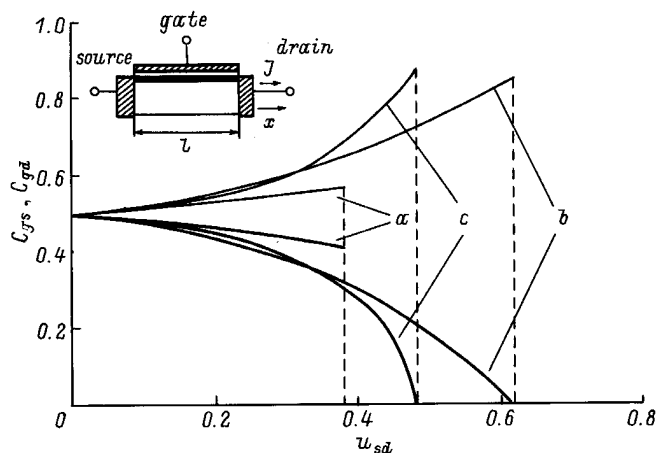


Рис. 1. Вольт-фарадные характеристики емкостей C_{gs} (верхние кривые) и C_{gd} (нижние кривые) при значении параметра $\chi = 1$ для: a — кусочно-линейной аппроксимации ($u_{sd}^{sat} = 0.38$), b — выражения (8) ($u_{sd}^{sat} = 0.62$), c — выражения (14) ($u_{sd}^{sat} = 0.51$).

быть записана в виде

$$n_s = \frac{CU}{e}, \tag{1}$$

где e — элементарный заряд, $U = U_{gs}(x) - U_t$, $U_{gc}(x)$ — локальное напряжение между затвором и каналом, U_t — пороговое напряжение, C — емкость изолирующего слоя под затвором единичной площади. Ток в проводящем канале с учетом (1) имеет вид

$$J = wC \cdot \mu(E)U \cdot E, \tag{2}$$

где w — ширина прибора, $\mu(E) = \nu(E)/E$ — зависимость подвижности носителей от поля. Подставляя в (2) соотношение, связывающее потенциал и поле $E = -dU/dx$, и учитывая граничное условие на истоке $U(0) = U_s$, легко написать уравнение для распределения потенциала $U(x)$ вдоль канала. Характер этого распределения полностью определяется видом аппроксимации подвижности носителей $\mu(E)$. Зависимость тока в канале от величины падения напряжения исток-сток $U_{sd} = U_s - U_d$ (где $U_d = U(l)$ — напряжение на стоке) определяет вольт-амперную характеристику транзистора. Эта зависимость может быть представлена в общем виде как функция контактных напряжений $J = J(U_s, U_d)$.

Следуя модели Мейера, полный наведенный заряд Q инверсионного слоя может быть найден путем интегрирования поверхностной концентрации n_s этого заряда вдоль канала в виде

$$Q = -wC \int_{U_s}^{U_d} \frac{U}{E} dU, \tag{3}$$

где продольное электрическое поле $E = E(U, J)$ является функцией тока и локального напряжения

в соответствии с выражением (2). Используя (3), легко найти общие выражения для двух независимых дифференциальных затворных емкостей C_{gs} , C_{gd} , приведенные к полной емкости изолирующего слоя под затвором $C_0 = wCl$.

$$C_{gs} = \frac{\partial Q}{\partial U_s} \Big|_{(U_d = \text{const})} = \frac{1}{l} \left[\frac{U_s}{E_s} - \int_{U_s}^{U_d} \frac{\partial}{\partial U_s} \left(\frac{U}{E} \right) dU \right], \tag{4}$$

$$C_{gd} = \frac{\partial Q}{\partial U_d} \Big|_{(U_s = \text{const})} = \frac{1}{l} \left[\frac{U_d}{E_d} - \int_{U_s}^{U_d} \frac{\partial}{\partial U_d} \left(\frac{U}{E} \right) dU \right], \tag{5}$$

где E_s , E_d — величины электрического поля на истоке (стоке) соответственно. Вычисление емкостей C_{gs} , C_{gd} по выражениям (4), (5) предполагает, что известны пространственное распределение потенциала вдоль канала и ВАХ транзистора. Подставляя в (4), (5) зависимость локального электрического поля $E = E(U, J)$, следующую из выражения (2) и ВАХ в виде $J = J(U_s, U_d)$, нетрудно получить вольт-фарадные характеристики транзистора. Эти зависимости обычно строятся как функции напряжения на истоке U_s при фиксированном падении напряжения исток-сток U_{sd} . В данной работе будет использовано иное представление вольт-фарадных характеристик, вычисляемых при постоянном напряжении на истоке U_s и изменяющемся U_{sd} . Вычисления будут проведены для двух различных аналитических зависимостей подвижности $\mu(E)$.

В работе Мейера [1] были получены вольт-фарадные характеристики для модели плавного канала Шокли с постоянной подвижностью носителей $\mu(E) = \mu_0$. Они имеют вид

$$C_{gs} = \frac{2}{3} \left[1 - \frac{(1 - u_{sd})^2}{(2 - u_{sd})^2} \right], \tag{6}$$

$$C_{gd} = \frac{2}{3} \left[1 - \frac{1}{(2 - u_{sd})^2} \right],$$

где $u_{sd} = U_{sd}/U_s$. Кусочно-линейная аппроксимация [2] подвижности носителей приводит к ограничению этих вольт-фарадных зависимостей величиной падения напряжения исток-сток u_{sd}^{sat} при насыщении ВАХ.

$$u_{sd}^{sat} = 1 - \left[1 - \frac{(\sqrt{\chi^4 + 4 \cdot \chi^2 - \chi^2})}{2} \right]^{\frac{1}{2}}, \tag{7}$$

где $\chi = 2lE_{sat}/U_s$ — параметр насыщения. На рис. 1 (кривые a) представлены вольт-фарадные характеристики при фиксированном значении параметра $\chi = 1$. Зависимости напряжения насыщения u_{sd}^{sat} и затворных емкостей C_{gs}^{sat} , C_{gd}^{sat} в режиме насыщения транзистора от параметра χ изображены на рис. 2, 3 (кривые a) соответственно.

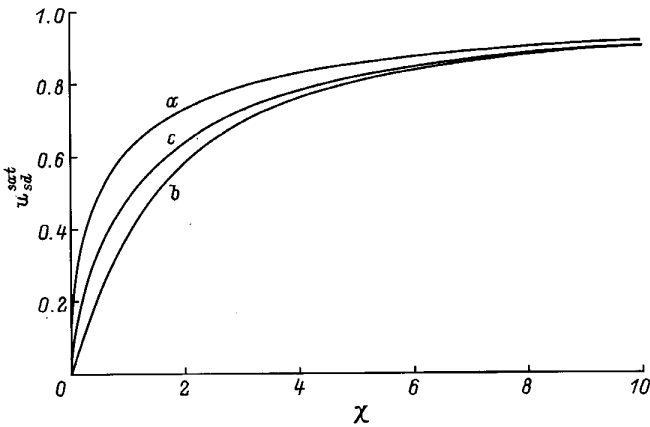


Рис. 2. Зависимость падения напряжения исток–сток u_{sd}^{sat} в режиме насыщения ВАХ от параметра χ для: *a* — кусочно-линейной аппроксимации, *b* — выражения (8), *c* — выражения (14).

1. Рассмотрим более реалистичную аппроксимацию подвижности $\mu(E)$ вида

$$\mu(E) = \frac{\mu_0}{\left(1 + \frac{E}{E_{sat}}\right)}. \quad (8)$$

Введем безразмерные величины локального напряжения $u = U/U_s$, длины $\eta = x/l$ и тока $i = J/J_0$, где $J_0 = CU_s^2 w/2l$. Уравнение (2) можно записать в виде

$$\frac{du}{d\eta} = -\frac{i}{2} \frac{1}{u - u_{sat}}, \quad (9)$$

где $u_{sat} = i/\chi$ — напряжение насыщения при заданном токе i . Решение этого уравнения с граничным условием на истоке $u(0) = 1$ определяет распределение потенциала вдоль канала:

$$u(\eta) = u_{sat} + \left[(1 - u_{sat})^2 - i \cdot \eta\right]^{\frac{1}{2}}. \quad (10)$$

Насыщение дрейфовой скорости носителей происходит на стоке, где электрическое поле имеет наибольшее значение, обращаясь в бесконечность при условии обращения подкоренного выражения в (10) в нуль. Это условие определяет ток i_{sat} и падение напряжения u_{sd}^{sat} (рис. 2, кривая *b*) в режиме насыщения как функции параметра χ в виде

$$i_{sat} = \frac{\chi^2 + 2 \cdot \chi - \sqrt{\chi^4 + 4 \cdot \chi^3}}{2} \quad (11)$$

$$u_{sd}^{sat} = \sqrt{i_{sat}}.$$

Подчеркнем, что в модели [2] с кусочно-линейной аппроксимацией подвижности электрическое поле вдоль канала фактически не может превышать величины E_{sat} . Напротив, в случае аппроксимации, задаваемой выражением (8), электрическое поле превышает это значение. Это приводит к иному виду вольт-фарадных характеристик. Используя (1), получаем

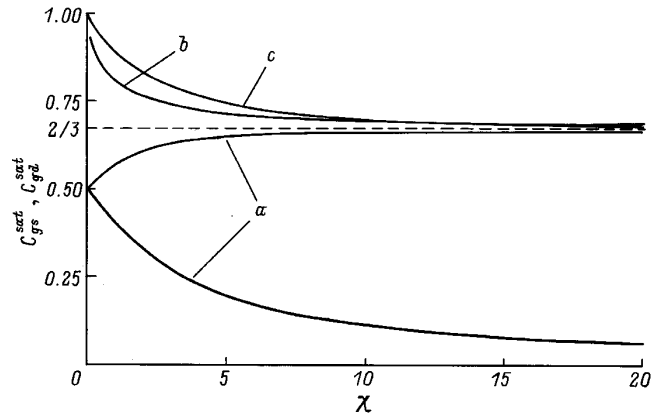


Рис. 3. Зависимости емкостей C_{gs}^{sat} и C_{gd}^{sat} (нижняя кривая) в режиме насыщения ВАХ от параметра χ для: *a* — кусочно-линейной аппроксимации $\mu(E)$, *b* — выражения (8), *c* — выражения (14).

для ВАХ следующее выражение:

$$i = \frac{1 - (1 - u_{sd})^2}{1 + \frac{2u_{sd}}{\chi}}. \quad (12)$$

Вычисление емкостей C_{gs} , C_{gd} по вышеописанной процедуре и использование выражений (9), (12) приводит к следующему результату:

$$C_{gs} = \frac{2}{3} \left[1 - \frac{(1 - u_{sd})^2}{(2 - u_{sd})^2} + \frac{1 + 2(1 - u_{sd})^3 - 3(1 - u_{sd})^2}{\chi(2 - u_{sd})^2} \right],$$

$$C_{gd} = \frac{2}{3} \left[1 - \frac{1}{(2 - u_{sd})^2} + \frac{1 - 3u_{sd} - (1 - u_{sd})^3}{\chi(2 - u_{sd})^2} \right]. \quad (13)$$

Эти зависимости отличаются от выражения (6) для модели с постоянной подвижностью наличием дополнительных членов, связанных с насыщением дрейфовой скорости носителей. На рис. 1 (кривые *b*) представлены вольт-фарадные характеристики при фиксированном значении параметра насыщения χ . Они существенно отличаются от случая кусочно-линейной аппроксимации подвижности. Наибольшие отличия наблюдаются в областях насыщения, которые различны для этих двух случаев. На рис. 3 (кривые *b*) изображены зависимости затворных емкостей C_{gs}^{sat} , C_{gd}^{sat} в режиме насыщения от параметра насыщения χ . Отличие по сравнению со случаем кусочно-линейной аппроксимации состоит в том, что емкость затвор–сток тождественно равна нулю, а емкость затвор–исток в случае короткоканального транзистора ($\chi \ll 1$) имеет иное предельное значение: $C_{gs}^{sat} = 1$. Проведем качественное рассмотрение полученных вольт-фарадных характеристик, основанное на простой геометрической интерпретации (рис. 4).

При малых значениях тока $i \ll 1$ потенциал вдоль канала спадает по линейному закону (рис. 4, кривая *a*). Емкость затвор–исток C_{gs} может быть найдена как отношение приращения полного заряда Q ,

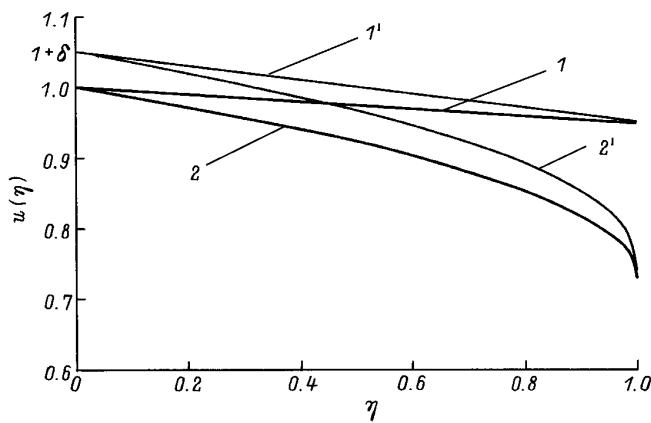


Рис. 4. Распределение потенциала (1, 2) и его перераспределение (1', 2') под действием флуктуации напряжения δ на истоке и фиксированном напряжении на стоке при $\chi = 1$ для аппроксимации $\mu(E)$ (выражение (8)) при: 1, 1' — $i = 0.01$, 2, 2' — в режиме насыщения.

наведенного в канале, при фиксированном стоковом и изменении на малую величину δ истокового напряжений. Простое геометрическое построение приводит к очевидному результату: $C_{gs} = 1/2$. Аналогично можно показать, что $C_{gd} = 1/2$.

В короткоканальных ($\chi \ll 1$) транзисторах в режиме насыщения распределение потенциала практически однородно (рис. 4, кривая b). Поэтому $C_{gs}^{sat} = 1$. В то же время из-за насыщения дрейфовой скорости характер этого распределения резко меняется вблизи стока, где $E_d = du/d\eta|_1 = \infty$. Это приводит к очевидному результату: $C_{gd}^{sat} \equiv 0$. Действительно, малое изменение напряжения на стоке при фиксированном истоковом напряжении практически не изменяет распределение потенциала вдоль канала $u(\eta)$.

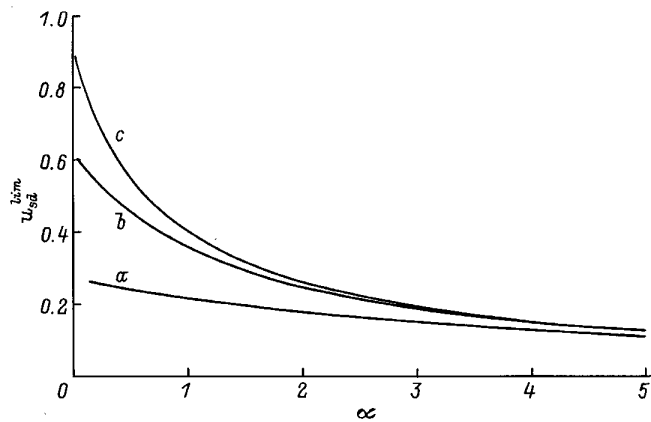


Рис. 5. Зависимость предельного падения напряжения u_{sd}^{lim} от параметра α при $\beta = 0.25$ для аппроксимации $\mu(E)$ (выражение (8)) при: a — $\chi = 0.1$, b — $\chi = 1$, c — $\chi = 10$. u_{sd}^{sat} : a — 0.27, b — 0.62, c — 0.92.

2. Рассмотрим аппроксимацию подвижности $\mu(E)$ вида

$$\mu(E) = \frac{\mu_0}{\left(1 + \frac{E^2}{E_{sat}^2}\right)^{\frac{1}{2}}}. \tag{14}$$

В этом случае уравнение (2) может быть записано в виде

$$\frac{du}{d\eta} = -\frac{i}{2} \frac{1}{\sqrt{u^2 - u_{sat}^2}}. \tag{15}$$

Решение этого уравнения совместно с граничным условием на истоке определяет распределение потенциала вдоль канала:

$$F\left(\frac{u}{u_{sat}}\right) - F\left(\frac{1}{u_{sat}}\right) = -\frac{\chi \cdot \eta}{u_{sat}}, \tag{16}$$

где $F(y) = y\sqrt{y^2 - 1} - \ln(y + \sqrt{y^2 - 1})$. Вольт-амперная характеристика находится из решения уравнения (16) при подстановке $\eta = 1$. Когда потенциал на стоке достигает значения u_{sat} , транзистор переходит в режим насыщения. Величина тока насыщения i_{sat} при этом может быть найдена из уравнения

$$F\left(\frac{\chi}{i_{sat}}\right) = \frac{\chi^2}{i_{sat}}. \tag{17}$$

Зависимость падения напряжения на приборе от параметра χ в режиме насыщения (рис. 2, кривая c) может быть найдена в виде

$$u_{sd}^{sat} = 1 - \frac{i_{sat}}{\chi}. \tag{18}$$

Видно, что она незначительно отличается от случая кусочно-линейной аппроксимации подвижности.

С помощью (4), (5) вольт-фарадные характеристики могут быть получены лишь численно и изображены на рис. 1 (кривые c) при значении параметра

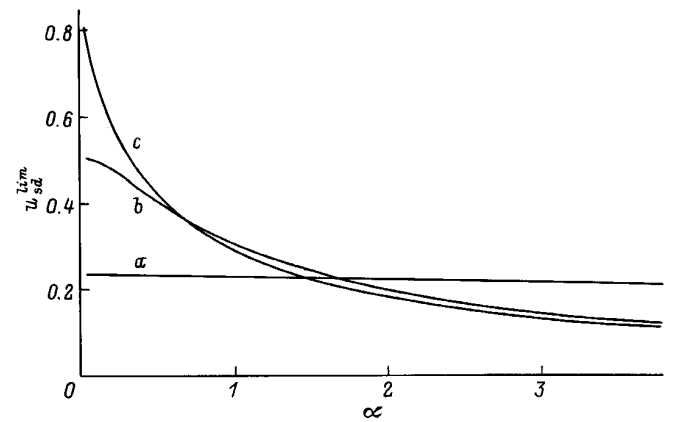


Рис. 6. Зависимость предельного падения напряжения u_{sd}^{lim} от параметра α при $\beta = 0$ для аппроксимации $\mu(E)$ (выражение (14)) при: a — $\chi = 0.1$, b — $\chi = 1$, c — $\chi = 10$. u_{sd}^{sat} : a — 0.24, b — 0.51, c — 0.79.

$\chi = 1$. Зависимость емкости затвор–исток C_{gs}^{sat} (тогда как $C_{gd}^{\text{sat}} \equiv 0$) в режиме насыщения от параметра χ приведена на рис. 3 (кривая c). Вид этой зависимости существенно отличается лишь от случая кусочно-линейной аппроксимации.

3. Рассмотрим критерий применимости модели плавного канала Шокли с кусочно-линейной аппроксимацией подвижности. Условие малости продольного поля по сравнению с поперечным E_y записывается в виде

$$E = -\frac{U_s}{l} \frac{du}{d\eta},$$

$$E_y = \frac{U_s}{d \cdot \varepsilon_i} \left[u + \frac{U_t}{U_s} \right], \quad E \ll E_y, \quad (19)$$

где ε_i — диэлектрическая проницаемость подзатворного слоя. Условие (19) определяет предельное значение падения напряжения u_{sd}^{lim} вдоль канала, вплоть до которого справедливо приближение Шокли:

$$u_{sd}^{\text{lim}} = 1 - \frac{\sqrt{\beta^2 + \alpha(1 + \alpha)} - \beta}{1 + \alpha}, \quad (20)$$

где $\beta = U_t/2U_s$, $\alpha = \varepsilon_i d/2l$ — безразмерные параметры. Значения параметра $\alpha \ll 1$ соответствуют транзистору с бесконечно тонким изолирующим слоем, в котором приближение Шокли применимо вплоть до режима насыщения. Легко написать условие, когда насыщение ВАХ в модели с кусочно-линейной аппроксимацией подвижности происходит раньше, чем наступает предел применимости модели Шокли, т. е. $u_{sd}^{\text{sat}} < U_{sd}^{\text{lim}}$.

$$\chi < \chi_{cr} = \frac{1 - (1 - u_{sd}^{\text{lim}})^2}{1 - u_{sd}^{\text{lim}}}, \quad (21)$$

где χ_{cr} — критическое значение параметра насыщения, удовлетворяющее равенству $u_{sd}^{\text{sat}} = U_{sd}^{\text{lim}}$.

Принимая во внимание характерные параметры транзистора $l = 1$ мкм, $d = 350$ Å, $\varepsilon = 4$, величину поля насыщения $E_{\text{sat}} = 1.25 \cdot 10^6$ В/м и напряжений $U_s = 1$ В, $U_t = 0.5$ В, можно получить следующие оценки: $\beta = 0.25$, $\chi = 2.5$, $\chi_{cr} = 8.7$, $\alpha = 0.07$. Видно, что насыщение дрейфовой скорости чрезвычайно важно для современных транзисторов и выполняется условие (21). Приближение Шокли приемлемо практически вплоть до режима насыщения, т. е. $u_{sd}^{\text{sat}} \approx u_{sd}^{\text{lim}}$.

Проведем аналогичные вычисления для аппроксимации подвижности, определяемой выражением (8). Используя выражения (9), (19), при заданном значении параметров α , β , χ можно найти предельное значение падения напряжения u_{sd}^{lim} . На рис. 5 изображена зависимость этого напряжения от параметра α при трех фиксированных значениях параметра χ . Отметим, что приближение Шокли в этом случае всегда становится неприменимым раньше, чем наступает насыщение ВАХ, т. е. $u_{sd}^{\text{lim}} < u_{sd}^{\text{sat}}$. Несмотря

на это, в реальном транзисторе ($\alpha \ll 1$) оно приемлемо практически вплоть до режима насыщения, т. е. $u_{sd}^{\text{sat}} \approx u_{sd}^{\text{lim}}$.

Для аппроксимации подвижности, определяемой выражением (14), результаты представлены на рис. 6. Для простоты значение порогового напряжения было взято равным нулю ($\beta = 0$). В этом случае также приближение Шокли приемлемо практически вплоть до режима насыщения, т. е. $u_{sd}^{\text{sat}} \approx u_{sd}^{\text{lim}}$.

3. Заключение

Проведенный анализ показал, что вольт-амперная характеристика МОП транзистора может быть вычислена при использовании кусочно-линейной аппроксимации подвижности, в то время как аналитические зависимости приводят лишь к небольшому количественному уточнению. Напротив, вольт-фарадные характеристики различны в этих случаях. Особенно сильно это проявляется в области насыщения (рис. 3) для короткоканальных транзисторов. В этом случае $C_{gs}^{\text{sat}} = 1/2$, $C_{gd}^{\text{sat}} = 1/2$ для кусочно-линейной аппроксимации, в то время как $C_{gs}^{\text{sat}} = 1$, $C_{gd}^{\text{sat}} = 0$ для двух других аппроксимаций подвижности. Было показано, что это связано с качественными различиями в распределении потенциала вдоль канала. Представленный анализ показал, что использование грубой кусочно-линейной аппроксимации приемлемо. Сравнение экспериментальных вольт-фарадных характеристик с теоретическим может позволить оценить реальную зависимость подвижности носителей от поля.¹ Представляется интересным определение частоты среза транзистора на основе полученных вольт-фарадных характеристик.

Исследование критерия применимости приближения плавного канала Шокли показало, что для современных транзисторов с тонким подзатворным изолирующим слоем это приближение справедливо практически вплоть до режима насыщения для всех приведенных аппроксимаций подвижности.

Автор благодарит М.И. Дьяконова, М. Шура и М.Е. Левинштейна за плодотворные дискуссии и поддержку.

Список литературы

- [1] J.K. Meyer. RCA Rev., **32**, 42 (1971).
- [2] M. Shur. *Physics of Semiconductor Devices* (Engelwood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, USA, 1990).
- [3] D.E. Ward, R.W. Dutton. IEEE J. Sol. St. Circuits, **SC-12** (1978).
- [4] K.M. Rho, K. Lee, M. Shur, T.A. Fjeldly. IEEE Trans. Electron. Dev., **40**, 131 (1993).
- [5] M. Shurm, T.A. Fjeldly, T. Ytterdal, K. Lee. Sol. St. Electron., **35**, 1795 (1992).

Редактор В.В. Чалдышев

¹ На эту возможность обратил внимание автора М. Шур.

**Quasi-static capacitance of
metal–oxide–semiconductor field-effect
transistor in the framework of a model of
the carrier drift velocity saturation**

M.V. Cheremisin

A.F. Ioffe Physicotechnical Institute,
Russian Academy of Sciences,
194021 St. Petersburg, Russia