О роли анизотропии константы связи в модели сверхпроводника с особыми точками вблизи поверхности Ферми

© Н.В. Щедрина, М.И. Щедрин

Волжская государственная академия водного транспорта,
603600 Нижний Новгород, Россия

(Поступила в Редакцию 21 апреля 1997 г.)

В модели ВТСП, где достаточно высокие значения температуры перехода T_c реализуются за счет повышения плотности состояний вблизи поверхности Ферми, рассмотрена роль анизотропии константы связи при воздействии немагнитных примесей на поведение T_c. Показано, что данная модель более чувствительна к примесям, чем модель БКШ: здесь не имеет место андерсоновская компенсация даже при одинаковом распределении плотности состояний в сверхпроводящем и примесном каналах, а примесные вклады оказываются нелинейными по концентрации примесей уже вблизи T_c. Анизотропия сверхпроводящей щели Δ и возможность ее обращения в нуль в некоторых точках на поверхности Ферми, связанная с различным типом спаривания, проявляются в устойчивости сверхпроводящей фазы относительно воздействия примесей.

1. В настоящее время уделяется большое внимание вопросам, связанным с проявлением анизотропии сверхпроводящей щели Δ, константы связи g, а также типам спаривания носителей заряда в сверхпроводниках (см. [1,2] и ссылки в них). Обсуждаются различные варианты зависимости g от $\mathbf{k}$ с учетом возможности обращения ее в нуль как в некоторых точках поверхности Ферми (ПФ), так и вдоль определенных кристаллографических направлений. Некоторая возможность экспериментальной проверки выбора вида $\Delta(\mathbf{k})$ связывается с различным воздействием немагнитных примесей на температуру перехода T_c в случае открытой и захлопывающейся сверхпроводящей щели Δ. Андерсоновская компенсация линейных по концентрации примеси n вкладов в модели БКШ имеет место лишь в случае равенства плотностей состояний (ПС) для процессов рассеяния затравочных носителей заряда и образования куперовских пар за счет g. При рассогласовании этого условия из-за анизотропии g могут проявиться вклады, линейные по n, с коэффициентом, пропорциональным разности этих ПС.

В настоящей работе рассмотрено влияние немагнитных примесей на T_c в другой модели — модели ВТСП, где достаточно высокие T_c реализуются за счет сингулярности в ПС [3]. Эта модель оказывается более чувствительной к примесям; андерсоновская компенсация не имеет места, а примесные поправки нелинейны по n. Показано, что при определенных условиях в такой модели примеси могут подавить сверхпроводимость. Получены также зависимости T_c от критических индексов, характеризующих степень сингулярности различных ПС.

2. Точка перехода определяется уравнением $g\Pi(T_c) = 1$. При наличии немагнитных примесей в лестничном приближении можно записать [4,5]

$$\Pi(T) = T \sum \left[R^{-1}(\omega) - \gamma\right]^{-1}, \qquad \gamma R < 1, \tag{1}$$

$$R(\omega) = \int d\xi N(\xi) / \left[(|\omega| + \delta)^2 + \xi^2\right], \tag{2}$$

γ и δ для короткодействующей примеси связаны соотношением

$$\gamma \int d\xi N'(\xi) \,/\, \left(\xi^2 + \delta^2\right) = 1, \tag{3}$$

где δ — затухание гриновской функции из-за упругого рассеяния, $\gamma = n|V|^2$, V — потенциал рассеяния. Суммирование проводится по дискретным частотам, N — взвешенная ПС, которая содержит информацию об анизотропии g:

$$N(\xi) = \int d\mathbf{k} f(\mathbf{k}) \delta(\xi - \xi_k), \qquad \xi_k = \varepsilon_k - \mu, \tag{4}$$

конкретный вид f диктуется характером рассматриваемого процесса. Отметим, что N и N' могут быть различными, поскольку N связана с анизотропией g, а N' с $V(\mathbf{k})$. Связь T_c и T_0 для чистого образца дается уравнением $\Pi(T_c) = \Pi(T_0)$. Существование топологических особенностей изоэнергетических поверхностей затравочных носителей заряда у ВТСП широко обсуждалось в литературе [6]. Так, наличие плоских или цилиндрических участков указывает на возможность части носителей заряда совершать одномерное или двумерное движение с соответственно корневой и логарифмической особенностями в ПС. В общем случае на основании представлений теории скейлинга для ПС обычно выбираются обобщенные выражения типа $N(\xi) = N_s(W|\xi|)^s$ или $N(\xi) = N_e \ln|W/\xi|$, где $0 < s < 1$, N_s и N_e — нормировочные множители, а W имеет смысл эффективной ширины зоны проводимости. При нормировке на полное число состояний в зоне имеем $N_s = (1-s)2^{-s}N_0$, $N_e = \ln^{-1}(2e)N_0$, $N_0 = 1/Wv$ — средняя ПС по зоне, v — объем элементарной ячейки кристалла [3,7]. Вообще говоря, показатели сингулярности r в сверхпроводящем канале не совпадают с показателями s в затравочной зоне. Это связывается с широко обсуждающейся в настоящее время возможностью подавления, "гашения" сингулярностей за счет определенного вида анизотропии g. Имеется соотношение между ними в зависимости от закона гашения. Из (2) и (3) имеет уравнение для связи T_c и T_0

$$(X+a)^{r+1} - K_{rs}a^{s+1} = X, \qquad X = T_c/T_0, \qquad a = \delta/\pi T_0,$$

$$K_{rs} = (N_r/N_s)\Big\{\cos(\pi s/2)\ /\ \cos(\pi r/2)\Big\}(\pi T_0/W)^{s-r}. \quad (5)$$

При получении (5) используется отмечавшееся уже ранее [3] отличие поведения сумм (1) для сингулярной модели и модели БКШ, в которой $r = 0$ и суммы расходятся. Эти суммы определяются в асимптотическом пределе, причем основной вклад в них вносят большие $\omega \sim \omega_0/\pi T \gg 1$ и этот вклад имеет логарифмический характер (ω_0 — параметр обрезания). Совершенно иная ситуация здесь при $r > 0$, когда ряды сходятся. Из-за сходимости температурная зависимость рядов остается неизменной при любом количестве членов ряда, изменяться может лишь коэффициент. Количество членов ряда зависит от отношения πT_c и ω_0 [5,8]. Очевидно, наибольший интерес представляет высокотемпературное решение $\pi T_c \leqslant \omega_0$. Заметим, что переход к $r \to 0$ требует учета большого числа членов $\sim \omega_0/\pi T \gg 1$. Используя для суммирования числового ряда по n формулу $b^{-r} = \Gamma^{-1}(r)\int x^{r-1}\exp(-bx)dx$, можно получить асимптотическую оценку

$$\sum(2n+1)^{-(r+1)} = 2^{-1}\Big\{2^{-r}\left(2^{r+1}-1\right)\zeta(r+1) - (\pi T/\omega_0)^r\Gamma(r)/\Gamma(r+1)\Big\}, \quad (6)$$

где Γ и ζ — функции Эйлера и Римана. Предельный переход в (6) приводит к логарифмической зависимости в теории БКШ.

3. Рассмотрим характерные случаи, следующие из (5). Пусть особенность является следствием структуры исходной, затравочной, зоны, а g — изотропна. Тогда в сверхпроводящем канале проявляется та же особенность, $r = s$, и $X = (X+a)^{s+1} - a^{s+1}$ ($s \neq 0$). Вблизи T_0

$$\Delta T/T_0 = (T_0 - T_c)/T_0$$
$$= (s+1/s)(\delta/\pi T_0) - (1/s)(\delta/\pi T_0)^{s+1}. \quad (7)$$

Поправка содержит два слагаемых разного знака, первое уменьшает T_c за счет затухания гриновской функции, зависит от концентрации дефектов как $\delta \sim n^t$, где $t = (1/1+s)$, и меняется в пределах $1/2 < t < 1$. Второе слагаемое сдерживает это уменьшение и линейно по n. Андерсоновская компенсация не имеет места, происходит монотонное уменьшение T_c с ростом n по нелинейному закону. На ветви решений, для которой $X(a=0) = 1$, при достижении экстремального $\delta_c = (s+1)^{-1/s}\pi T_0$ получаем $X(\delta_c) = 0$ и $T_c = 0$. При дальнейшем увеличении $a > a_c$ имеем тождественный нуль. Заметим, что реально всегда существует конкурирующие со сверхпроводимостью процессы (диэлектризация, магнитное упорядочение и другие). Мы рассматриваем здесь только механизмы действия упругого рассеяния на хаотически распределенных примесях, поэтому данный вывод позволяет определить характер поведения T_c до вступления конкурирующих процессов. Отметим также, что в известной степени рассмотренный случай является аналогом той ситуации в теории БКШ, когда ПС в двух каналах одинаковы (здесь функции распределения ПС одинаковы). В теории БКШ это приводит к андерсоновской компенсации, а здесь — к возможности понижения T_c до нуля.

4. Другой случай — исходная зона без сингулярности, но в сверхпроводящем канале особенность возникает. Это может быть следствием предельно резкой анизотропии g, обеспечивающей образование пар в пространстве пониженной размерности. В частности, такое предположение лежит в основе модели Лоуренса–Дониака [9]. В таком случае γ и δ линейны по n, $\delta = \pi N_0\gamma$, $(X+a)^{r+1} - K_{r0}a = X$. Решение зависит от величины K_{r0}, W — величина порядка ширины зоны проводимости, для ВТСП ε_F составляет величину порядка десятых долей eV. Поскольку типичная ситуация — полузаполненность зоны, W того же порядка, и отношение $(W/2\pi T_0) \sim 10$ при $T_0 = 100\,\mathrm{K}$. Тогда, например, при $r = 1/2$ $(W/2\pi T_0)^r \approx 3$. Поэтому в зависимости от отношения N/N_0 K_{r0} может быть в принципе как больше, так и меньше единицы. Например, некоторое повышение N_0 можно ожидать для протяженных дефектов, которые достаточно типичны для ВТСП [10].

При $K_{r0} > 1$ существует решение $X \approx 1 + a \times [K_{r0} - (1+r)]/r$, для которого T_c растет с увеличением концентрации примесей по линейному закону. Как и в теории БКШ, это типичная ситуация, когда ПС в сверхпроводящем канале превышает ПС в примесном. Для $K_{r0} < 1$ имеем другое решение $X \approx 1 - (1+r/r)(\delta/\pi T_0) + (K_{r0}/r)(\delta/\pi T_0)$. Понижение T_c также линейно по n в окрестности T_0. Однако при больших δ в отличие от случая, рассмотренного в разделе **2**, T_c не доходит до нуля. Примеси разрушают сверхпроводимость. Предельное значение $X_{\min} = (1+r)^{-1/r}\left[1 - (r/r+1)(1-k_{r0})^{-1}\right]$ достигается при критическом затухании $a_c = r(1+r)^{-(1+r)/r}(1-K_{r0})^{-1}$.

5. В общем случае вблизи T_0

$$(\Delta T/T_0) = (1+r/r)(\delta/\pi T_0) - (K_{rs}/r)(\delta/\pi T_0)^{s+1}. \quad (8)$$

Как и в разделе **2**, первое слагаемое нелинейное, оно пропорционально n^t с $t = 1/(1+s)$, но коэффициент пропорциональности несколько больше, так как $r < s$. Второе слагаемое $\sim n$, коэффициент того же порядка. Однако, как и в разделе **3**, здесь также существует δ_c, при котором сверхпроводимость исчезает: $\delta_c \approx r(r+1)^{-p}(\pi T_0)$, $X_{\min} \approx (1+r)^{-p}$, $p = (1+r)/r$. Таким образом, при малых δ решение X всегда убывающее от единицы до $X_{\min}$. Так, при $r = 1/4$ $X_{\min} = 0.75$, а при $r = 1/6$ $X_{\min} = 0.84$. Отметим, что понижение T_c с ростом концентрации дефектов не означает, что рассматриваемая модель превращается в низкотемпературный сверхпроводник, описываемый моделью БКШ. Наличие сингулярностей проявляется и при низких температурах.

6. Скейлинговский вид ПФ является попыткой описания локальных топологических свойств ПФ, поскольку, по-видимому, трудно ожидать, что εk таких сложных по структуре веществ, как ВТСП, можно описать единым аналитическим выражением. При этом важным является не только само наличие плоских и цилиндрических участков, но насколько они устойчивы при изменении энергии (малость $\mathbf{v}_k = d\varepsilon_k/d\mathbf{k}$ и высших производных). Источником сингулярности может быть отклонение от параболичности ε_k в окрестности особой точки (область перегиба), лежащей вблизи ПФ, $\varepsilon_k \sim |\mathbf{k}|^m \operatorname{sing}\xi$ ($\mathbf{k}$ отсчитывается от особой точки), тогда $s = (m-d)/m$, d — размерность участка. Возможно обобщение косинусной дисперсии плоских участков, содержащей квадратичную седловую точку с логарифмической особенностью в ПС, на седловые точки более сильного типа $\xi_k \sim \pm\left(k_x^m - k_y^m\right)$.

Связь скейлинговских ПС с ε_k дает возможность связать также r и s. Для расчета взвешенных ПС (4) с различными $f(\mathbf{k})$ необходимо на промежуточном этапе знать вид ε_k. Приведем результат для частного случая $d = 2$ и достаточно типичного вида [1,2] зависимости $\Delta = \Delta_0 \sin(2\varphi)$, где φ — угол, отсчитываемый от линии, соединяющей центр волны Бриллюэна и особую точку K_0. Будем считать, что точка K_0 близка к границе зоны Бриллюэна, $K_0 a \sim 1$, a порядка постоянной решетки. Тогда в (4) $f = \sin^2(2\varphi)$ и интеграл дает

$$N(\xi) = N_s\Big[\sin^2(2\varphi)|W/\xi|^s + (8\pi/2^s)\cos^2(2\varphi)|W/\xi|^{2s-1}\Big]. \tag{9}$$

Если линия нулей точно попадает на особую точку, то $\varphi = 0$ и $r = 2s - 1$. Тогда $r > 0$ только при $s > 1/2$. Аналогичный расчет для $d = 3$ дает $r = 5s/3 - 2/3$.

Таким образом, достаточно простая картина в теории БКШ, когда для незахлопывающейся щели имеет место андерсоновская компенсация, а для захлопывающейся T_c линейно уменьшается с концентрацией дефектов, в рассмотренной модели усложняется тем обстоятельством, что компенсации вообще не происходит. Эта модель оказывается более чувствительной ко всякого рода отклонениям от оптимального состояния [8]. При этом даже в рамках лестничного приближения, справедливого при не очень большой концентрации, проявляется тенденция к нелинейности вклада. Отличие формул для открытой и захлопывающейся Δ вблизи T_c не слишком велико (в численных коэффициентах). Однако дальнейшее поведение T_c существенно различается. Качественно можно сказать, что наличие незахлопывающейся щели допускает более сильное уменьшение T_c с сохранением сверхпроводящего состояния, а при захлопывающейся Δ это состояние быстро разрушается. В рамках данной модели существование линейной зависимости T_c от n свидетельствует о наличии предельной анизотропии g.

Список литературы

[1] А.В. Крашенинников, Л.А. Опенов, В.Ф. Елесин. Письма в ЖЭТФ **62**, *1*, 53 (1995).

[2] М.В. Еремин, И.А. Ларионов. Письма в ЖЭТФ **62**, *3*, 192 (1995).

[3] Н.В. Щедрина, М.И. Щедрин. ФТТ **37**, *8*, 2238 (1995).

[4] А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике. ГИФМЛ, М. (1963). 443 с.

[5] Н.В. Щедрина, М.И. Щедрин. ФТТ **36**, *10*, 3079 (1994).

[6] В.Н. Антонов, Вл.Н. Антонов, В.Т. Барьяхтар и др. ЖЭТФ **96**, *2*, 732 (1989).

[7] C.C. Tsuei, C.C. Chi, L.M. Newns et al. Phys. Rev. Lett. **69**, 2134 (1992).

[8] Н.В. Щедрина, М.И. Щедрин. ФТТ **36**, *8*, 2201 (1994).

[9] Л.Н. Булаевский, В.Л. Гинзбург, А.А. Собянин. ЖЭТФ **94**, *7*, 335 (1988).

[10] O. Eibl, H.E. Hoenig et al. Physica **C 172**, *3–4*, 373 (1990).