

## Экранирование упругого поля в ансамбле дислокаций

© Г.Ф. Сарафанов

Нижегородский государственный педагогический университет,  
603600 Нижний Новгород, Россия

(Поступила в Редакцию 12 февраля 1997 г.)

На основе сформулированной системы уравнений самосогласованного поля для дислокационного ансамбля исследован эффект экранирования упругого поля винтовых дислокаций. Получены выражения для эффективного потенциала взаимодействия дислокаций, радиуса экранирования и средней энергии упругого поля, обусловленной корреляционным взаимодействием дислокаций. В слабонеоднородном случае построено выражение для корреляционного дислокационного потока.

Наблюдаемое на опыте большое разнообразие деформационных структур [1–3], их иерархия и особенности возникновения указывают на коллективный характер поведения дислокаций и других дефектов кристаллической решетки в процессе пластической деформации кристаллов [4,5]. Исследования, проведенные в рамках кинетического описания, позволили получить и проанализировать некоторые характерные типы дислокационных структур, проследить этапы их эволюции (см., например, [4–6]). Однако остаются вопросы, связанные с некоторыми особенностями самосогласованного описания динамики дислокационного ансамбля, в том числе с недостаточным учетом роли поляризационных эффектов в эволюции дислокационного ансамбля. Между тем существование "зарядовой" характеристики дислокаций (вектора Бюргерса) обуславливает развитие в дислокационном ансамбле явлений, характерных для системы заряженных частиц, например экранирования упругого поля дислокаций [3]. Как известно из физики плазмоподобных сред, экранирование дальнедействующего поля приводит к эффективному (корреляционному) взаимодействию порождающих это поле частиц [7], что обуславливает в некоторых случаях расслоение однородного состояния системы и возникновение структур [8,9].

Некоторые результаты, связанные с этим вопросом применительно к дислокационным ансамблям, содержатся в работах [10–12], где на основании эвристических соображений относительно радиуса корреляции дислокаций и феноменологически заданного корреляционного потока  $\mathbf{J} \sim D_1 \nabla \rho + D_2 \nabla^3 \rho$  предсказано развитие неоднородной структуры для плотности дислокаций  $\rho$ . К сожалению, последовательный математический анализ корреляционного взаимодействия дислокаций отсутствует, что не позволяет судить о точности полученных в [10–12] результатов.

В связи с этим в настоящей работе на основе предлагаемой модели самосогласованной динамики дислокационного ансамбля исследуется эффект экранирования упругого поля винтовых дислокаций, а также рассматриваются особенности их корреляционного взаимодействия и эволюционной динамики.

### 1. Уравнения самосогласованного поля

Задача теоретического исследования динамики дислокационного ансамбля может быть сформулирована на основе системы нелинейных эволюционных уравнений для плотности непрерывно распределенных дислокаций  $\rho_a(\mathbf{r}, t)$ . Эволюционные уравнения являются следствием закона сохранения вектора Бюргерса системы дислокаций в кристалле и имеют вид [4–6]

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \text{div} \rho_a \mathbf{v}_a = F_a(\rho_1, \rho_2, \dots). \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{v}_a(\mathbf{r}, t)$  — средняя скорость скольжения дислокаций,  $a$  — индекс, различающий дислокации по принадлежности к определенной системе скольжения и возможному направлению вектора Бюргерса дислокации  $\mathbf{b}$  по отношению к  $\mathbf{l}$  ( $\mathbf{l}$  — единичный вектор, касательный к линии дислокации), нелинейные функции  $F_a(\rho_1, \rho_2, \dots)$  описывают изменение плотности дислокаций в процессе размножения и локального взаимодействия дислокаций.

В условиях квазистатического режима деформирования кристалла движение дислокаций носит сугубо диссипативный характер [13], поэтому при их квазивязком скольжении имеем [4,12]

$$\mathbf{v}_a(\mathbf{r}, t) = \mathbf{V}_a + \hat{M}^a \mathbf{f}_a(\mathbf{r}, t). \quad (2)$$

Здесь  $\mathbf{V}_a$  — постоянная составляющая скорости дислокаций (дрейфовая скорость), обусловленная напряжением течения  $\sigma_{\text{ext}}$  в плоскости скольжения ( $V_a = M_{\parallel}^a b_a \sigma_{\text{ext}}$ ),  $\mathbf{f}_a$  — сила, действующая на единицу длины дислокации со стороны системы дислокационных зарядов,  $\hat{M}^a$  — тензор подвижности дислокаций, который имеет отличные от нуля диагональные компоненты  $M_{\parallel}^a$  и  $M_{\perp}^a$ , характеризующие соответственно подвижность дислокаций в плоскости скольжения и в плоскости их поперечного скольжения. При этом обычно  $M_{\parallel}^a \gg M_{\perp}^a$  [2,3].

Уравнения (1), (2) сформулированы в приближении, когда радиус кривизны  $R_c$  дислокационных линий значительно превышает среднее расстояние  $\bar{r} = \rho_0^{-1/2}$  между дислокациями ( $\rho_0$  — средняя плотность дислокаций). В

рамках этого приближения дислокации можно считать в целом прямолинейными, а полный дислокационный ансамбль при исследовании его эволюции можно разбить на подансамбли, каждый из которых представляет собой систему параллельных дислокационных линий. Ограничимся далее анализом поведения одного из таких ансамблей.

Рассмотрим упругое взаимодействие дислокаций. Энергия такого взаимодействия (отнесенная к единице длины) двух параллельных дислокаций с векторами Бюргера  $\mathbf{b}_a$  и  $\mathbf{b}_c$  дается выражением [14]

$$W_{ac}(\mathbf{r}) = \frac{G(\mathbf{b}_a \cdot \mathbf{l})(\mathbf{b}_c \cdot \mathbf{l})}{2\pi} \ln \frac{r_0}{r} + \frac{G([\mathbf{b}_a \times \mathbf{l}][\mathbf{b}_c \times \mathbf{l}])}{2\pi(1-\nu)} \ln \frac{r_0}{r} - \frac{G([\mathbf{b}_a \times \mathbf{l}] \cdot \mathbf{r})([\mathbf{b}_c \times \mathbf{l}] \cdot \mathbf{r})}{2\pi(1-\nu)r^2},$$

где  $r$  — расстояние между дислокациями ( $\mathbf{r} \perp \mathbf{l}$ ),  $G$  — модуль сдвига,  $\nu$  — коэффициент Пуассона,  $r_0$  — радиус ядра дислокации ( $r_0 \sim b \sim a$ ,  $a$  — период кристаллической решетки).

Из выражения для  $W_{ac}$  следует, что краевые дислокации ( $\mathbf{b} \perp \mathbf{l}$ ) с винтовыми ( $\mathbf{b} \parallel \mathbf{l}$ ) не взаимодействуют. Поэтому далее для определенности будем рассматривать ансамбль дислокаций с чисто винтовой ориентацией вектора Бюргера. В этом случае энергия взаимодействия  $W_{ac}$  принимает вид

$$W_{ac}(\mathbf{r}) = b_a \varphi_c(\mathbf{r}), \quad \varphi_c(\mathbf{r}) = -\frac{Gb_c}{2\pi} \ln \frac{r}{r_0},$$

где  $\varphi_c(\mathbf{r})$  — потенциал поля напряжения отдельной винтовой дислокации.

Тогда силу  $\mathbf{f}_a$  можно представить в виде

$$\mathbf{f}_a(\mathbf{r}, t) = -b_a \nabla \varphi(\mathbf{r}, t), \quad (3)$$

где

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = -\sum_a \int \rho_a(\mathbf{r}', t) \frac{Gb_a}{2\pi} \ln \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{r_0} d\mathbf{r}'.$$

Примем во внимание, что на плоскости  $\Delta \ln(r/r_0) = 2\pi\delta(\mathbf{r})$  ( $\Delta$  — двумерный лапласиан,  $\delta(\mathbf{r})$  — дельта-функция) [15]. Тогда, учитывая свойства  $\delta(\mathbf{r})$ , вместо интегрального уравнения для  $\varphi(\mathbf{r}, t)$  имеем

$$\Delta \varphi(\mathbf{r}, t) = -G \sum_a b_a \rho_a(\mathbf{r}, t). \quad (4)$$

Как видно, потенциал  $\varphi(\mathbf{r}, t)$  упругого поля дислокаций описывается двумерным уравнением Пуассона, что выглядит вполне естественным с учетом кулоновского характера взаимодействия винтовых дислокаций.

Полученная система уравнений (1)–(4) представляет собой совокупность уравнений самосогласованного поля для ансамбля параллельных винтовых дислокаций и является полной при задании соответствующей локальной динамики дислокаций. Данная система допускает

стационарное однородное решение  $\rho_a = \rho_{0a}$ , определяемое из условия  $F_a(\rho_1, \rho_2, \dots) = 0$ . Суммарный дислокационный заряд дислокационного ансамбля в этом случае в силу закона сохранения вектора Бюргера равен нулю. Поэтому равно нулю и его среднее значение

$$\sum_a b_a \rho_{0a} = 0. \quad (5)$$

Уравнение (5) является условием нейтральности дислокационного ансамбля относительно его дислокационного заряда.

В этой ситуации, как было отмечено [3,16], должно иметь место "обрезание" упругого поля дислокаций. Поле напряжений отдельной дислокации экранируется равномерно распределенным дислокационным "фоном" и характеризуется некоторым эффективным потенциалом  $\varphi^{\text{eff}}(\mathbf{r})$ .

## 2. Эффективный потенциал взаимодействия дислокаций

Последовательное рассмотрение вопроса, связанного с нахождением эффективного потенциала  $\varphi^{\text{eff}}(\mathbf{r})$ , возможно в приближении "слабой неидеальности" дислокационного ансамбля (ансамбль дислокаций будем полагать идеальным в отсутствие упругого взаимодействия дислокаций). Такое приближение в физике плазмы носит название дебаевского, или приближения самосогласованного поля [7,17]. В отличие от кулоновской плазмы, где однородное равновесное распределение заряженных частиц устанавливается в результате их теплового движения (соответственно температура играет роль внешнего параметра, контролирующего процессы релаксации системы к равновесному состоянию), в данной задаче однородное состояние дислокационной системы является стационарным и сугубо неравновесным. Оно достигается силовым (в результате дрейфа дислокаций), а не диффузионным способом. Внешним параметром здесь является энергия деформации внешних (по отношению к движущимся дислокациям) сил. Среднее значение этой энергии на единицу длины дислокации приблизительно равно  $T_{\text{ext}} \simeq b\sigma_{\text{ext}}\bar{L}$  [3,16], где  $\bar{L}$  — длина свободного пробега дислокации, имеющая смысл расстояния, которое проходит дислокация до полной остановки [1,3]. Поэтому условие слабой неидеальности дислокационного ансамбля можно записать в виде

$$W = \frac{Gb^2}{2\pi} \ln \frac{\bar{r}}{r_0} \ll T_{\text{ext}}. \quad (6)$$

Оно характеризует собой малость средней энергии взаимодействия двух дислокаций на расстоянии  $\bar{r}$  по сравнению с их средней энергией деформации.

Для определения  $\varphi^{\text{eff}}(\mathbf{r})$  рассмотрим следующую конкретную ситуацию. Будем считать, что винтовые дислокации ( $\mathbf{b}_a \parallel \mathbf{l}$ ), участвующие в пластической деформации в некоторой системе скольжения  $\alpha$  вдоль оси

$Ox_\alpha$  ( $\mathbf{V}_\alpha \parallel \mathbf{e}_\alpha$ ), непрерывно распределены и характеризуются плотностями  $\rho_+(\mathbf{r}, t)$  и  $\rho_-(\mathbf{r}, t)$  (здесь  $\rho_a \equiv \rho_\pm$ ,  $b_a = \pm b$ ,  $V_a = \pm V$ ). Предположим, что данный дислокационный ансамбль находится в поле винтовой дислокации ( $\mathbf{b}_c \parallel \mathbf{l}$ ), имеющей "заряд"  $b_c \delta(\mathbf{r})$ . Введем переменные  $\rho = \sum_a \rho_a = \rho_+ + \rho_-$  и  $I = \sum_a b_a \rho_a = b(\rho_+ - \rho_-)$ , характеризующие соответственно суммарную плотность дислокаций и дислокационный заряд. Для этих переменных стационарное однородное состояние системы  $\rho_a = \rho_{0a}$  запишется в виде  $\rho = 2\rho_{0a} = \rho_0$ ,  $I = 0$ .

Рассмотрим стационарный случай ( $\partial \rho_a / \partial t = 0$ ). Тогда система линеаризованных уравнений самосогласованного поля (1)–(4), отвечающая постановке задачи на определение эффективного потенциала  $\varphi^{\text{eff}}(\mathbf{r})$ , для переменных  $\rho(\mathbf{r}, t)$  и  $I(\mathbf{r}, t)$  в приближении  $M_\perp / M_\parallel \ll 1$  будет иметь вид

$$(\mathbf{V}\nabla I) = -\frac{b}{\tau_{\text{rel}}}(\rho - \rho_0), \quad (\mathbf{V}\nabla \rho) - M_\parallel \rho_0 b \frac{\partial^2 \varphi^{\text{eff}}}{\partial x_\alpha^2} = 0, \quad (7)$$

$$\Delta \varphi^{\text{eff}} = -GI - Gb_c \delta(\mathbf{r}). \quad (8)$$

Здесь  $\mathbf{V}$  — дрейфовая скорость дислокаций в системе скольжения  $\alpha$  в направлении оси  $Ox_\alpha$ ,  $\tau_{\text{rel}} = \bar{L}/V$  — время релаксации дислокационного ансамбля к стационарному состоянию (согласно [1], величина  $\bar{L}$  фактически есть длина релаксации). То, что правые части в (7) принимают указанный вид, связано с симметрией задачи относительно знака дислокаций и с выполнением условия  $\sum_a b_a F_a = 0$ , отражающего факт сохранения вектора Бюргера при различных дислокационных реакциях и разномножении [13,14].

Перейдем в (7), (8) к Фурье-компонентам, предварительно выразив  $\rho$  из первого уравнения (7) и подставив во второе. В результате имеем

$$\tau_{\text{rel}} V^2 k_\alpha^2 I_k + M_\parallel k_\alpha^2 b^2 \varphi_k^{\text{eff}} = 0, \quad \mathbf{k}^2 \varphi_k^{\text{eff}} = GI_k = Gb_c. \quad (9)$$

Отсюда для  $\varphi_k^{\text{eff}}$  находим

$$\varphi_k^{\text{eff}} = \frac{Gb_c}{\mathbf{k}^2 + r_D^{-2}}, \quad r_D^{-2} = \frac{Gb^2}{T_{\text{ext}}} \rho_0. \quad (10)$$

Здесь  $T_{\text{ext}} = \tau_{\text{rel}} V^2 / M_\parallel = b \sigma_{\text{ext}} \bar{L}$  представляет собой энергию деформации в системе скольжения  $\alpha$ , так как  $V = M_\parallel b \sigma_{\text{ext}}$ .

Переходя в (10) к координатному представлению и используя [18], окончательно получаем

$$\varphi_c^{\text{eff}}(\mathbf{r}) = \frac{Gb_c}{(2\pi)^2} \int \frac{e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}}{\mathbf{k}^2 + r_D^{-2}} d\mathbf{k} = \frac{Gb_c}{2\pi} K_0(r/r_D). \quad (11)$$

Здесь  $K_0(r/r_D)$  — функция Макдональда нулевого порядка, которая имеет асимптотические пределы [15,18]

$$K_0(r/r_D) = \begin{cases} \sqrt{\pi r_D / 2r} e^{-r/r_D} + \dots, & r \gg r_D, \\ -\ln(r/r_D) + \dots, & r \ll r_D. \end{cases} \quad (12)$$

Из формул (11), (12) видно, что на близких расстояниях ( $r \ll r_D$ ) эффективный потенциал

$$\varphi_c^{\text{eff}}(\mathbf{r}) \simeq -\frac{Gb_c}{2\pi} \ln \frac{r}{r_0} + \frac{Gb_c}{2\pi} \ln \frac{r_D}{r_0} + \dots \quad (13)$$

сопадает с потенциалом отдельной дислокации (первое слагаемое в правой части (13)). Второе же слагаемое ( $\varphi_c = (Gb_c/2\pi) \ln(r_D/r_0)$ ) по смыслу есть потенциал, создаваемый всеми дислокациями в точке нахождения данной дислокации. Этот факт мы используем далее.

На расстояниях  $r \gg r_D$  упругое поле дислокации становится очень малым. Поэтому величину  $r_D$  можно рассматривать как радиус экранирования упругого поля дислокаций. Поскольку  $\bar{r}/r_0 \sim 10^3 - 10^4$  [2,3], энергия взаимодействия дислокаций имеет порядок  $W = (Gb^2/2\pi) \ln(\bar{r}/r_0) \sim Gb^2$ ; тогда условие (6) с учетом (10) принимает вид

$$\mu = \frac{Gb^2}{T_{\text{ext}}} = \frac{1}{\rho_0 r_D^2} = \frac{\bar{r}^2}{r_D^2} \ll 1. \quad (14)$$

Из (14) следует, что условие слабой неидеальности дислокационного ансамбля обеспечивает коллективный характер взаимодействия носителей пластической деформации, поскольку при  $\mu \ll 1$  в области взаимодействия  $r < r_D$  содержится много дислокаций.

Оценим введенный нами дислокационный параметр  $\mu = Gb/\sigma_{\text{ext}} \bar{L}$ , имеющий смысл параметра плотности. Для определения длины релаксации  $\bar{L}$  требуется задание конкретной локальной динамики дислокаций. Для наиболее типичных случаев [1,3,4,6] эту величину можно оценить как  $\bar{L} \simeq (h\rho_0)^{-1} = \bar{r}^2/h$  [6] (где  $h = Gb/4\pi\sigma_{\text{ext}}$  — радиус захвата дислокаций в дипольные конфигурации [3]). Тогда имеем  $\mu \simeq 4\pi(\bar{r}/\bar{L})^2$ . Экспериментально замечено, что  $\bar{L} \propto \bar{r}$ , причем  $\bar{L} > \bar{r}$  [1–3]. Так, для большинства изученных в [2] ОЦК-кристаллов при развитой пластической деформации выполняется соотношение  $\bar{L} \sim 5\bar{r}$ . Таким образом, величина  $\mu$  оказывается порядка или меньше единицы.

Дислокационный ансамбль в этой ситуации, строго говоря, нельзя считать "слабо неидеальным" (именно это предположение было положено в основу нашего анализа). Однако для плазмоподобных сред область применимости дебаевского приближения, как показано в [17], затягивается вплоть до значений параметра плотности  $\sim 1$ . Это объясняется самосогласованным характером дебаевского приближения. Поэтому можно ожидать, что наше рассмотрение явления экранирования упругого поля дислокаций, проводимое в рамках приближения самосогласованного поля ( $\mu \ll 1$ ), является справедливым и в области  $\mu \sim 1$ .

### 3. Корреляционные эффекты

Условие нейтральности (5) приводит к тому, что средняя энергия упругого взаимодействия дислокаций при их равномерном распределении равна нулю. Поправки

к нулевому значению возникают при учете корреляции между положениями различных дислокаций. Среднее значение энергии (на единицу длины), обусловленное корреляционным взаимодействием, может быть найдено по общей формуле [7]

$$\bar{U} = \frac{1}{2} \sum_{a,c} \rho_{0a} \rho_{0c} \iint_{S,S} W_{ac}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) f_{ac}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}', \quad (15)$$

где  $f_{ac}$  — двухчастичная функция распределения, требующая определения,  $S$  — сечение цилиндра, в котором сосредоточены дислокации.

На конечных расстояниях  $f_{ac}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  должна обеспечивать корреляцию частиц, поэтому ввиду изотропии эффективного взаимодействия дислокаций можно предположить  $f_{ac}(r) = [1 + g_{ac}(r)]$ , где  $g_{ac}$  — парная корреляционная функция. Функцию  $g_{ac}$  (следуя логике дебаевского приближения) выберем в виде

$$g_{ac}(r) = -\frac{b_a \varphi_c^{\text{eff}}(\mathbf{r})}{T_{\text{ext}}} = -\frac{Gb_a b_c}{2\pi T_{\text{ext}}} K_0\left(\frac{r}{r_D}\right). \quad (16)$$

Выражение (16) обеспечивает корреляцию дислокаций на расстоянии  $r_{\text{corr}} = r_D$ .

Для вычисления энергии  $\bar{U}$  достаточно подставить (16) в (15), поскольку ввиду условия нейтральности (5) первое слагаемое в выражении для  $f_{ac}(r)$  не вносит вклада. Переходя к интегрированию по относительным координатам двух дислокаций, с использованием [18] находим

$$\begin{aligned} \bar{U} &= \frac{S}{2} \sum_{a,c} \rho_{0a} \rho_{0c} \int_0^\infty \frac{Gb_a b_c}{2\pi} \ln \frac{r}{r_0} \frac{Gb_a b_c}{T_{\text{ext}}} \\ &\times K_0(r/r_D) r dr = N \frac{Gb^2}{4\pi} \ln \frac{r_D}{r_0}. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь  $N$  — полное число движущихся дислокаций в кристалле.

Выражение для  $\bar{U}$  можно получить и на основе несколько иных соображений. Действительно, энергия упругого взаимодействия системы дислокаций может быть записана также в виде

$$\bar{U} = \frac{S}{2} \sum_a \rho_{0a} \varphi_a, \quad (18)$$

где  $\varphi_a = (Gb_a/2\pi) \ln(r_D/r_0)$  — потенциал поля, действующего на дислокацию с вектором Бюргера  $\mathbf{b}_a$  со стороны остальных дислокаций, фигурирующих в [13]. Производя суммирование в (18), получаем выражение (17).

В расчете на две дислокации энергия корреляционного взаимодействия, как следует из (17), равна  $W_{\text{corr}} = (Gb^2/2\pi) \ln(r_D/r_0)$ . Сравнивая это выражение с энергией упругого взаимодействия двух дислокаций  $W_{ac} = -(Gb_a b_c/2\pi) \ln(\bar{r}/r_0)$ , нетрудно заметить, что, во-первых,  $W_{\text{corr}} \sim |W_{ac}|$ ; во-вторых, корреляционное

взаимодействие обеспечивает эффективное притяжение дислокаций независимо от направления их векторов Бюргера.

Рассмотрим теперь слабонеоднородный случай ( $r_D \ll L_c$ ,  $L_c$  — характерный масштаб неоднородного распределения дислокаций). Это приводит к появлению в системе эволюционных уравнений дополнительного корреляционного потока [7,19,20], который с учетом специфики данной задачи имеет вид

$$\mathbf{J}_a(r) = -\hat{M} \rho_a(\mathbf{r}) \sum_c \int \rho_c(\mathbf{r}') g_{ac}(|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|) \frac{\partial W_{ac}(|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|)}{\partial \mathbf{r}} d\mathbf{r}'. \quad (19)$$

Раскладывая функцию  $\rho_c(\mathbf{r}')$  в ряд Тейлора по степеням  $\mathbf{r}' - \mathbf{r}$ , с учетом свойств подынтегральных функций получаем

$$\mathbf{J}_a(r) = \hat{M} \rho_a(\mathbf{r}) (A_1 + \Delta A_2 + \dots) \nabla \rho(\mathbf{r}), \quad (20)$$

где  $\rho(r) = \sum_a \rho_a(\mathbf{r})$  — суммарная плотность дислокаций,

$$A_1 = \frac{G^2 b^4}{4\pi T_{\text{ext}}} \int_0^\infty r K_0(r/r_D) dr = \frac{G^2 b^4 r_D^2}{4\pi T_{\text{ext}}} = \frac{Gb^2}{4\pi \rho_0}, \quad (21)$$

$$A_2 = \frac{G^2 b^4}{32\pi T_{\text{ext}}} \int_0^\infty r^3 K_0(r/r_D) dr = \frac{G^2 b^4 r_D^4}{8\pi T_{\text{ext}}} = \frac{Gb^2 r_D^2}{8\pi \rho_0}. \quad (22)$$

Интересно отметить, что выражения  $A_1$  и  $A_2$  совпадают по форме с аналогичными выражениями, полученными в [11] на основе эвристических рассуждений. Разница состоит в том, что в [11] вместо радиуса экранирования  $r_D$  фигурирует интуитивно заданный радиус обрезания поля  $r_c = K \rho_0^{-1/2}$  ( $K$  — неизвестная константа).

Поток (20) имеет вид потока Кана–Хильярда [21], известного в теории расслоения фаз для систем типа ”порядок–беспорядок”. При подстановке (20) в (1) эволюционные уравнения принимают вид системы уравнений Гинзбурга–Ландау, которая является одной из основных в исследовании нелинейных неравновесных сред [22,23].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 96-02-18185).

## Список литературы

- [1] Б.И. Смирнов. Дислокационная структура и упрочнение кристаллов. Л. (1981). 275 с.
- [2] В.И. Трефилов, В.Ф. Моисеев, Э.П. Печковский, И.Д. Горная, А.Д. Васильев. Деформационное упрочнение и разрушение поликристаллических материалов. Киев (1987). 245 с.
- [3] В.И. Владимиров. Физическая теория пластичности и прочности. Л. (1975). 152 с.
- [4] Г.А. Малыгин. ФТТ **37**, 1, 3 (1995).
- [5] D. Walgraef, E.C. Aifantis. J. Appl. Phys. **58**, 2, 668 (1985).

- [6] И.Л. Максимов, Г.Ф. Сарафанов. Письма в ЖЭТФ **61**, 5, 405 (1995).
- [7] Ю.Л. Климонтович. Статистическая физика. М. (1982). 608 с.
- [8] В.И. Таланов. Нелинейные волны. М. (1983). С. 47–56.
- [9] G.F. Sarafanov, E.A. Mareev. Proc. of 25th Gen. Ass. of URSI. Lille (1996). P. 207.
- [10] D.L. Holt. J. Appl. Phys. **41**, 3197 (1970).
- [11] Ш.Х. Ханнанов. ФММ, *10*, 34 (1992).
- [12] Ш.Х. Ханнанов. ФММ **78**, 2, 31 (1994).
- [13] А.М. Косевич. Дислокации в теории упругости. Киев (1978). 220 с.
- [14] Дж. Хирт, И. Лоте. Теория дислокаций. М. (1972). 599 с.
- [15] В.С. Владимиров. Уравнения математической физики. М. (1971). 512 с.
- [16] А. Коттрел. Теория дислокаций. М. (1969). 53 с.
- [17] Л.П. Кудрин. Статистическая физика плазмы. М. (1982). 496 с.
- [18] И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М. (1971). 1108 с.
- [19] Н.В. Бриллиантов, Н.В. Квяткевич. ФТТ **31**, 12, 62 (1989).
- [20] В.Н. Тимошкин. ФТТ **35**, 12, 3274 (1993).
- [21] J.W. Cahn. Trans. Metall. Soc. AIME **242**, 166 (1968).
- [22] Г. Хакен. Синергетика. М. (1980). 406 с.
- [23] Г. Николис, И. Пригожин. Самоорганизация в неравновесных системах. М. (1979). 512 с.