Средняя скорость доменных границ в случайно-неоднородных магнетиках

© С.И. Денисов

Сумский государственный университет,
244007 Сумы, Украина

(Поступила в Редакцию 30 июля 1996 г.
В окончательной редакции 23 декабря 1996 г.)

1. Одной из наиболее важных динамических характеристик доменных границ (ДГ), движущихся в случайно-неоднородном одноосном магнетике под действием постоянного магнитного поля H, направленного вдоль оси анизотропии, является средняя скорость V. Обычно величина V находится путем решения соответствующего стохастического уравнения движения методом усреднения (см., например, [1–3]). Однако такой подход, основанный на разложении членов исходного уравнения движения по степеням разности между точным и усредненным по неоднородностям среды решениями, не является последовательным, поскольку при больших временах дисперсии этой разности, как правило, расходится.

В данной работе развит новый подход к решению проблемы средней скорости движения ДГ в сильно диссипативных случайно-неоднородных магнетиках, позволяющий получить точное выражение для V. Он применим в случаях, когда стохастическое уравнение движения для мгновенной координаты ДГ $\dot{\xi}(t)$ имеет вид

$$\dot{\xi}(t) = \mu\big[H + G\big(\xi(t)\big) + F(t)\big]. \qquad (1)$$

Здесь μ — подвижность ДГ [4], $G(x)$ — однородная случайная функция, моделирующая влияние неоднородностей среды, а $F(t)$ — гауссовский белый шум с нулевым средним значением и корреляционной функцией $2\Delta\delta(t - t')$ ($\Delta \geqslant 0$ — интенсивность шума, $\delta(t)$ — δ-функция), моделирующий влияние тепловых флуктуаций среды.

Положив $H \geqslant 0$ и $\xi(0) = y$, определим среднюю скорость ДГ как $V = l/\langle T(0)\rangle$, где $T(y)$ — среднее время, которое необходимо ДГ, чтобы впервые попасть в точку с координатой $x = l$ ($l > 0$, $y \leqslant l$) при заданной реализации случайной функции $G(x)$, а угловые скобки обозначают усреднение по реализациям $G(x)$. Согласно [5], $T(y)$ удовлетворяет обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\Delta T''(y) + \mu[H + G(y)]T'(y) = -1. \qquad (2)$$

Решая его с граничными условиями $T(l) = T'(-\infty) = 0$ [6] и используя однородность случайной функции $G(x)$, получаем искомое выражение для средней скорости ДГ

$$V = \Delta\left[\int\limits_0^\infty \exp\left(-\frac{\mu H}{\Delta}z\right)\left\langle \exp\left(-\frac{\mu}{\Delta}\int\limits_0^z G(x)dx\right)\right\rangle dz\right]^{-1}. \qquad (3)$$

2. Используя (3), вычислим V в случае, когда $G(x) = H_0 r(x)$, а $r(x)$ — дискретная случайная функция, принимающая значения 1 и -1 (рис. 1, a). Пусть на интервале $(0, z)$ случайная функция $r(x)$ имеет n изменений знака в точках $x_i = s_1 + \ldots + s_i$ ($i = 1, \ldots, n$), принадлежащих неперекрывающимся бесконечно малым интервалам ds_i, а плотность вероятности $p_1(s)$ изменения знака $r(x)$ в точке x зависит только от расстояния s между этой точкой и местом предыдущего изменения знака. Тогда вероятность всех реализаций $r(x)$, которые в интервалах ds_i меняют знак, равна

$$dW_z^n = p_0(s_1)p_1(s_2)\ldots p_1(s_n)P_1(s_{n+1})ds_1\ldots ds_n. \qquad (4)$$

Здесь $s_{n+1} = z - x_n$, $p_0(s_1) = \int_{s_1}^\infty (p_1(s)/s)ds$ — плотность вероятности того, что первое изменение знака функции $r(x)$ на интервале $(0, z)$ произойдет в точке $x = s_1$, а $P_1(s_{n+1}) = \int_{n+1}^\infty p_1(s)ds$ — вероятность того, что $(n+1)$-е изменение знака $r(x)$ произойдет за пределами интервала $(0, z)$. Обозначив вероятность $\int_z^\infty p_0(s)ds$ тех реализаций $r(x)$, которые на интервале $(0, z)$ не изменяют знака, как $P_0(z)$, получаем

$$\left\langle \exp\left[-\beta\int\limits_0^z r(x)dx\right]\right\rangle = P_0(z)\cos h(\beta z)$$

$$+ \sum_{n=1}^\infty \int\limits_{\Omega_z^n} \cos h\left(\beta\sum_{i=1}^{n+1}(-1)^i S_i\right)dW_z^n, \qquad (5)$$

где $\beta = \mu H_0/\Delta$, а Ω_z^n — область интегрирования, определяемая условием $x_n \leqslant z$.

Подставим теперь (5) в (3) и преобразуем с помощью δ-функции $\delta(s_1 + \ldots + s_{n+1} - z)$ n-кратный интеграл по области Ω_z^n в повторный по переменным $s_1, \ldots, s_{n+1}$,

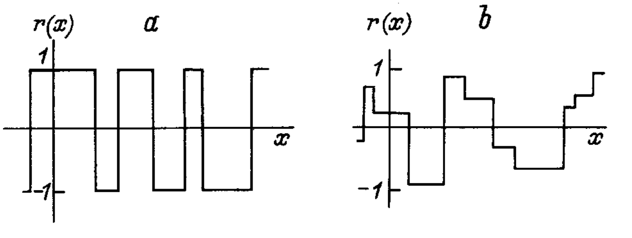

Рис. 1. Реализация дискретных случайных функций $r(x)$, принимающих значения 1 и -1 (a) и значения из интервала $(-1, 1)$ (b).

изменяющимся в пределах от нуля до бесконечности. В результате, проинтегрировав по z, введя обозначения

$$\begin{pmatrix} U_\lambda^\pm \\ u_\lambda^\pm \end{pmatrix} = \int_0^\infty e^{-x(\alpha\pm\beta)} \begin{pmatrix} P_\lambda(x) \\ p_\lambda(x) \end{pmatrix} dx \quad \lambda = 0,\, 1 \qquad (6)$$

($\alpha = \mu H/\Delta$) и просуммировав ряды, сводящиеся к бесконечной геометрической прогрессии со знаменателем $u_1^+u_1^-$, при $u_1^+u_1^- \geqslant 1$ получаем $V = 0$, а при $u_1^+u_1^- < 1$

$$V = 2\Delta\Bigg[U_0^+ + U_0^- + \frac{U_1^+u_0^- + U_1^-u_0^+ + U_1^+u_0^+u_1^- + U_1^-u_0^-u_1^+}{1 - u_1^+u_1^-}\Bigg]^{-1}. \qquad (7)$$

Отметим, что условие $u_1^+u_1^- = 1$, рассматриваемое как уравнение относительно H, определяет поле динамической коэрцитивности ДГ H_c. В частном случае, когда $p_1(s) = (1/r_c)\exp(-s/r_c)$, имеем $H_c = H_0[(1+b^2)^{1/2} - 1]/b$, $V = 0$ при $H \leqslant H_c$ и

$$V = \mu H_0\Bigg[\frac{b^2}{a^2+2a-b^2}\Bigg(\frac{1+a+b}{(a+b)^2}\ln(1+a+b) - \frac{1+a-b}{(a-b)^2}\ln(1+a-b)\Bigg) + \frac{ab}{a^2-b^2}\Bigg]^{-1} \qquad (8)$$

($a = \alpha r_c$, $b = \beta r_c$) при $H > H_c$. Согласно (8), $V = \mu H$ при $H \gg H_c$ и $V = \mu\chi(H - H_c)$ ($\chi \geqslant 1$) при $H - H_c \ll H_c$. В пределе низких температур ($\Delta \to 0$) получаем $H_c = H_0$ и $V = \mu(H^2 - H_c^2)/H$ (кривая *1* на рис. 2). Качественно такая же зависимость V от H с $\chi \approx 2$ была получена экспериментальным путем в пленках ферритов-гранатов [7]. В случае же, когда $r_c \to 0$, $H_0 \to \infty$, а $H_0^2 r_c = \text{const}$, отвечающем δ-коррелированной $G(x)$, формула (8) дает известный результат [8,9] $V = \mu(H - H_c)$ (кривая *2* на рис. 2).

3. Пусть теперь $r(x)$ — дискретная случайная функция с непрерывной областью значений $(-1,\, 1)$ (рис. 1, *b*). Если плотность вероятности $p_1(s)$ скачка случайной функции $r(x)$ зависит только от расстояния s до предыдущего скачка, а плотность вероятности $w(r)$ того, что $r(x_i + 0) = r$ (x_i — координаты скачков $r(x)$ на интервале $(0,\, z)$), зависит только от r, то, поступая как в предыдущем разделе, находим

$$V = \frac{\Delta(1 - g_1)}{G_0(1 - g_1) + G_1 g_0} \qquad (9)$$

при $H > H_c$ и $V = 0$ при $H \leqslant H_c$, где H_c — решение уравнения $g_1 = 1$ относительно H,

$$\begin{pmatrix} G_\lambda \\ g_\lambda \end{pmatrix} = \int_{-1}^{1}\int_0^\infty e^{-x(\alpha+\beta r)} w(r) \begin{pmatrix} P_\lambda(x) \\ p_\lambda(x) \end{pmatrix} dx dr. \qquad (10)$$

Если усреднение в (3) проводить лишь по тем реализациям $r(x)$, которые в начале координат имеют

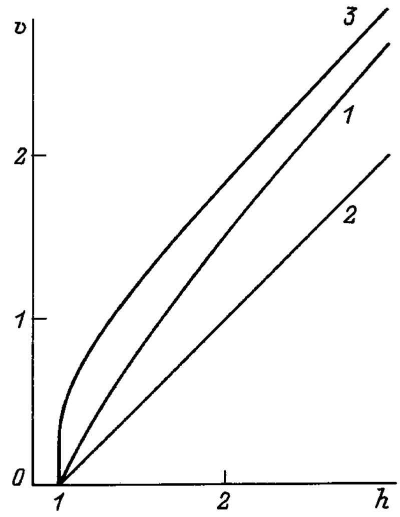

Рис. 2. Зависимости $v = V/\mu H_c$ от $h = H/H_c$, рассчитанные по формуле (8) при $\Delta = 0$ (*1*) и $r_c \to 0$, $H_0 \to \infty$, $H_0^2 r_c = \text{const}$ (*2*), а также по формуле (11) при $\Delta = 0$ (*3*).

скачок, тогда нулевые индексы в (9) следует заменить на единичные. Полагая в этом случае, что $w(r) = 1/2$ и $p_1(s) = (1/r_c)\exp(-s/r_c)$, получаем

$$V = \mu H_0\left[2\left(\ln\frac{1+a+b}{1+a-b}\right)^{-1} - \frac{1}{b}\right] \qquad (11)$$

и $H_c = H_0(\coth b - 1/b)$. В пределе низких температур, формально отвечающем случаю $r_c \to \infty$, имеем $H_c = H_0$ и $V = 2\mu H_c \ln^{-1}\big((H+H_c)/(H-H_c)\big)$ (кривая *3* на рис. 2). Подобная зависимость V от H с $\chi \gg 1$ наблюдалась, в частности, в [10].

Таким образом, для двух классов дискретных случайных функций $G(x)$, моделирующих влияние неоднородностей магнетика, найдены точные выражения для средней скорости ДГ V и поля динамической коэрцитивности H_c. Показано, что поведение V как функции внешнего магнитного поля H при $H \approx H_c$ определяется статистическими характеристиками $G(x)$, в том числе корреляционным радиусом r_c. Конечные (не равные нулю) значения r_c обусловливают наблюдаемую в эксперименте сильную зависимость V от H при $H \approx H_c$.

Список литературы

[1] А.Н. Аверкин. ФТТ **23**, *6*, 1573 (1981).
[2] М.В. Фейгельман. ЖЭТФ **85**, *5*, 1851 (1983).
[3] С.И. Денисов, И.В. Суходольский. Докл. АН УССР **6**, 59 (1991).
[4] А. Малоземов, Дж. Слонзуски. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами / Пер. с англ.; Под ред. Г.А. Смоленского, Р.В. Писарева. М. (1982). 384 с.
[5] К.В. Гардинер. Стохастические методы в естественных науках / Пер. с англ.; Под ред. Р.Л. Стратоновича. М. (1986). 528 с.

[6] S.I. Denisov. J. Magn. Mater. **147**, 406 (1995).
[7] Ф.Г. Барьяхтар, А.М. Гришин, Ю.А. Кузин, Ю.В. Мелихов, А.М. Редченко. Письма в ЖТФ **14**, *24*, 2285 (1988).
[8] B. Derrida. J. Stat. Phys. **31**, *3*, 433 (1983).
[9] J.P. Bouchaud, A. Georges. Phys. Rep. **195**, *4–5*, 124 (1990).
[10] В.С. Горнаков, В.И. Никитенко, И.А. Прудников. Письма в ЖЭТФ **55**, *1*, 44 (1992).