Физика твердого тела, 1997, том 39, № 4

О минимальной магнитоемкости экранированной $2D$-электронной системы

© *В.Б. Шикин, Ю.В. Шикина*

Институт физики твердого тела Российской академии наук,
142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

*(Поступила в Редакцию 17 мая 1996 г.
В окончательной редакции 4 ноября 1996 г.)*

Предложена теория магнитоемкости для частично экранированной $2D$-электронной системы. Исследованная модель чувствительна к разным вариантам экранирования в $2D$-электронной системе с целочисленным фактором заполнения: так называемому традиционному и самосогласованному, введенному в настоящей работе. Вычисления указывают на важность самосогласованного рассмотрения задачи о магнитоемкости $2D$-электронной системы в условиях целочисленности фактора заполнения. Конечные самосогласованные результаты находятся в качественном соответствии с имеющимися экспериментальными данными.

Один из основных вопросов в теории магнитоемкости двумерных систем связан с выяснением природы минимальной магнитоемкости. В традиционных расчетах для двухэлектродного конденсатора, одной из пластин которого является частично экранированная $2D$-электронная система (2DEG) (рис. 1, a) с идеальной плотностью состояний и нулевой температурой, минимальная магнитоемкость $C_{\min}(H)$ стремится к нулю (см., например, [1–4]). Однако более регулярное рассмотрение [5] указывает на наличие в задаче конечного вклада в минимальную емкость краевых состояний 2DEG. Аналогичное утверждение было сформулировано в экспериментальной работе [6]. Из приведенных в [6] результатов следует, что $C_{\min}(H)$ пропорциональна периметру конденсатора. Этот факт свидетельствует в пользу краевого происхождения минимальной емкости для системы, показанной на рис. 1, a.

В свою очередь краевой сценарий для $C_{\min}(H)$ не универсален. Влияние краевых электронных состояний на $C_{\min}(H)$ можно устранить, используя, например, схему, приведенную на рис. 1, b. Этот вариант электростатически эквивалентен схеме, представленной на рис. 1, a, но в нем отсутствуют края $2D$-электронной системы, ответственные за конечность $C_{\min}(H)$ в традиционной теории. Подобная ситуация была исследована экспериментально в [7] с использованием устройства, изображенного на рис. 2.

Для более четкого понимания основных емкостных результатов из [7] имеет смысл ввести несколько вспомогательных определений. Речь идет о традиционных оценках емкости системы, приведенной на рис. 2, в разных предельных случаях. Так, если фактор заполнения двумерной системы не равен целочисленному, то

$$C_{\max}^{\text{theor}} = 2\pi\varkappa / \ln(2d/w), \quad \lambda \gg d \gg w, \tag{1}$$

$$C_{\max}^{\text{theor}} = \varkappa w/d, \quad \lambda > w \gg d. \tag{1a}$$

Здесь $\varkappa$ — диэлектрическая постоянная, λ — период структуры (рис. 2), w определяет ширину металлических полосок, d — толщина спейсера между полосками и 2DEG.

Если же фактор заполнения является целым $\nu = 1, 2, \ldots$, то

$$C_{\min}^{\text{theor}} = 2\pi\varkappa / \ln(2\lambda/w), \quad \lambda \gg w. \tag{2}$$

Результаты эксперимента [7] с относительно маленькими геометрическими параметрами ($\lambda < 20\,\mu$m, $w < 10\,\mu$m, что помогает избежать традиционных для низкотемпературных измерений магнитоемкости проблем с экспоненциально малой диагональной проводимостью) качественно не совпадают с предсказаниями (2). Вместо

$$C_{\min}^{\text{exp}} \simeq C_{\min}^{\text{theor}}$$

имеем

$$C_{\max}^{\text{theor}} > C_{\min}^{\text{exp}} \gg C_{\min}^{\text{theor}}. \tag{3}$$

Эти экспериментальные результаты показывают, что даже в отсутствие концов 2DEG электронная система на холловских плато обладает конечными экранирующими свойствами.

В настоящей работе мы предлагаем модификацию традиционной теории магнитоемкости, используя результаты МакДональда и др. [8] о равновесии в пространственно неоднородных двумерных системах с фактором

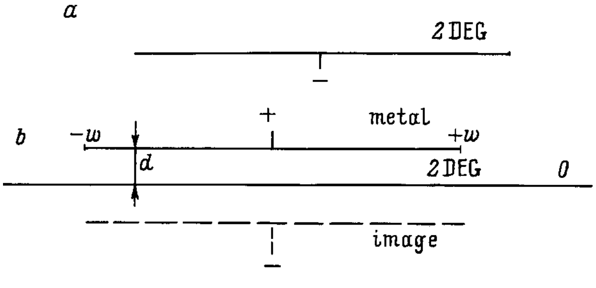

Рис. 1. a) Двухэлектродный конденсатор с резкими краями. b) Двухэлектродный конденсатор с двумерной границей, расположенной вдоль линии, не имеющей сингулярностей электрического поля; штриховой линией обозначено изображение положительного электрода относительно плоскости с нулевым потенциалом.

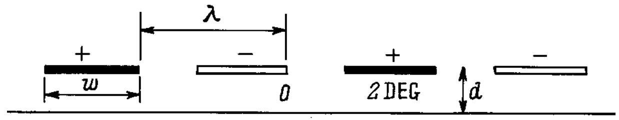

Рис. 2. Схема экспериментальной ячейки из [7]. Две одномерные алюминиевые подрешетки с шириной полосок w и периодом 2λ вложены друг в друга, так что все полоски находятся в плоскости $z = +d$, а период возникающей структуры равен λ. Решетка расположена над двумерной электронной системой, занимающей плоскость $z = 0$. Потенциалы подрешеток, одна из которых закрашена, а другая нет, равны $\pm\delta V$. 2DEG имеет нулевой потенциал. Измеряется емкость между подрешетками.

заполнения, близким к целочисленному. Эта модификация используется далее для описания $C_{\min}(H)$ в системе, показанной на рис. 1, a, как в традиционном (понятие "традиционный подход" будет уточнено далее), так и в самосогласованном приближении.

1) Рассмотрим отдельную металлическую полоску (рис. 1, b) над бесконечной 2DEG. Этот вариант может рассматриваться в качестве одного из предельных случаев схемы, приведенной на рис. 2, когда $\lambda \gg w \gg d$. Задача о магнитоемкости при этом формулируется следующим образом:

$$[e\varphi(x, z) + e\psi(x, z)]_{z=+d} = eV, \quad -w \le x \le +w, \tag{4}$$

$$[e\varphi(x, z) + e\psi(x, z)]_{z=-d} - T \ln S(H, T, \nu_{\mathrm{var}}) = 0, \quad -\infty < x < +\infty, \tag{5}$$

$$\nu_{\mathrm{var}} = \nu(x) \quad \text{или} \quad \nu_{\mathrm{var}} = \nu_*(x), \tag{5a}$$

$$2S(H, T, \nu) = \left(\frac{1}{\nu} - 1\right) + \left[\left(\frac{1}{\nu} - 1\right)^2 + 4\varepsilon\left(\frac{2}{\nu} - 1\right)\right]^{1/2},$$

$$\varepsilon = \exp(-\hbar\omega_c/T) \ll 1, \tag{5b}$$

$$\nu < 2, \tag{5c}$$

$$\nu(x) = \pi l_h^2 n(x), \quad l_h^2 = c\hbar/eH, \tag{5d}$$

$$\nu^*(x) = \pi l_h^2 \left\{ n(x) - \frac{e\langle\nu\rangle}{\hbar\omega_c}[\varphi''(x, -d) + \psi''(x, -d)] \right\}, \tag{5e}$$

$$\varphi'(x, z) = \frac{2e}{\varkappa} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} ds \frac{\delta n(s)(x - s)}{(x - s)^2 + (z + d)^2}, \tag{6}$$

$$\psi'(x, z) = \frac{2e}{\varkappa} \int\limits_{-w}^{+w} ds \frac{\delta N(s)(x - s)}{(x - s)^2 + (z - d)^2}, \tag{7}$$

$$\delta n(x) = n(x) - \langle n \rangle, \quad \delta N(x) = N(x) - \langle N \rangle. \tag{7a}$$

Два варианта $\nu(x)$ в приведенных определениях отвечают разным приближениям: традиционному и самосогласованному.

2) Традиционная картина для $C(H)$ следует из системы (4)–(7), если $\nu_{\mathrm{var}} = \nu(x)$ имеет форму (5d). Это приближение использовалось, в частности, в [5] для объяснения экспериментов [6]. Таким же способом можно рассчитать минимальную магнитоемкость и для схемы, показанной на рис. 1, a. Вопрос заключается в том, насколько корректен этот результат, что можно выяснить лишь сравнением предсказаний традиционного и самосогласованного подходов.

Основная особенность системы (4)–(7) в традиционном приближении связана с поведением комбинации $-T \ln S$. Это выражение имеет скачок ($0 \to \hbar\omega$), если $\nu \to 1$. С учетом указанного свойства можно использовать теорию возмущений для определения $\delta N(x)$ и $\delta n(x)$.

В нулевом приближении 2DEG электрически пассивна, и граничные условия (4) могут быть удовлетворены с использованием только потенциала $\psi(x, z)$ (7). В результате имеем

$$\psi_0(x, z)|_{z=+d} = V, \quad -w \le x \le +w. \tag{8}$$

Соответствующее распределение плотности $\delta N_0(x)$ равно

$$\delta N_0(x) = \frac{\varkappa V}{2 \ln 2\pi e \sqrt{w^2 - x^2}}. \tag{9}$$

Требование (5) теперь можно использовать для определения $\delta n_0(x)$

$$e\psi_0(x, z)|_{z=-d} - T \ln S(h, T, \nu_0(x)) = 0, \quad -\infty < x < +\infty. \tag{10}$$

Здесь $\psi_0(x, z)$ есть потенциал (7) с плотностью $\delta N_0(x)$ из (9), $\nu_0(x)$ есть определение (5d) с $n(x) \to \langle n_s \rangle + \delta n_0(x)$, $\delta n_0(x)$ есть нулевое приближение для электронной плотности в 2DEG. Используя (10), приходим к заключению, что если

$$\pi l_H^2 \langle n_s \rangle \to 1,$$

то

$$\delta n_0(x) \ll \delta N_0(x) \tag{11}$$

с точностью $T/\hbar\omega_c \ll 1$. Некоторое представление о таком поведении дают рис. 3, 4. Рис. 3 демонстрирует зависимости $d\psi_0(\xi, -d/w)/d\xi$, $-1 \le \xi \le +1$, для разных отношений d/w. Рис. 4 иллюстрирует реакцию (10)

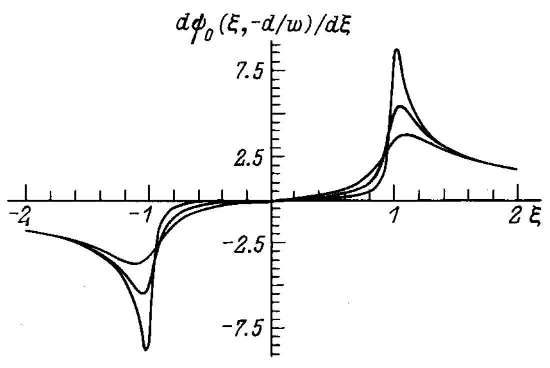

Рис. 3. Поведение $d\psi_0(\xi, -d/w)/d\xi$, $-1 \le \xi \le +1$, $\xi = x/w$ с ψ_0 из (7) и δN_0 из (9) для $eV/\hbar\omega_c = 0.5$ и значений $d/w = 0.1$ (*1*), 0.05 (*2*) и 0.02 (*3*).

2DEG на это возмущение для двух разных температур $t = T/\hbar\omega_0$. Очевидно, эта реакция резко уменьшается при стремлении $t \to 0$.

Формула (11) и рис. 4 свидетельствуют о наличии теории возмущений в традиционной постановке задачи о магнитоемкости (4)–(7). К примеру, первое приближение для $\delta N_1(x)$ следует (вместо (8)) из уравнения

$$[\psi_1(x,\, z) + \varphi_0(x,\, z)]|_{z=+d} = V, \quad -w \le x \le +w. \tag{12}$$

Здесь $\varphi_0(x,\, z)$ из (6) с $\delta n_0(x)$ из (10).

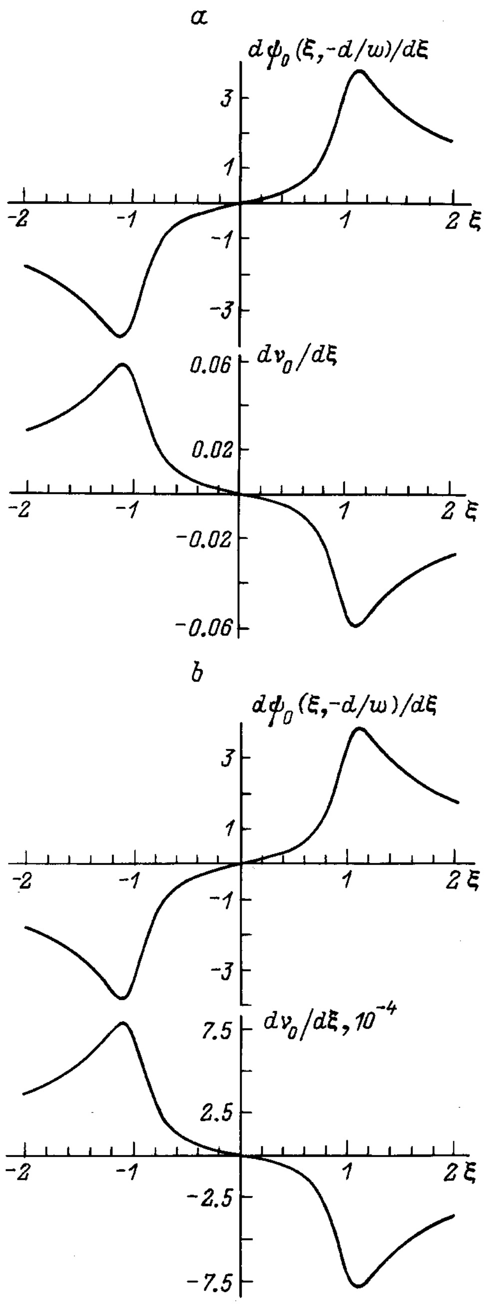

Рис. 4. Реакция плотности 2DEG $d\nu_0/d\xi$, где $\nu(x)$ из (5d) с $n(x) = \langle n\rangle + \delta n_0(x)$ и $\delta n_0(x)$ из (10), на внешнее возмущение $d\psi_0(\xi,\, -d/w)/d\xi$ с $d/w = 0.1$ и $t = 0.1$ (*a*) и 0.05 (*b*), $t = T/\hbar\omega_c$.

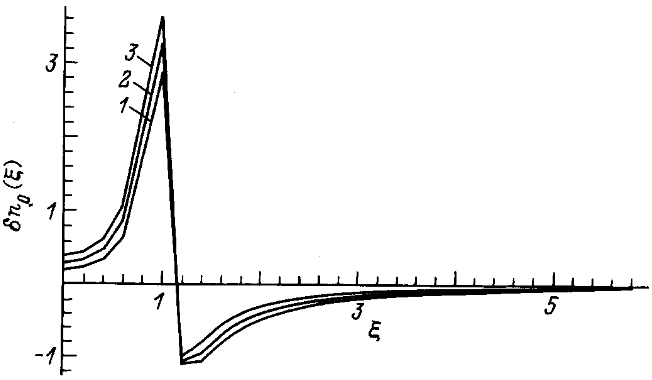

Рис. 5. α-зависимость $\delta n_0(\xi)$ (16) в самосогласованном приближении при заданном $\beta = 0.1$ и $\alpha = 0.15$ (*1*), 0.20 (*2*) и 0.25 (*3*).

Что касается минимальной магнитоемкости, то она соответствует емкости отдельной металлической полоски без всякого участия в ее формировании двумерной электронной системы.

3) Аналогичная проблема с модификацией $\nu(x)(5\mathrm{d}) \to \nu^*(x)(5\mathrm{e})$ оказывается заметно сложнее. Используя, как и выше, предположения (8), (9), приходим к следующему уравнению, аналогичному (10), с $\nu_0^*(x)$ вместо $\nu_0(x)$:

$$e\psi_0(x,\, z)|_{z=-d} - T\ln S(H,\, T,\, \nu_0^*(x)) = 0,$$

$$\nu_0^*(x) = 1 + \Delta_0(x), \quad -\infty < x < +\infty. \tag{13}$$

$$\pi l_h^2 \left\{ \delta n_0(x) - \frac{\nu}{h\omega_c}[\varphi_0''(x,\, -d) + \psi_0''(x,\, -d)] \right\} = \Delta_0(x). \tag{14}$$

Очевидно, уравнение (13) для $\nu_0^*(x)$ не может быть разрешено относительно $\delta n_0(x)$ с использованием малого параметра $T/\hbar\omega_c \ll 1$. Можно лишь найти функцию $\Delta_0(x)$, пропорциональную температуре. Но даже обращение этой функции в нуль не упрощает уравнения (14), связывающего между собой $\delta n(x)$ и $\delta N(x)$ без участия малого параметра $T/\hbar\omega_c$. В результате вместо регулярной теории возмущений для $\delta n(x)$ возникает лишь некий интерполяционный алгоритм, демонстрирующий тем не менее качественную разницу между двумя приближениями в теории магнитоемкости.

Отметим кстати, что уравнение (14) эквивалентно условию равновесия из [8] в неоднородной электронной системе с эффективным фактором заполнения, близким к целочисленному в пределе $\Delta_0(x) \to 0$, или (что то же), $T = 0$.

Формально определение (14) сводится к интегральному уравнению относительно $\delta n_0(x)$

$$\int_0^x \delta n_0(s)ds - \frac{2e\nu}{\varkappa h\omega_c}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\delta n_0(s)ds}{x-s} = f(x), \tag{15}$$

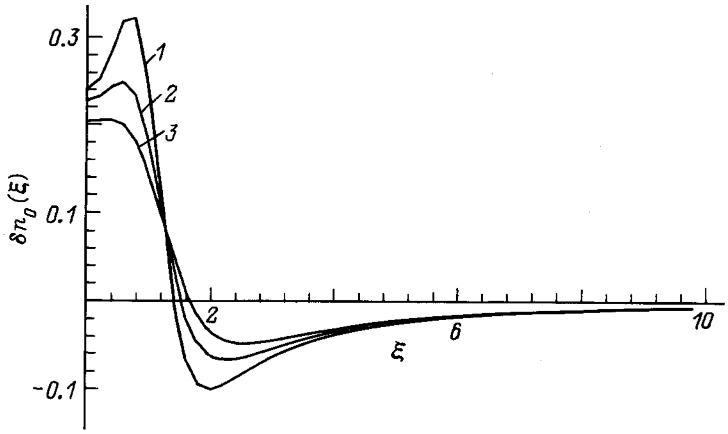

Рис. 6. β-зависимость $\delta n_0(\xi)$ (16) при фиксированном значении $\alpha = 0.1$ и $\beta = 0.65$ (*1*), 0.85 (*2*) и 1.05 (*3*).

$$f(x) = \frac{2e\nu}{\varkappa h\omega_c} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\delta N_0(s)(x-s)ds}{(x-s)^2+4d^2} + \int\limits_0^x ds\Delta_0(s)/\pi l_h^2. \tag{15a}$$

Здесь $\delta N_0(x)$ взято из (9), $\Delta_0(x)$ есть решение уравнения (13) в терминах $\delta N_0(x)$.

Некоторые численные результаты, следующие из (15), (15a) для $\delta n_0(x)$, отнесенной к $\delta N_0(0)$ в пределе $T \to 0$, представлены на рис. 5, 6. Это отношение содержит два параметра (α и β)

$$\frac{\delta n_0(\xi)}{\delta N_0(0)} = 2\pi\alpha \int\limits_0^{+\infty} \frac{pdp}{1+\alpha p} J_0(p)\exp(-\beta p)\cos(p\xi),$$

$$\alpha = e^2\nu/(\varkappa w\hbar\omega_c), \quad \beta = 2d/w, \quad \xi = x/w. \tag{16}$$

Для $m_* \simeq 0.07m_e$, $H \sim 1T$, $w \sim 6\,\mu$m и $\varkappa \sim 5$ параметр α имеет масштаб $\alpha \le 10^{-1}$. Что касается β, этот параметр для данных из [7] также порядка $\beta \ge 10^{-1}$. На рис. 5 приведена α-зависимость (16) при фиксированном значении β. На рис. 6 иллюстрирует β-зависимость отношения (16) при фиксированном α.

Полезно также вычислить некоторые типичные значения величины

$$\delta = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \delta n_0(s)ds \Big/ \int\limits_{-1}^{+1} \delta N_0(s)ds. \tag{17}$$

Если например, $\beta = 0.1$, то при $\alpha = 0.15$, $\delta = 0.174$, при $\alpha = 0.20$, $\delta = 0.23$, при $\alpha = 0.25$, $\delta = 0.29$. Приведенные числа иллюстрируют экранирующие возможности 2DEG в нулевом приближении (идеальная экранировка отвечает значению $\delta = 1$).

Таким образом, сравнение двух возможных путей в расчете $C_{\min}(H)$ демонстрирует качественную разницу этих приближений. Первый сценарий с $\nu(x)$ из (5d) отвечает диэлектризации 2DEG на холловских плато. Такой вывод следует, например, из анализа рис. 3, 4. Конечное электрическое возмущение $e\psi_0(x)$ (рис. 3) может быть компенсировано бесконечно малым возмущением $\delta n_0(x)$ (рис. 4), стремящимся к нулю в пределе нулевой температуры. Что касается $C_{\min}(H)$, то эта величина совпадает здесь с $C_{\min}^{\text{theor}}$ (2), (2a).

Самосогласованное приближение с $\nu(x)$ из (5e) менее удобно для расчетов, но более реалистично. В этом случае 2DEG обладает конечными экранирующими возможностями даже в условиях целочисленности фактора заполнения и нулевой температуры $T \to 0$ (см. рис. 5, 6 и комментарии к этим рисункам). Представленная информация недостаточна для корректного определения $C_{\min}(H)$ в самосогласованном приближении (эта проблема оказывается в основном численной). Но очевидно, что самосогласованная минимальная магнитоемкость превосходит традиционную, и, следовательно, это приближение лучше, чем традиционное, коррелирует с данными [7].

Работа частично финансирована грантом INTAS 93-933, а также грантом Российского фонда фундаментальных исследований № 95-02-06108.

Список литературы

[1] L.C. Zhao, D.A. Syphers, B.B. Goldberg, P.J. Stiles. Solid State Commun. **49**, 859 (1984).
[2] T.P. Smith, B.B. Goldberg, M. Heiblum, P.J. Stiles. Surf. Sci. **170**, 304 (1986).
[3] V. Moser, D. Weiss, K.V. Klitzing, K. Ploog, G. Weimann. Solid State Commun. **58**, 5 (1986).
[4] V. Gudmundsson, R.R. Gerhards. Phys. Rev. **B35**, 8005 (1987).
[5] V.B. Shikin, S.S. Nazin. Phys. Low-Dim. Str. **7**, 73 (1995).
[6] S. Takaoka, K. Oto, H. Kurimoto, K. Mursae, K. Gamo, S. Nishi. Phys. Rev. Lett. **72**, 3080 (1994).
[7] F.I.B. Williams, E.I. Andrei et al. Springer Series in Solid–State Sciences / Ed. F. Kuchar, H. Heinrich, G. Bauer. Springer–Ferlag, Berlin–Heidelberg (1990). V. 97. P. 192.
[8] A.H. MacDonald, T.M. Rise, W.F. Brinkman. Phys. Rev. **B28**, 3648 (1983).