

Анализ и оптимизация узлов высокочастотных секций линейных ускорителей и дефлекторов заряженных частиц с помощью эквивалентной схемы

© А.Ю. Смирнов, В.Е. Калюжный, О.В. Калюжный, О.А. Адоньев

Национальный исследовательский ядерный университет „МИФИ“ (НИЯУ МИФИ),
115409 Москва, Россия
e-mail: aysmv@yandex.ru

(Поступило в Редакцию 23 сентября 2013 г.)

На основе эквивалентной схемы проведены анализ и оптимизация узлов высокочастотных секций линейных ускорителей и дефлекторов ускоренных заряженных частиц. Эта эквивалентная схема адекватно описывает низшую ускоряющую моду, а также первую дипольную моду E -типа структур различного вида, состоящих из связанных ячеек. Получены аналитические выражения для параметров отдельных ячеек секций, при которых в секциях распространяются бегущие волны с заданным видом колебаний при заданной частоте и проведена оптимизация параметров входного и выходного трансформаторов типа волны. Приведены простые аналитические выражения для расчета комплексного коэффициента отражения секции в некотором сечении подводящего волновода. Секции могут состоять как из одинаковых ячеек, так и из ячеек, отличающихся друг от друга.

Введение

Наиболее распространенным типом замедляющей системы, используемой, как для ускорения заряженных частиц в линейных ускорителях, так и в высокочастотных сепараторах или дефлекторах ускоренных заряженных частиц, является круглый диафрагмированный волновод (КДВ) [1]. Для ускорения заряженных частиц в ускоряющих секциях возбуждается низшая ускоряющая мода, а в секциях высокочастотных дефлекторов — первая дипольная мода E -типа.

Схематически структура электромагнитного поля первой дипольной моды E -типа в КДВ с видом колебаний $2\pi/3$ показана на рис. 1, a . Там же показана структура электромагнитного поля основной ускоряющей моды с

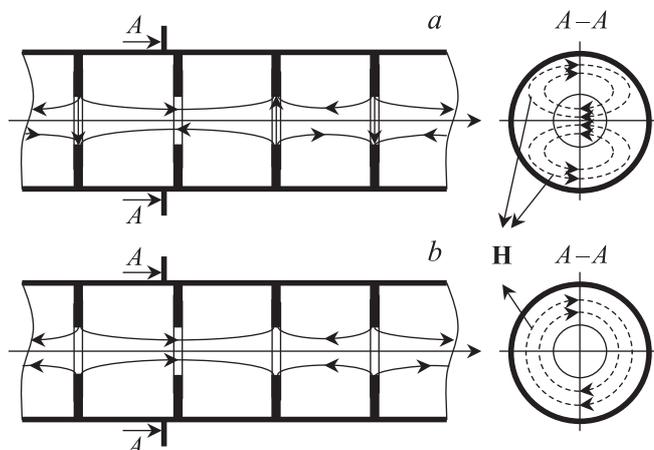


Рис. 1. Структура электромагнитного поля первой дипольной бегущей волны E -типа с видом колебаний $2\pi/3$ (a) и структура электромагнитного поля основной ускоряющей бегущей волны с тем же видом колебаний (b).

тем же видом колебаний (рис. 1, b). Основная ускоряющая мода обладает аксиальной симметрией, ее поперечная составляющая напряженности магнитного поля имеет вид окружностей и на оси КДВ равна нулю. Равна нулю на оси КДВ и поперечная составляющая напряженности электрического поля. Первая дипольная мода E -типа не обладает аксиальной симметрией, поперечная составляющая напряженности магнитного поля максимальна на оси КДВ. Отлична от нуля на оси КДВ и поперечная составляющая напряженности электрического поля. Моды с похожей структурой электромагнитного поля могут возбуждаться и в замедляющих системах другого вида. Примерами таких замедляющих систем могут служить системы, состоящие из ячеек, связанных между собой по магнитному полю с помощью узких периферийных щелей связи. Несмотря на значительные отличия в структуре электромагнитных полей этих мод, мы можем построить одну и ту же эквивалентную схему для замедляющих систем различного вида, которая будет адекватно описывать как основную ускоряющую моду, так и первую дипольную моду E -типа. Такая эквивалентная схема высокочастотной секции изображена на рис. 2.

На этом же рисунке схематически изображена секция, состоящая из N ячеек, включая два трансформатора типа волны (ТТВ) — первая ячейка является ячейкой входного ТТВ, а последняя N -я ячейка является ячейкой выходного ТТВ. Для поглощения неизрасходованной высокочастотной (ВЧ) мощности используется внешняя поглощающая нагрузка. На этом рисунке n — номер ячейки ($n = 1, 2, 3, \dots, N$). Каждая ячейка на этой эквивалентной схеме представлена контуром, в котором циркулирует контурный ток, комплексная амплитуда которого обозначена \dot{I}_n . Здесь и далее буквами с точкой сверху, например \dot{I}_n , \dot{E} и другие, будут обозначаться комплексные амплитуды величин, изменяющихся со вре-

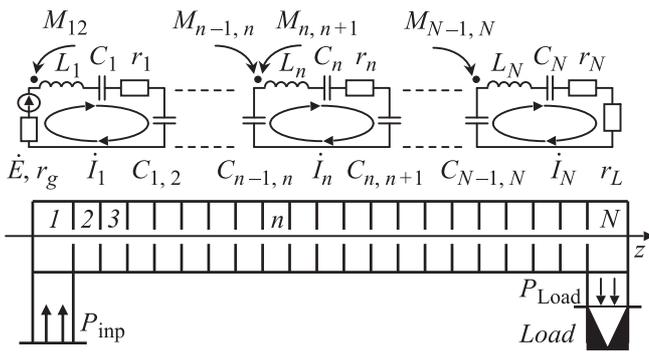


Рис. 2. Эквивалентная схема секции с двумя трансформаторами типа волны и внешней поглощающей нагрузкой в полосе частот основной ускоряющей моды и/или первой дипольной моды *E*-типа.

менем по гармоническому закону. Теми же буквами, но без точек сверху будут обозначаться амплитуды этих величин.

Каждой ячейке ставятся в соответствие следующие электротехнические элементы: C_n — продольный емкостный элемент, который отражает наличие в этой ячейке продольной компоненты напряженности электрического поля, $C_{n,n+1}$ — поперечный емкостный элемент, который отражает наличие в области пролетного канала между n -й и $(n + 1)$ -й ячейками поперечной компоненты напряженности электрического поля, L_n — продольный индуктивный элемент, который отражает наличие в n -й ячейке поперечной компоненты магнитного поля, создаваемой продольными токами в стенках этой ячейки и продольной компонентой напряженности электрического поля, $M_{n,n+1}$ — взаимная индуктивность, которая отражает наличие между n -й и $(n + 1)$ -й ячейками связи по магнитному полю, r_n — резистивный элемент, который отражает наличие высокочастотных потерь в n -й ячейке, \dot{E} — комплексная амплитуда ЭДС генератора, внесенная в контур первой ячейки, т.е. в контур ячейки входного ТТВ, $r_g = Z_{W1}$ — резистивный элемент, который представляет внесенное в контур первой ячейки волновое сопротивление подводящего волновода, которое считается равным внутреннему сопротивлению генератора, $r_L = Z_{WN}$ — резистивный элемент, который представляет внесенное в контур последней ячейки, т.е. ячейки выходного ТТВ, сопротивление нагрузки, которое считается равным волновому сопротивлению отводящего волновода. В дальнейшем будем считать, что в рассматриваемом диапазоне частот волновые сопротивления подводящего и отводящего волноводов не зависят от частоты.

Система уравнений и радиотехнические параметры ячеек

Для расчета эквивалентной схемы, приведенной на рис. 2, проще всего воспользоваться методом контур-

ных токов. При этом система уравнений относительно комплексных амплитуд контурных токов \dot{I}_n имеет вид

$$\left(r_1 + r_g + j\omega L_1 - j\frac{1}{\omega C_1} - j\frac{1}{\omega C_{12}} \right) \dot{I}_1 + \left(j\omega M_{12} + j\frac{1}{\omega C_{12}} \right) \dot{I}_2 = \dot{E}, \quad n = 1; \quad (1.1)$$

$$\left(j\omega M_{n-1,n} + j\frac{1}{\omega C_{n-1,n}} \right) \dot{I}_{n-1} + \left(r_n + j\omega L_n - j\frac{1}{\omega C_n} - j\frac{1}{\omega C_{n-1,n}} - j\frac{1}{\omega C_{n,n+1}} \right) \dot{I}_n + \left(j\omega M_{n,n+1} + j\frac{1}{\omega C_{n,n+1}} \right) \dot{I}_{n+1} = 0, \quad n = 2, 3, 4, \dots, N - 1, \quad (1.2)$$

$$\left(j\omega M_{N-1,N} + j\frac{1}{\omega C_{N-1,N}} \right) \dot{I}_{N-1} + \left(r_N + r_L + j\omega L_N - j\frac{1}{\omega C_N} - j\frac{1}{\omega C_{N-1,N}} \right) \dot{I}_N = 0, \quad n = N. \quad (1.3)$$

Здесь j — мнимая единица ($j^2 = -1$), $\omega = 2\pi f$, f — частота ЭДС генератора и соответственно частота возбуждаемого в секции электромагнитного поля.

Обозначив $C_{\Sigma 1} = (C_1^{-1} + C_{1,2}^{-1})^{-1}$, если $n = 1$, $C_{\Sigma N} = (C_N^{-1} + C_{N-1,N}^{-1})^{-1}$, если $n = N$ и $C_{\Sigma n} = (C_{n-1,n}^{-1} + C_n^{-1} + C_{n,n+1}^{-1})^{-1}$, если $n = 2, 3, 4, \dots, N - 1$, мы можем заменить электротехнические параметры ячеек их радиотехническими параметрами, которые определим следующим образом: $f_n = (2\pi\sqrt{L_n C_{\Sigma n}})^{-1}$ — частота n -й ячейки, а $\omega_n = 2\pi f_n$ — круговая частота этой ячейки, $Q_n = \omega_n L_n / r_n = (\omega_n C_{\Sigma n} r_n)^{-1} = \sqrt{L_n / C_{\Sigma n}} / r_n$ — собственная добротность n -й ячейки, $\chi_1 = r_g / r_1$ — коэффициент связи первой ячейки с подводящим волноводом, $\chi_N = r_L / r_N$ — коэффициент связи последней ячейки с отводящим волноводом, $K_n^{(E)} / 2 = \sqrt{C_{\Sigma n} C_{\Sigma n+1}} / C_{n,n+1}$ — коэффициент емкостной связи n -й и $(n + 1)$ -й ячеек, обусловленный наличием поперечной составляющей напряженности электрического поля в области пролетного канала между этими ячейками, $K_n^H / 2 = M_{n,n+1} / \sqrt{L_n L_{n+1}}$ — коэффициент индуктивной связи ячеек с номерами n и $n + 1$, обусловленный наличием поперечной составляющей напряженности магнитного поля в области пролетного канала между этими ячейками или вблизи щелей связи в стенке между этими ячейками.

Отметим, что при составлении этой эквивалентной схемы мы пренебрегли продольной составляющей напряженности магнитного поля. Однако, строго говоря, поперечная составляющая напряженности электрического поля первой дипольной моды создает продольную составляющую напряженности магнитного поля. Поэтому эквивалентную схему следует дополнить поперечными индуктивными элементами $L_{n,n+1}$, включенными параллельно поперечным емкостным элементам $C_{n,n+1}$, а

также учесть взаимные индуктивности этих поперечных индуктивных элементов. Введение двух дополнительных индуктивных параметров позволит нам в дальнейшем получить эквивалентную схему, описывающую первые дипольные моды как E -, так и H -типа. В этой работе мы ограничимся эквивалентной схемой секции только для основной ускоряющей моды и/или для первой дипольной моды E -типа.

После ввода радиотехнических параметров ячеек систему уравнений (1) можно преобразовать к следующему виду:

$$\left(1 - \frac{f^2}{f_1^2} + j \frac{f}{f_1} \frac{1 + \chi_1}{Q_1}\right) \dot{X}_1 - \left[\frac{K_1^{(E)}}{2} + \frac{K_1^{(H)}}{2} \frac{f}{f_1} \frac{f}{f_2}\right] \dot{X}_2 = j4 \sqrt{\pi f} \frac{\chi_1}{Q_1} \frac{f}{f_1} P_g \exp(j\varphi_g), \quad n = 1, \quad (2.1)$$

$$- \left[\frac{K_{n-1}^{(E)}}{2} + \frac{K_{n-1}^{(H)}}{2} \frac{f}{f_{n-1}} \frac{f}{f_n}\right] \dot{X}_{n-1} + \left(1 - \frac{f^2}{f_n^2} + j \frac{f}{f_n} \frac{1}{Q_n}\right) \dot{X}_n - \left[\frac{K_n^{(E)}}{2} + \frac{K_n^{(H)}}{2} \frac{f}{f_n} \frac{f}{f_{n+1}}\right] \dot{X}_{n+1} = 0, \quad n = 2, 3, 4, \dots, N - 1, \quad (2.2)$$

$$- \left[\frac{K_{N-1}^{(E)}}{2} + \frac{K_{N-1}^{(H)}}{2} \frac{f}{f_{N-1}} \frac{f}{f_N}\right] \dot{X}_{N-1} + \left(1 - \frac{f^2}{f_N^2} + j \frac{f}{f_N} \frac{1 + \chi_N}{Q_N}\right) \dot{X}_N = 0, \quad n = N, \quad (2.3)$$

$$P_g = \frac{1}{2} r_g \frac{E^2}{4r_g^2}, \quad E = \sqrt{8r_g P_g}. \quad (2.4)$$

Здесь $\dot{X}_n = \dot{I}_n / \sqrt{C_{\Sigma n}}$, а P_g — мощность генератора, выделяемая в согласованной с ним нагрузке, E — амплитуда ЭДС генератора, φ_g — начальная фаза ЭДС генератора, приведенная к некоторой референсной плоскости подводящего волновода. В эту систему уравнений входят только радиотехнические параметры ячеек секции и генератора, а решение этой системы уравнений не представляет труда даже для секции, содержащей сотни ячеек. При этом секция может состоять из одинаковых ячеек (однородная секция) или из ячеек, отличающихся друг от друга (неоднородная секция). Отметим, что коэффициенты емкостной связи всегда больше нуля, а коэффициенты индуктивной связи могут быть как положительными, так и отрицательными.

Чтобы раскрыть физический смысл частот ячеек и их коэффициентов емкостной и индуктивной связи, рассмотрим однородную полубесконечную секцию без потерь. В этом случае $f_n = f_c$, $Q_n = \infty$, $K_n^{(E)} = k^{(E)}$, $K_n^{(H)} = K^{(H)}$, $n = 2, 3, 4, \dots$. Пусть при частоте f в этой секции распространяется бегущая волна с видом колебаний φ , а при рабочей частоте f_{op} в ней распространяется бегущая волна с рабочим видом колебаний φ_{op} .

Будем считать, что электромагнитная волна переносит энергию в направлении возрастания номеров ячеек. Тогда $\dot{X}_n = \dot{X}_{n\pm 1} \exp(\mp j\varphi)$, а все уравнения системы (2), начиная с $n = 3$, примут вид

$$1 - \frac{f^2}{f_c^2} - \left[\frac{K^{(E)}}{2} + \frac{K^{(H)}}{2} \frac{f^2}{f_c^2}\right] \exp(\pm j\varphi) - \left[\frac{K^{(E)}}{2} + \frac{K^{(H)}}{2} \frac{f^2}{f_c^2}\right] \exp(\mp j\varphi) = 0.$$

Здесь и в дальнейшем верхний знак перед видом колебаний φ или φ_{op} соответствует положительной дисперсии у рассматриваемой моды, а нижний знак — отрицательной дисперсии. В результате получим дисперсионное соотношение

$$f = f_c \sqrt{\frac{1 - K^{(E)} \cos \varphi}{1 + K^{(H)} \cos \varphi}}, \quad f_c = f_{\pi/2} = f_{op} \sqrt{\frac{1 - K^{(H)} \cos \varphi_{op}}{1 + K^{(E)} \cos \varphi_{op}}}. \quad (3)$$

Из этого соотношения следует, что частота ячеек секции равна частоте $\pi/2$ вида колебаний рассматриваемой моды ($f_c = f_{\pi/2}$). Если $K^{(H)} > -K^{(E)}$, то дисперсия рассматриваемой моды положительна, если $K^{(H)} < -K^{(E)} < 0$, то дисперсия этой моды отрицательна, а если $K^{(H)} = -K^{(E)}$, то дисперсионная характеристика на диаграмме (f, φ) имеет нулевой наклон. Коэффициенты емкостной и индуктивной связей могут быть определены по значению частоты $\pi/2$ — вида колебаний $f_{\pi/2}$ и значениям частот f_{φ_1} и f_{φ_2} двух других видов колебаний φ_1 и φ_2 . Эти частоты могут быть рассчитаны по геометрическим размерам ячеек с использованием программ численного интегрирования уравнений Максвелла [2–4]. Выражения для величин $K^{(E)}$ и $K^{(H)}$ имеют вид

$$K^{(E)} = \frac{1 - \left(\frac{f_{\varphi_1}}{f_{\pi/2}}\right)^2 (1 + K^{(H)} \cos \varphi_1)}{\cos \varphi_1} = \frac{1 - \left(\frac{f_{\varphi_2}}{f_{\pi/2}}\right)^2 (1 + K^{(H)} \cos \varphi_2)}{\cos \varphi_2}; \quad (4.1)$$

$$K^{(H)} = \frac{\cos \varphi_1 \left[\left(\frac{f_{\varphi_2}}{f_{\pi/2}}\right)^2 - 1\right] - \cos \varphi_2 \left[\left(\frac{f_{\varphi_1}}{f_{\pi/2}}\right)^2 - 1\right]}{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \left[\left(\frac{f_{\varphi_1}}{f_{\pi/2}}\right)^2 - 1\right] \left(\frac{f_{\varphi_2}}{f_{\pi/2}}\right)^2}, \quad \varphi_1 \neq 90^\circ, \quad \varphi_2 \neq 90^\circ. \quad (4.2)$$

Если однородная бесконечная секция состоит из одинаковых ячеек с потерями, т.е. $Q_n = Q_c \neq \infty$, тогда $\dot{X}_{n-1} = \dot{X}_n \exp(\alpha D \pm j\varphi)$ и $\dot{X}_{n+1} = \dot{X}_n \exp(-\alpha D \mp j\varphi)$, где α — коэффициент затухания электромагнитного поля

в этой секции, а D — ее период. В этом случае дисперсионное соотношение состоит из двух частей и имеет вид

$$\text{ch}(\alpha D) =$$

$$= \frac{-[K^{(E)} - K^{(H)}] \cos \varphi + \sqrt{[K^{(E)} - K^{(H)}]^2 \cos^2 \varphi + 4\{Q_c^2 [K^{(E)} + K^{(H)}]^2 \sin^2 \varphi + 1\} \times \{Q_c^2 [K^{(E)} + K^{(H)}]^2 \sin^2 \varphi + K^{(E)} K^{(H)} \cos^2 \varphi\}}{2\{Q_c^2 [K^{(E)} + K^{(H)}]^2 \sin^2 \varphi + K^{(E)} K^{(H)} \cos^2 \varphi\}}, \quad (5.1)$$

$$f_c = f_{\pi/2}, \quad f = f_c \sqrt{\frac{1 - K^{(E)} \text{ch}(\alpha D) \cos \varphi}{1 + K^{(H)} \text{ch}(\alpha D) \cos \varphi}}. \quad (5.2)$$

Коэффициент отражения. Условия согласования секции при $f = f_{op}$

Выражения для комплексного нормированного входного сопротивления и комплексного коэффициента отражения секции в некоторой референсной плоскости подводящего волновода можно получить из первого уравнения системы (2), если предварительно разделить его левую и правую части на комплексную амплитуду $\dot{X}_1 = \dot{I}_1 / \sqrt{C_{\Sigma 1}}$.

Эти выражения имеют вид

$$\frac{Z_{inp}}{r_g} = \left\{ \frac{1}{\chi_1} + j Q_1 \left\{ \frac{f}{f_1} - \frac{f_1}{f} + \left[\frac{f_1 K_1^{(E)}}{f} + \frac{f K_1^{(H)}}{f_2} \right] \frac{\dot{X}_2}{\dot{X}_1} \right\} \right\}^{-1}, \quad (6)$$

$$\Gamma(f) = \frac{Z_{inp}/r_g - 1}{Z_{inp}/r_g + 1} = \frac{\chi_1 - 1 - j Q_1 \left\{ \frac{f}{f_1} - \frac{f_1}{f} \left[\frac{f_1 K_1^{(E)}}{f} + \frac{f K_1^{(H)}}{f_2} \right] \frac{\dot{X}_2}{\dot{X}_1} \right\}}{\chi_1 + 1 + j Q_1 \left\{ \frac{f}{f_1} - \frac{f_1}{f} \left[\frac{f_1 K_1^{(E)}}{f} + \frac{f K_1^{(H)}}{f_2} \right] \frac{\dot{X}_2}{\dot{X}_1} \right\}}. \quad (7)$$

Здесь $Z_{inp}/r_g = Z_{inp}/Z_{W1}$ — комплексное входное сопротивление секции, нормированное на волновое сопротивление подводящего волновода. При этом положение референсной плоскости подводящего волновода выбрано так, чтобы при $\chi_1 = 0$, $\dot{Z}_{inp} = 0$ и $\Gamma(f) = -1$. Отношение комплексных амплитуд \dot{X}_2/\dot{X}_1 можно вычислить из системы уравнений (2) при заданных параметрах всех ячеек секции и заданной частоте генератора f .

Из выражения (7) можно определить частоту первой ячейки и ее коэффициент связи с подводящим волново-

дом, при которых $\Gamma(f_{op}) = 0$

$$\left(\frac{f_1}{f_{op}} \right) = \frac{\frac{K_1^{(H)}}{2} \left(\frac{f_{op}}{f_2} \right) \text{Re} \left(\frac{\dot{X}_2}{\dot{X}_1} \right)_{op} \pm \sqrt{\left[\frac{K_1^{(H)}}{2} \left(\frac{f_{op}}{f_2} \right) \text{Re} \left(\frac{\dot{X}_2}{\dot{X}_1} \right)_{op} \right]^2 + 4 \left[1 - \frac{K_1^{(E)}}{2} \text{Re} \left(\frac{\dot{X}_2}{\dot{X}_1} \right)_{op} \right]}}{2 \left[1 - \frac{K_1^{(E)}}{2} \text{Re} \left(\frac{\dot{X}_2}{\dot{X}_1} \right)_{op} \right]}, \quad (8.1)$$

$$\chi_1 = 1 - Q_1 \left[\frac{f_1 K_1^{(E)}}{f_{op} 2} + \frac{f_{op} J_1^{(H)}}{f_2 2} \right] \text{Im} \left(\frac{\dot{X}_2}{\dot{X}_1} \right)_{op}. \quad (8.2)$$

Здесь $\text{Re}(\dot{X}_2/\dot{X}_1)_{op}$ и $\text{Im}(\dot{X}_2/\dot{X}_1)_{op}$ — действительная и мнимая части отношения комплексных амплитуд \dot{X}_2 и \dot{X}_1 , которое вычисляется при заданных параметрах всех остальных ячеек секции и частоте генератора $f = f_{op}$. Знак перед квадратным корнем в выражении (8.1) следует выбирать, исходя из физического смысла.

Оптимизация параметров ячеек входного и выходного ТТВ

Рассмотрим полубесконечную однородную секцию, состоящую из одинаковых ячеек без потерь и входного ТТВ. Будем считать, что $Q_1 \neq \infty$, $Q_2 = Q_3 = Q_4 = \dots = \infty$, $K_2^{(E)} = K_3^{(E)} = \dots = K^{(E)} \neq K_1^{(E)}$, $K_2^{(H)} = K_3^{(H)} = \dots = K^{(H)} \neq K_1^{(H)}$, а частоты всех ячеек, кроме первой ячейки, одинаковы и равны

$$f_2 = f_3 = \dots = f_c = f_{\pi/2} = f_{op} \sqrt{\frac{1 + K^{(H)} \cos \varphi_{op}}{1 - K^{(E)} \cos \varphi_{op}}} \neq f_1.$$

Пусть при частоте генератора f в секции, начиная со второй ячейки, распространяется бегущая волна с видом колебаний φ . В этом случае из системы уравнений (2) можно получить следующее выражение для отношения комплексных амплитуд \dot{X}_2/\dot{X}_1 :

$$\left(\frac{\dot{X}_2}{\dot{X}_1} \right) = \frac{[K_1^{(E)} + K_1^{(H)} \frac{f}{f_1} \frac{f}{f_c}] [1 + K^{(H)} \cos \varphi]}{K^{(H)} + K^{(E)}} \exp(\mp j \varphi). \quad (9)$$

Тогда соотношения (8.1) и (8.2) можно привести к виду

$$\left(\frac{f_1}{f_{op}} \right) = \frac{K_1^{(E)} K_1^{(H)} \cos \varphi_{op} \sqrt{[1 - K^{(E)} \cos \varphi_{op}] [1 + K^{(H)} \cos \varphi_{op}]}}{2[K^{(E)} + K^{(H)}] - [K_1^{(E)}]^2 [1 + K^{(H)} \cos \varphi_{op}] \cos \varphi_{op}} \pm \sqrt{\left\{ \frac{K_1^{(E)} K_1^{(H)} \cos \varphi_{op} \sqrt{[1 - K^{(E)} \cos \varphi_{op}] [1 + K^{(H)} \cos \varphi_{op}]}}{2[K^{(E)} + K^{(H)}] - [K_1^{(E)}]^2 [1 + K^{(H)} \cos \varphi_{op}] \cos \varphi_{op}} \right\}^2 + \frac{2[K^{(E)} + K^{(H)}] + [K_1^{(H)}]^2 [1 - K^{(E)} \cos \varphi_{op}] \cos \varphi_{op}}{2[K^{(E)} + K^{(H)}] - [K_1^{(E)}]^2 [1 + K^{(H)} \cos \varphi_{op}] \cos \varphi_{op}}}, \quad (10)$$

$$\chi_1 = 1 + Q_1 \frac{f_{op}}{f_1} \times \frac{[K_1^{(E)} \sqrt{1 + K^{(H)} \cos \varphi_{op}} \frac{f_1}{f_{op}} + K_1^{(H)} \sqrt{1 - K^{(E)} \cos \varphi_{op}}]^2 \sin \varphi_{op}}{2|K^{(E)} + K^{(H)}|} \quad (11)$$

В частных случаях, когда $K_1^{(H)} = K^{(H)} = 0$ или $K_1^{(E)} = K^{(E)} = 0$,

$$\left(\frac{f_1}{f_{op}}\right) = \left\{1 - \frac{[K_1^{(E)}]^2}{2K^{(E)}} \cos \varphi_{op}\right\}^{-1/2}$$

или

$$\left(\frac{f_1}{f_{op}}\right) = \left\{1 + \frac{[K_1^{(H)}]^2}{2K^{(H)}} \cos \varphi_{op}\right\}^{1/2},$$

а

$$\chi_1 = 1 + Q_1 \frac{\{[K_1^{(E)}]^2/[2K^{(E)}]\} \sin \varphi_{op}}{\sqrt{1 - \{[K_1^{(E)}]^2/[2K^{(E)}]\} \cos \varphi_{op}}}$$

или

$$\chi_1 = 1 + Q_1 \frac{\{[K_1^{(H)}]^2/[2K^{(H)}]\} \sin(\pm \varphi_{op})}{\sqrt{1 + \{[K_1^{(H)}]^2/[2K^{(H)}]\} \cos \varphi_{op}}}$$

Выражение для комплексного коэффициента отражения от полубесконечной однородной секции без потерь на некоторой частоте f имеет вид

$$\Gamma(f) = \chi_1 - 1 - jQ_1 \times \left\{ \frac{\frac{f}{f_1} - \frac{f_1}{f} + \frac{f}{f_1} \times \left[\frac{f_1}{f} K_1^{(E)} \sqrt{1 + K^{(H)} \cos \varphi} + K_1^{(H)} \sqrt{1 - K^{(E)} \cos \varphi} \right]^2}{2[K^{(E)} + K^{(H)}]} \exp(\mp j\varphi) \right\} = \frac{\chi_1 - 1 - jQ_1 \times \left\{ \frac{\frac{f}{f_1} - \frac{f_1}{f} + \frac{f}{f_1} \times \left[\frac{f_1}{f} K_1^{(E)} \sqrt{1 + K^{(H)} \cos \varphi} + K_1^{(H)} \sqrt{1 - K^{(E)} \cos \varphi} \right]^2}{2[K^{(E)} + K^{(H)}]} \exp(\mp j\varphi) \right\}}{\chi_1 + 1 + jQ_1 \times \left\{ \frac{\frac{f}{f_1} - \frac{f_1}{f} + \frac{f}{f_1} \times \left[\frac{f_1}{f} K_1^{(E)} \sqrt{1 + K^{(H)} \cos \varphi} + K_1^{(H)} \sqrt{1 - K^{(E)} \cos \varphi} \right]^2}{2[K^{(E)} + K^{(H)}]} \exp(\mp j\varphi) \right\}} \quad (12)$$

Здесь частота f связана с видом колебаний φ дисперсионным соотношением (3). Введем коэффициент связи первой ячейки с полубесконечной однородной секцией без потерь, которую мы можем рассматривать как линию, волновое сопротивление которой зависит от частоты в рассматриваемом диапазоне частот

$$\chi_{1,2}(f) = Q_1 \frac{f}{f_1} \times \frac{\left[\frac{f_1}{f} K_1^{(E)} \sqrt{1 + K^{(H)} \cos \varphi} + K_1^{(H)} \sqrt{1 - K^{(E)} \cos \varphi} \right]^2 \sin \varphi}{2|K^{(E)} + K^{(H)}|} \quad (13)$$

Значение частоты f_1 определяется соотношением (10).

Тогда выражения (11) и (12) можно переписать в следующем виде:

$$\chi_1 = 1 + \chi_{1,2}(f_{op}), \quad (14)$$

и

$$\Gamma(f) = \chi_1 - 1 - \chi_{1,2}(f) - jQ_1 \times \left\{ \frac{\frac{f}{f_1} - \frac{f_1}{f} + \frac{f}{f_1} \left[\frac{f_1}{f} K_1^{(E)} \sqrt{1 + K^{(H)} \cos \varphi} + K_1^{(H)} \sqrt{1 - K^{(E)} \cos \varphi} \right]^2 \cos \varphi}{2[K^{(E)} + K^{(H)}]} \right\} = \frac{\chi_1 - 1 - \chi_{1,2}(f) - jQ_1 \times \left\{ \frac{\frac{f}{f_1} - \frac{f_1}{f} + \frac{f}{f_1} \left[\frac{f_1}{f} K_1^{(E)} \sqrt{1 + K^{(H)} \cos \varphi} + K_1^{(H)} \sqrt{1 - K^{(E)} \cos \varphi} \right]^2 \cos \varphi}{2[K^{(E)} + K^{(H)}]} \right\}}{\chi_1 + 1 + \chi_{1,2}(f) + jQ_1 \times \left\{ \frac{\frac{f}{f_1} - \frac{f_1}{f} + \frac{f}{f_1} \left[\frac{f_1}{f} K_1^{(E)} \sqrt{1 + K^{(H)} \cos \varphi} + K_1^{(H)} \sqrt{1 - K^{(E)} \cos \varphi} \right]^2 \cos \varphi}{2[K^{(E)} + K^{(H)}]} \right\}} \quad (15)$$

В свою очередь выражение (15) можно представить как

$$\Gamma(f) = \frac{\chi_1 - 1 - \chi_{1,2}(f) - jQ_{1equ} \left(\frac{f}{f_{op}} - \frac{f_{op}}{f} \right)}{\chi_1 + 1 + \chi_{1,2}(f) + jQ_{1equ} \left(\frac{f}{f_{op}} - \frac{f_{op}}{f} \right)}, \quad (16)$$

где новый параметр первой ячейки Q_{1equ} имеет вид

$$Q_{1equ} = \frac{Q_1 \sqrt{[1 - K^{(E)} \cos \varphi_{op}][1 - K^{(E)} \cos \varphi] \times [1 + K^{(H)} \cos \varphi][1 + K^{(H)} \cos \varphi_{op}]}}{[K^{(E)} + K^{(H)}](\cos \varphi_{op} - \cos \varphi)} \times \left\{ \frac{f_{op} \sqrt{[1 - K^{(E)} \cos \varphi][1 + K^{(H)} \cos \varphi_{op}]}}{f_1 \sqrt{[1 - K^{(E)} \cos \varphi_{op}][1 + K^{(H)} \cos \varphi]}} - \frac{f_1 \sqrt{[1 - K^{(E)} \cos \varphi_{op}][1 + K^{(H)} \cos \varphi]}}{f_{op} \sqrt{[1 - K^{(E)} \cos \varphi][1 + K^{(H)} \cos \varphi_{op}]}} + \frac{1}{2} \frac{f_{op} \sqrt{[1 - K^{(E)} \cos \varphi][1 + K^{(H)} \cos \varphi_{op}]}}{f_1 \sqrt{[1 - K^{(E)} \cos \varphi_{op}][1 + K^{(H)} \cos \varphi]}} \times [1 - K^{(E)} \cos \varphi] \frac{1}{K^{(E)} + K^{(H)}} \times \left[\frac{f_1 \sqrt{[1 - K^{(E)} \cos \varphi_{op}][1 + K^{(H)} \cos \varphi]}}{f_{op} [1 - K^{(E)} \cos \varphi] \sqrt{[1 + K^{(H)} \cos \varphi_{op}]}} \times K_1^{(E)} + K_1^{(H)} \right]^2 \cos \varphi \right\}. \quad (17)$$

Можно показать, что параметр Q_{1equ} почти не зависит от частоты. Действительно, в двух частных случаях, когда $K^{(H)} = K_1^{(H)} = 0$ или $K^{(E)} = K_1^{(E)} = 0$,

$$Q_{1equ} = Q_1 \left\{ 1 - \frac{[K_1^{(E)}]^2}{2[K^{(E)}]^2} \right\} \left\{ 1 - \frac{[K_1^{(E)}]^2}{2K^{(E)}} \cos \varphi_{op} \right\}^{-1/2} \quad (18.1)$$

или

$$Q_{1equ} = Q_1 \left\{ 1 - \frac{[K_1^{(H)}]^2}{2[K^{(H)}]^2} \right\} \left\{ 1 + \frac{[K_1^{(H)}]^2}{2K^{(H)}} \cos \varphi_{op} \right\}^{-1/2} \quad (18.2)$$

То есть в этих частных случаях параметр \hat{Q}_1 действительно не зависит от частоты, а комплексный коэффициент отражения в этом случае имеет вид

$$\Gamma(f) = \frac{[\chi_{1,2}(f_{op}) + 1] - 1 - \chi_{1,2}(f) - jQ_{1equ} \left(\frac{f}{f_{op}} - \frac{f_{op}}{f} \right)}{[\chi_{1,2}(f_{op}) + 1] + 1 + \chi_{1,2}(f) + jQ_{1equ} \left(\frac{f}{f_{op}} - \frac{f_{op}}{f} \right)}. \quad (19)$$

Из этого выражения следует, что первую ячейку можно рассматривать, как проходной резонатор, имеющий резонансную частоту, равную f_{op} , и связанный с двумя линиями. Первая из этих линий — подводящий волновод — имеет волновое сопротивление, которое не зависит от частоты в рассматриваемой полосе частот. Соответственно и коэффициент связи первой ячейки с подводящим волноводом χ_1 не зависит от частоты. Вторая линия — полубесконечная однородная секция без потерь, волновое сопротивление которой зависит от частоты. Соответственно и коэффициент связи первой ячейки с полубесконечной однородной секцией без потерь $\chi_{1,2}(f)$ также зависит от частоты.

Параметр Q_{1equ} может принимать как положительные, так и отрицательные значения в зависимости от отношений $K_1^{(E)}/K^{(E)}$ и $K_1^{(H)}/K^{(H)}$. Если же в этих частных случаях положить $K_1^{(E)} = \sqrt{2}K^{(E)}$ или $K_1^{(H)} = \sqrt{2}K^{(H)}$, то $Q_{1equ} = 0$, и коэффициент отражения в этом случае является действительной величиной

$$\Gamma(d) = \frac{\chi_1 - 1 - \chi_{1,2}(f)}{\chi_1 + 1 + \chi_{1,2}(f)} = \frac{\chi_{1,2}(f_{op}) - \chi_{1,2}(f)}{2 + \chi_{1,2}(f_{op}) + \chi_{1,2}(f)}. \quad (20)$$

Поскольку в выражении (17) отношение f_1/f_{op} имеет достаточно сложный вид, то получить такое же простое выражение для Q_{1equ} , как выражения (18), не удастся. Однако численный анализ выражения (17) показывает, что параметр Q_{1equ} , хотя и не остается постоянным, но имеет очень слабую зависимость от частоты. А если $K_1^{(E)} = \sqrt{2}K^{(E)}$ и $K_1^{(H)} = \sqrt{2}K^{(H)}$, то $Q_{1equ} = 0$.

Определим теперь параметры последней ячейки, при которых отражение от нее отсутствует при частоте генератора $f = f_{op}$, а в отрезке однородной секции без потерь, предшествующих этой ячейке, распространяется бегущая волна с видом колебаний ε_{op} .

Эти параметры мы можем найти из последних двух уравнений системы (2), положив в них $\dot{X}_{N-2} = \dot{X}_{N-1} \exp(\pm j\varphi_{op})$. В результате получим следующие

выражения для параметров последней ячейки:

$$\frac{f_{op}}{f_N} = \frac{K_{N-1}^{(E)} K_{N-1}^{(H)} \sqrt{1 + K^{(H)} \cos \varphi_{op}} \sqrt{1 - K^{(E)} \cos \varphi_{op}} \cos \varphi_{op}}{2[K^{(E)} + K^{(H)}] - [K_{N-1}^{(H)}]^2 [1 - K^{(E)} \cos \varphi_{op}] \cos \varphi_{op}} \pm \sqrt{\left\{ \frac{K_{N-1}^{(E)} K_{N-1}^{(H)} \sqrt{1 + K^{(H)} \cos \varphi_{op}} \sqrt{1 - K^{(E)} \cos \varphi_{op}} \cos \varphi_{op}}{2[K^{(E)} + K^{(H)}] + [K_{N-1}^{(H)}]^2 [1 - K^{(E)} \cos \varphi_{op}] \cos \varphi_{op}} \right\}^2 + \frac{2[K^{(E)} + K^{(H)}] - [K_{N-1}^{(E)}]^2 [1 + K^{(H)} \cos \varphi_{op}] \cos \varphi_{op}}{2[K^{(E)} + K^{(H)}] + [K_{N-1}^{(H)}]^2 [1 - K^{(E)} \cos \varphi_{op}] \cos \varphi_{op}}}, \quad (21.1)$$

$$\varphi_{op} \neq \frac{\pi}{2}, \quad \frac{Q_N}{1 + \chi_N} = \frac{1}{\left| \left(\frac{f_{op}}{f_N} - \frac{f_N}{f_{op}} \right) \frac{\sin \varphi_{op}}{\cos \varphi_{op}} \right|};$$

$$\varphi_{op} = \frac{\pi}{2}, \quad \frac{Q_N}{1 + \chi_N} = 2 \frac{|K^{(E)} + K^{(H)}|}{[K_{N-1}^{(E)} + K_{N-1}^{(H)}]^2}. \quad (21.2)$$

$$\chi_{N,N-1}(f) =$$

$$= \frac{Q_N \left[\frac{f_N}{f} K_{N-1}^{(E)} \sqrt{1 + K^{(H)} \cos \varphi} + K_{N-1}^{(H)} \sqrt{1 - K^{(E)} \cos \varphi} \right]^2 \sin \varphi}{2 \frac{f_N}{f_{op}} |K^{(E)} + K^{(H)}|}, \quad (21.3)$$

$$\chi_N = \chi_{N,N-1}(f_{op}) - 1. \quad (21.4)$$

Импедансные характеристики однородных секций без потерь с входными и выходными ТТВ

Ниже приведены примеры расчета для двух секций, состоящих из 8 ячеек без потерь и двух ТТВ (всего 10 ячеек). Эти секции имеют регулярные части, состоящие из восьми одинаковых ячеек без потерь, но разные трансформаторы типа волны.

Для регулярной части обеих секций с использованием программ численного интегрирования уравнений Максвелла [2–4] геометрические размеры ячеек подбирались таким образом, чтобы заданному рабочему виду колебаний $\varphi_{op} = 2\pi/3$ соответствовала заданная рабочая частота $f_{op} = 2995.5950$ МГц. Затем по частотам 0-, $\pi/2$ -, $2\pi/3$ - и π -видов колебаний, которые также были рассчитаны с использованием этих программ ($f_0 = 3229.2572$, $f_{\pi/2} = 3013.4595$, $f_{2\pi/3} = 2995.5950$, $f_{\pi} = 2985.5038$ МГц) были определены частоты ячеек $f_c = f_{\pi/2} = 3013.4595$ МГц и удвоенные коэффициенты связи $K^{(E)} = 0.74574$ и $K^{(H)} = -0.77859$. Собственная добротность ячеек регулярной части секции принимается равной бесконечности ($Q_c = \infty$).

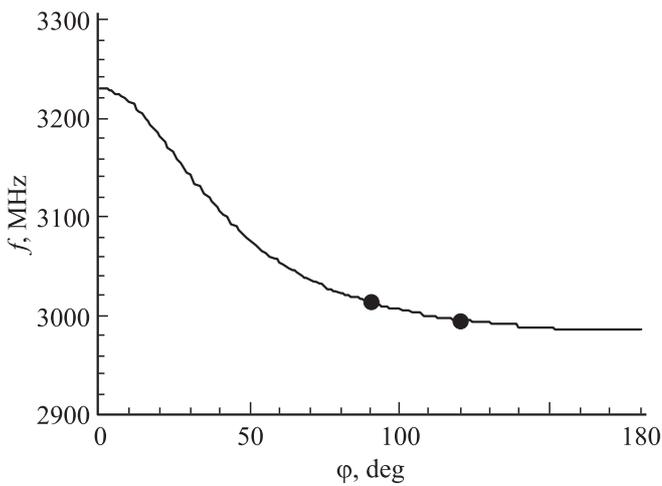


Рис. 3. Дисперсионная характеристика регулярной части обеих секций.

Дисперсионная характеристика регулярной части обеих секций показана на рис. 3.

На этом рисунке обозначены рабочая точка ($\varphi_{op} = 120^\circ$) и точка $\pi/2$ -вида колебаний ($\varphi = 90^\circ$). Рассматриваемая мода регулярного участка секций имеет отрицательную дисперсию и представляет собой первую дипольную моду E -типа. Ширина дисперсионной характеристики составляет 7.8% [$K = (f_\pi^2 - f_0^2)/(f_\pi^2 + f_0^2) = -0.078$].

Отметим, что значения частот 0-, $\pi/2$ -, $2\pi/3$ - и π -видов колебаний, рассчитанные по аналитической формуле (3), отличаются от значений частот этих же видов колебаний, которые были приведены выше, не более чем на $5 \cdot 10^{-7}$ МГц. У первой секции

$$K_1^{(E)} = K_9^{(E)} = K^{(E)} = 0.74574,$$

$$K_1^{(H)} = K_9^{(H)} = K^{(H)} = -0.77859,$$

а параметры первой и последней ячеек, при которых на рабочей частоте отражения от них отсутствуют, имеют значения

$$f_1 = 3005.991 \text{ МГц}, \quad Q_1 = 13000,$$

$$\chi_1 = 157.02, \quad \chi_{1,2}(f_{op}) = 156.02,$$

$$f_{10} = 3005.991 \text{ МГц}, \quad Q_{10} = 13000,$$

$$\chi_{10} = 155.02, \quad \chi_{9,10}(f_{op}) = 156.02.$$

На рис. 4 приведена зависимость модуля коэффициента отражения от частоты для этой секции. На этом же рисунке приведена на круговой диаграмме Смита зависимость комплексного коэффициента отражения секции от частоты. Особенностью этой зависимости является то, что вблизи рабочей частоты имеется два минимума модуля коэффициента отражения. Один из них точно со-

ответствует рабочей частоте, и на графике этот минимум обозначен жирной точкой. Второй минимум соответствует частоте меньше рабочей частоты ($\varphi \approx 122.7^\circ$). При более подробном исследовании комплексного коэффициента отражения на круговой диаграмме Смита можно обнаружить, что вблизи рабочей частоты полосовая характеристика имеет вид очень маленькой петли и дважды проходит вблизи начала координат. В зависимости от количества ячеек в секции и рабочего вида колебаний эти минимумы могут меняться местами или один из них может пропадать.

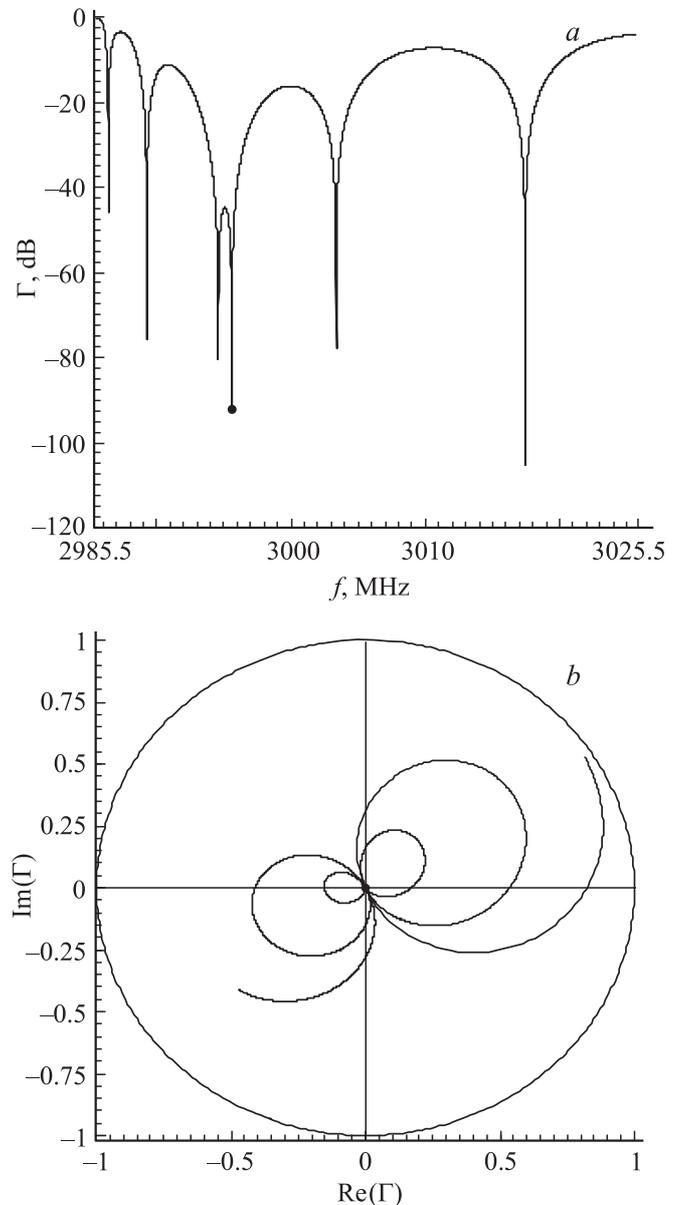
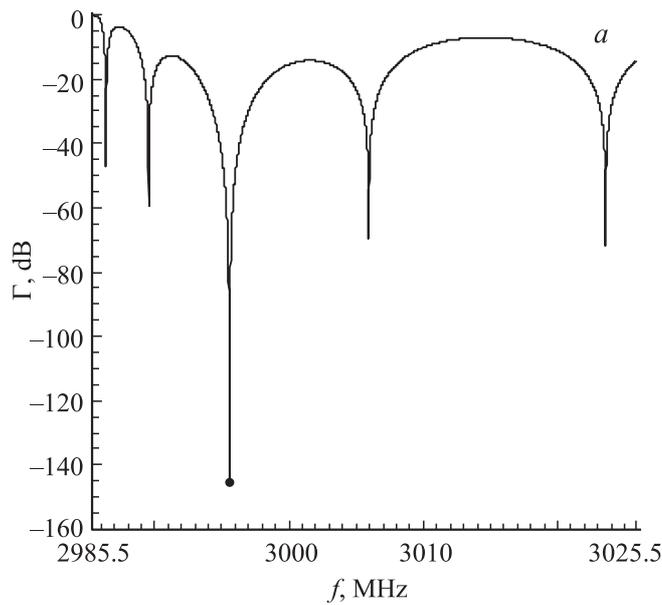


Рис. 4. Зависимость модуля комплексного коэффициента отражения (a) и комплексного коэффициента отражения на круговой диаграмме Смита (b) от частоты при $K_1^{(E)} = K_9^{(E)} = K^{(E)}$; $K_1^{(H)} = K_9^{(H)} = K^{(H)}$.



$$\chi_1 = 268.765, \quad \chi_{1,2}(f_{op}) = 267.765,$$

$$f_{10} = 3013.4595 \text{ MHz}, \quad Q_{10} = 13\,000,$$

$$\chi_{10} = 266.765, \quad \chi_{9,10}(f_{op}) = 267.765.$$

Из этого рисунка следует, что вблизи рабочей частоты имеется только один минимум модуля коэффициента отражения. Второй минимум отсутствует. Более подробное исследование комплексного коэффициента отражения на круговой диаграмме Смита показывает, что вблизи рабочей частоты полосовая характеристика не имеет петли, она сменилась резким изломом.

Оба эти случая приведены на рис. 6. Каждый график состоит из 4000 точек и построен с шагом 0.001 MHz.

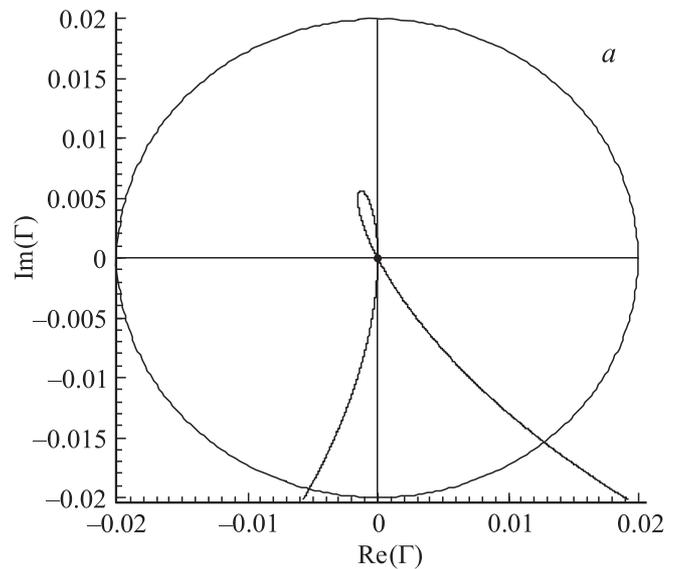
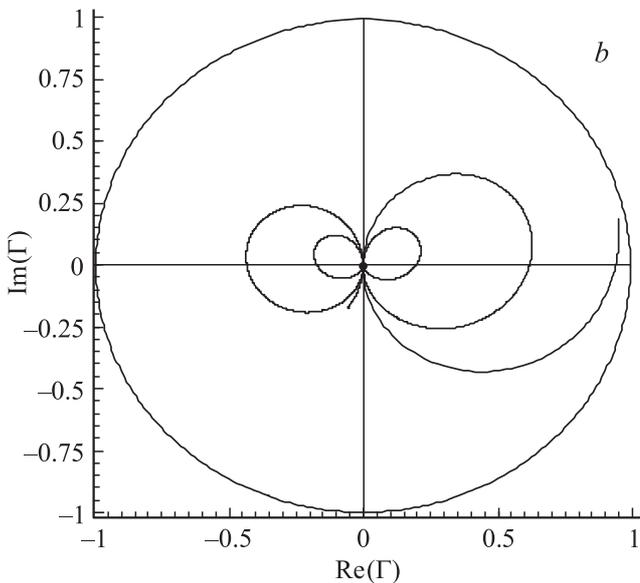


Рис. 5. Зависимость модуля комплексного коэффициента отражения (a) и комплексного коэффициента отражения на круговой диаграмме Смита (b) от частоты при $K_1^{(E)} = K_9^{(E)} = \sqrt{2}K^{(E)}$; $K_1^{(H)} = K_9^{(H)} = \sqrt{2}K^{(H)}$.

На рис. 5 приведены такие же зависимости, но для секции, у которой удвоенные коэффициенты связи ячеек входного и выходного ГТВ в $\sqrt{2}$ раз больше, чем у ячеек регулярной части, т. е. когда

$$K_1^{(E)} = K_9^{(E)} = \sqrt{2}K^{(E)} = 1.05464,$$

$$K_1^{(H)} = K_9^{(H)} = \sqrt{2}K^{(H)} = -1.10109.$$

Параметры первой и последней ячеек, при которых на рабочей частоте отражения от них отсутствуют, имеют значения

$$f_1 = 3013.4595 \text{ MHz}, \quad Q_1 = 13\,000,$$

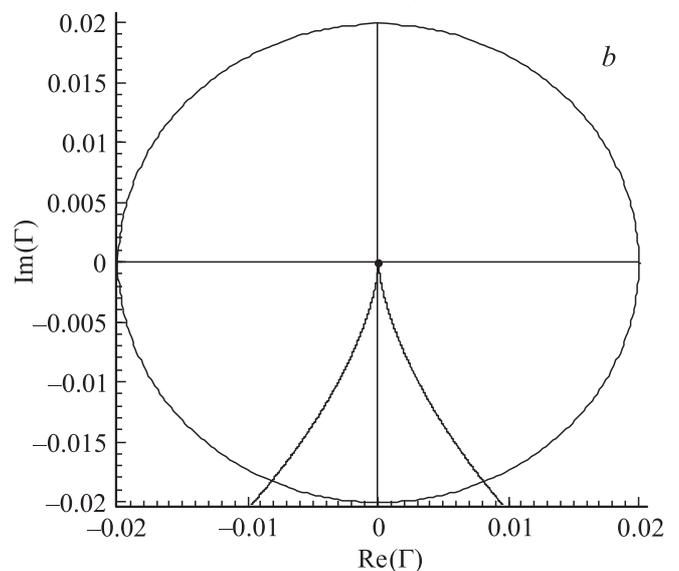


Рис. 6. Участки полосовых характеристик секций вблизи рабочей частоты. a — первая секция, b — вторая секция.

Заключение

Таким образом, эквивалентная схема, обоснованная в настоящей работе, адекватно описывает низшую ускоряющую моду, а также первую дипольную моду E -типа ряда структур, состоящих из связанных ячеек. Методика определения радиочастотных параметров ячеек, используемая в работе, позволяет с высокой точностью анализировать процессы, происходящие в секциях различного типа, в которых возбуждаются электромагнитные поля как низшей ускоряющей моды, так и первой дипольной моды E -типа. При этом удастся произвести подробный анализ зависимости от частоты комплексного коэффициента отражения или распределения амплитуды и фазы напряжения на ячейках вдоль секции при различных частотах генератора.

Список литературы

- [1] Вальднер О.А., Собенин Н.П., Зверев Б.В., Щедрин И.С. Диафрагмированные волноводы. Справочник. 3-е издание, переработанное и дополненное. М.: Энергоатомиздат, 1991. 310 с.
- [2] Dohlus M., Schuhmann R., Weiland T. Calculation of frequency domain parameters using 3D eigensolutions // International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields. 1999. Vol. 12. N 1/2. P. 41.
- [3] the MAFIA Collaboration, User's Guide MAFIA Version 4.00, CST GmbH, Luteschlagstr. 8, D-64289 Darmstadt, Germany.
- [4] <http://www.eurointech.ru/cst>