Письма в ЖТФ, том 15, вып. 24 26 декабря 1989 г.

04; 10

ОСОБЕННОСТИ РАЗВИТИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПОПЕРЕЧНО ОГРАНИЧЕННОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

Н.И. Карбушев

1. В работе [1] было показано, что характер неустойчивости тонкого ленточного электронного пучка в изотропной горячей плазме отличается от характера плазменно-пучковой неустойчивости в пространственно безграничной системе [2, 3]. В настоящей работе исследуется неустойчивость ленточного электронного пучка в холодной замагниченной плазме. Показывается, что максимальный инкремент неустойчивости при достаточно малой толщине пучка имеет зависимость от его ленгмюровской частоты, качественно отличную от известных в литературе зависимостей. Развитие такой неустойчивости сопровождается излучением плазменных волн в поперечном направлении, находящихся в черенковском резонансе с пучком.

2. Рассмотрим ленточный моноэнергетичный электронный пучок бесконечной ширины, однородный в слое $|x|<a$, распространяющийся в пространственно безграничной холодной замагниченной однородной плазме. Скорость пучка u направлена вдоль оси координат z, плотности электронов пучка и плазмы равны соответственно n_b и n_p.

Составляющая электрического поля E_z монохроматической волны на частоте ω с волновым вектором k ($E_z \sim exp(-i\omega t+ikz)$) подчиняется уравнению

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} - \varkappa^2\left[1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2}-\frac{\omega_b^2(x)}{\gamma^3(\omega-ku)^2}\right]E_z=0, \qquad (1)$$

где $\omega_{p,b}=(4\pi e^2 n_{p,b}/m)^{1/2}$, $\varkappa^2=k^2-\omega^2/c^2$, $\gamma=(1-u^2/c^2)^{-1/2}$, e и m – заряд и масса электрона, с – скорость света. Его решение можно представить в виде

$$E_z(x)=\begin{cases} E_1 cos(\varkappa x\sqrt{-\varepsilon}), & |x|<a, \\ E_2 exp(i\varkappa|x|\sqrt{-\varepsilon_p}), & |x|>a, \end{cases} \qquad (2)$$

где $\varepsilon=\varepsilon_p-\omega_b^2/\gamma^3(\omega-ku)^2$, $\varepsilon_p=1-\omega_p^2/\omega^2$. Использование условий непрерывности E_z и ее производной по x на границах пучка $|x|=a$ приводит к дисперсионному уравнению

$$\sqrt{-\varepsilon}\, tg(\varkappa a\sqrt{-\varepsilon})=-i\sqrt{-\varepsilon_p}. \qquad (3)$$

Решение (2) на бесконечном удалении от пучка $|x|\to\infty$ должно удовлетворять условиям ограниченности амплитуды поля по величине и излучения волн в направлении от пучка, записываемым следующим образом:

$$Im(\varkappa\sqrt{-\varepsilon_p})>0, \qquad Re(\varkappa^*\sqrt{-\varepsilon_p})<0. \tag{4}$$

3. При большой толщине электронного пучка, когда $|\varkappa a\sqrt{-\varepsilon_p}|\gtrsim 1$, из уравнения (3) следует известные выражения для инкрементов резонансной ($Im\omega\sim\omega_b^{2/3}$) и нерезонансной ($Im\omega\sim\omega_b$) плазменно-пучковых неустойчивостей [2, 3]. Наличие боковых границ пучка в этом случае практической роли не играет.

В случае малой толщины пучка, удовлетворяющей неравенству

$$|\varkappa a\sqrt{-\varepsilon_p}|\ll 1, \tag{5}$$

дисперсионное уравнение (3) приводится к виду

$$\frac{\omega_b^2 a}{\gamma^3(\omega-ku)^2}\sqrt{k^2-\frac{\omega^2}{c^2}}=i\sqrt{\frac{\omega_p^2}{\omega^2}-1} \tag{6}$$

Отсюда находим, что инкремент нерезонансной неустойчивости ($|\delta|/ku\ll|1-k^2u^2/\omega_p^2|$, $\varkappa=-k/\gamma<0$) отличен от нуля в области $ku<\omega_p$ и определяется выражением

$$\delta=\omega-ku=\frac{i-1}{\sqrt{2}}\,\frac{\omega_b}{\gamma^2}\,\frac{k\sqrt{au}}{(\omega_p^2-k^2u^2)^{1/4}}. \tag{7}$$

Инкремент максимален в точке $ku=\omega_p$, когда имеет место резонансная неустойчивость, а из дисперсионного уравнения (6) следует существование пяти нормальных волн, определяемых соотношением

$$(\sqrt{-\delta})^5=-i\omega_p^{3/2}\omega_b^2 a/\sqrt{2}\gamma^4 u. \tag{8}$$

Из них условиям (4) удовлетворяет только одна, для которой

$$\delta=(\omega_p^3\omega_b^4a^2/2\gamma^8u^2)^{1/5}\exp(4\pi i/5). \tag{9}$$

В соответствии с неравенством (5) выражение (9) для инкремента резонансной неустойчивости имеет место в случае

$$(4\omega_p^4\omega_b^2a^6/\gamma^9u^6)^{1/5}\ll 1. \tag{10}$$

В противоположном пределе неустойчивость носит известный характер.

4. Инкремент (9) имеет зависимость от ленгмюровской частоты пучка ($\sim\omega_b^{4/5}$), качественно отличную от известной [2, 3]. Развитие неустойчивости сопровождается излучением плазменных волн в поперечном направлении, фазовая скорость которых отличается от скорости пучка на малую величину $Re(\delta/k)<0$. При этом $Re(\varkappa\sqrt{-\varepsilon_p})\ll k$. Отношение плотностей потоков энергии этих волн в поперечном и продольном направлениях равно

$$\frac{S_x}{S_z} = -u\,\frac{Re(\varkappa^* \sqrt{-\varepsilon_p})}{\omega_p\,|\varepsilon_p|} = \sqrt{\frac{\omega_p}{2|\delta|\,\gamma^2}}\cos\frac{\pi}{10} \gg 1. \qquad (11)$$

5. Решение (9) справедливо в приближениях $|\delta| \ll \omega_p$ и $|\delta| \ll \omega_p/2(\gamma^2-1)$. В случае ультрарелятивистских электронных пучков с $\gamma^2 \gg 1$ второе из этих приближений может нарушаться при сохранении первого в силе. Если выполняется условие, противоположное второму, то инкремент нерезонансной неустойчивости, развивающейся в области $ku < \omega_p$, определяется соотношением

$$\delta = \frac{-1+i\sqrt{3}}{(\omega_p^2 - k^2u^2)^{1/3}}\,\frac{ku}{\gamma^2}\left(\frac{\omega_b^2 a}{2c}\right)^{2/3} \qquad (12)$$

а для резонансной неустойчивости (в точке $ku = \omega_p$) имеет

$$\delta = \frac{i-1}{\sqrt{2}}\,\frac{\omega_b}{\gamma}\sqrt{\frac{\omega_p a}{\gamma c}}. \qquad (13)$$

Отношение плотностей потоков электромагнитной энергии излучаемых плазменных волн в поперечном и продольном направлениях в таком случае оказывается порядка единицы.

6. Обнаруженные особенности дают основание говорить о существовании плазменно-пучковых неустойчивостей нового типа с качественно отличными от известных характеристиками. Отметим, что аналогичное (7) выражение для инкремента нерезонансной неустойчивости было найдено в работе [1], В резонансном же случае из результатов этой работы может быть получено выражение для максимального инкремента с зависимостью от ленгмюровской частоты пучка типа (9) $(Im\,\omega \sim \omega_b^{4/5})$. Такая же зависимость максимального инкремента от ленгмюровской частоты электронного пучка была найдена ранее и в лазерах на свободных электронах [4].

Полученные в настоящей работе результаты остаются справедливыми при наличии удаленных от пучка металлических стенок, а также и в цилиндрической геометрии, если характерные поперечные размеры превышают величину $[Im(\varkappa\sqrt{-\varepsilon_p})]^{-1}$.

Автор выражает благодарность А.Д. Шаткусу за обсуждение результатов и полезные замечания.

Список литературы

[1] Кондратенко А.Н. // Письма в ЖТФ. 1987. Т. 13. № 23. С. 1462-1464.

[2] Ахиезер А.И., Файнберг Я.Б. // ДАН СССР. 1949. Т. 69. № 4. С. 555-558.

[3] Bohm D., Gross E. // Phys. Rev. 1949. V. 75. N 12. P. 1864-1876.

[4] Гинзбург Н.С., Ковалев Н.Ф. // Письма в ЖТФ. 1987. Т. 13. № 5. С. 274-277.

Поступило в Редакцию
14 июля 1989 г.