

Экситон-поляритонное поглощение в периодических и разупорядоченных цепочках квантовых ям

© В.А. Кособукин, А.Н. Поддубный

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: Vladimir.Kosobukin@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 29 января 2007 г.)

Теоретически исследовались экситон-поляритонный перенос и поглощение в регулярных и неупорядоченных структурах с конечным числом квантовых ям. Методом матриц переноса в области экситонных резонансов вычислялись спектры отражения, пропускания и поглощения, а также интегральное поглощение в зависимости от отношения γ/Γ_0 параметров нерадиационного и радиационного затухания квазидвумерных экситонов. Показано, что интегральное поглощение как функция γ (температуры) имеет универсальный вид: монотонно растет от нуля при $\gamma = 0$ и насыщается при $\gamma/\Gamma_0 \gg 1$. Из-за одномодового характера экситон-поляритонного поглощения в брэгговских структурах с квантовыми ямами величина интегрального поглощения существенно меньше, чем в короткопериодных структурах, где поглощение связано со всей спектральной совокупностью мод. При наличии внутриямного беспорядка, связанного с флуктуациями частот возбуждения экситонов в ямах, интегральное поглощение существенно увеличивается до величины, характерной для поглощения света в отсутствие резонанса между экситонами разных квантовых ям. Междуямный беспорядок, который обусловлен флуктуациями расстояний между ямами, также приводит к увеличению интегрального поглощения.

Работа выполнена по проекту РФФИ № 07-02-00053 и поддержана Фондом некоммерческих программ „Династия“ – МЦФФМ.

PACS: 71.35.Cc, 76.20.+q, 78.67.Pt

1. Введение

В идеальном кристалле истинное поглощение света отсутствует, если энергия фотонов передается только экситонам и обратно. При этом образуются экситонные поляритоны, т.е. смешанные моды электромагнитных волн и экситонной поляризации, которые распространяются в кристалле без затухания. Необратимое поглощение света через экситонные состояния возникает при наличии в кристалле диссипативной подсистемы (фононов), обеспечивающей безызлучательный распад экситонов. Для кристаллов вопрос об экситонном поглощении света изучался теоретически [1] и экспериментально [2]. Было установлено, что интеграл от показателя поглощения по экситонной линии возрастает при увеличении температуры до критического значения, выше которого интегральное поглощение насыщается. Критическая температура зависит от трансляционной массы экситона, отвечающей за эффекты пространственной дисперсии в кристаллах, в частности за появление добавочных световых волн при конечной трансляционной массе. Как следствие, вблизи экситонного резонанса перенос энергии осуществляется интерферирующими экситон-поляритонными модами. При достаточно высоких температурах, когда эффекты пространственной дисперсии подавлены, перенос энергии становится одномодовым, а интегральное поглощение — температурно-независимым. Независимость интегрального поглощения от температуры характерна для осцилляторов,

которые имеют бесконечную трансляционную массу и связаны друг с другом через электромагнитное поле [3].

В работе [4] наблюдалась температурная зависимость интегрального поглощения света низкоразмерными экситонами в короткопериодных структурах AlGaAs/GaAs с числом квантовых ям $N = 20$. Позже подобная зависимость была измерена для одиночных и двойных квантовых ям InGaAs [5] и для длиннопериодных структур того же состава [6]. В работах [7,8] зависимость интегрального поглощения от температуры была установлена для неупорядоченных полупроводниковых твердых растворов $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ с $x \leq 0.21$. Теория экситон-поляритонного поглощения в периодических структурах с квантовыми ямами развивалась в работах [9–11]. В перечисленных работах наличие температурной зависимости интегрального поглощения рассматривалось как признак электромагнитного (поляритонного) характера переноса энергии.

Из работ [8–11], следует, что наблюдаемую температурную зависимость интегрального поглощения можно связать, вообще говоря, с двумя механизмами экситон-поляритонного переноса. В средах с пространственной дисперсией (кристаллах) проявляется механизм, который заключается в конкуренции экситонного и электромагнитного переноса [1]. Другой механизм, связанный с перизлучением низкоразмерных (локализованных) экситонов между квантовыми ямами в отсутствие „механического“ переноса экситонов, приводит к температурно-зависимому поглощению, если число ям в цепочке невелико [9–11]. Для интерпретации

экситон-поляритонного переноса в реальных наноструктурах представляется весьма актуальным расширить теорию [9–11] в следующих направлениях. Во-первых, исследовать оптические спектры и интегральное поглощение резонансных брэгговских структурах с квантовыми ямами [12–15], которые представляют собой разновидность фотонных кристаллов [16,17]. Во-вторых, изучить влияние разупорядоченности на интегральное поглощение в цепочках квантовых ям.

Задачей данной работы было исследование интегрального поглощения в брэгговских структурах с квантовыми ямами в сравнении с короткопериодными, а также анализ эффектов неупорядоченности в поглощении. При условии, что длина волны света λ в полупроводнике на частоте возбуждения экситона лежит в видимой области, оптические спектры структур изучаются в длинноволновом ($d \ll \lambda$) и дифракционном ($d \sim \lambda$) приближениях оптики, где d — характерное расстояние между квантовыми ямами. Основное внимание уделяется резонансным брэгговским структурам, для которых условие брэгговской дифракции света выполняется на частоте экситона. Следуя терминологии физики твердого тела, структуры с $d \ll \lambda$ называем короткопериодными, а структуры с $d \sim \lambda$ — квазибрэгговскими. Наряду со строго периодическими будем рассматривать в среднем периодические цепочки квантовых ям при наличии одного из двух типов неупорядоченности: 1) разные ямы расположены в узлах периодической решетки (внутриямный беспорядок); 2) ямы одинаковые, но их положения случайны (междуямный беспорядок). Результаты относятся к цепочкам с числом квантовых ям $1 \lesssim N \lesssim 10^2$, которое характерно для реальных структур, применяемых в экспериментах.

Работа имеет следующую структуру. В разделе 2 дана общая теория оптических эффектов в структурах с любым числом квантовых ям. На этой основе в разделе 3 обсуждаются наблюдаемые характеристики поглощения. Далее в длинноволновом и дифракционном приближениях исследуется интегральное поглощение в регулярных (раздел 4) и разупорядоченных (раздел 5) цепочках квантовых ям и обсуждаются результаты (раздел 6).

2. Общие соотношения

2.1. Модель и матрицы переноса. Считаем, что цепочка латерально однородных квантовых ям находится в однородной среде с фоновой диэлектрической проницаемостью ϵ_b . В такой структуре под углом θ к ее оси \hat{z} распространяется монохроматическая (с частотой ω) волна

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{y}}E(z; \kappa, \omega) \exp(ikx - i\omega t), \quad (1)$$

имеющая линейную ТЕ-поляризацию по оси $\hat{\mathbf{y}}$ в плоскости квантовых ям. Для волны (1) сохраняется тангенциальная составляющая волнового вектора, равная $\kappa = \sqrt{\epsilon_b} k_0 \sin \theta$, где $k_0 = \omega/c$, c — скорость света

в вакууме. Для диэлектрической поляризации $\mathbf{P} = \hat{\mathbf{y}}P$ вида (1) введем материальное соотношение [18]

$$P(z; \kappa, \omega) = \frac{k}{2\pi k_0^2} \sum_{n=1}^N \delta(z - z_n) \chi_n^{(0)}(\omega) E(z; \kappa, \omega). \quad (2)$$

Здесь $\chi_n^{(0)}(\omega)$ — экситонная восприимчивость n -й квантовой ямы с центром $z = z_n$, N — число ям в структуре, $k = \sqrt{\epsilon_b k_0^2 - \kappa^2} = \sqrt{\epsilon_b} k_0 \cos \theta$.

Представление экситонной поляризации в виде суммы (2) дельта-функциональных вкладов отдельных квантовых ям аналогично представлению электронных потенциалов нулевого радиуса [19]. Введение (2) аргументируется следующим.

1) Ширина квантовых ям в условиях размерного квантования носителей заряда существенно меньше длины волны света.

2) Поля экситонной поляризации, индуцированной в разных квантовых ямах, пространственно не перекрываются.

3) Наблюдаемые величины (коэффициенты отражения, пропускания и т.д.) слабо зависят от деталей распределения экситонной поляризации внутри квантовых ям, поскольку волновые функции низкоразмерных экситонов входят в них в виде матричных элементов [15], т.е. в пространственно усредненном виде.

При учете соотношения (2) уравнения Максвелла для электрического поля $E(z)$ волны (1) и функции Грина $G(z, z')$ принимают вид

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} + k^2 + 2k \sum_n \chi_n^{(0)}(\omega) \delta(z - z_n) \right] \times \left\{ E(z; \kappa, \omega), G(z, z'; \kappa, \omega) \right\} = \{0, -\delta(z - z')\}. \quad (3)$$

Эти уравнения решаются с граничными условиями по z при $z = z_n$

$$E(z_n^+) = E(z_n^-), \quad \left. \frac{dE}{dz} \right|_{z_n^+} - \left. \frac{dE}{dz} \right|_{z_n^-} = -2k \chi_n^{(0)} E(z_n),$$

где $z_n^\pm = z_n \pm 0$ (параметры κ и ω здесь и далее явно не указываются). В отсутствие квантовых ям ($\chi_n^{(0)} = 0$) уравнения (3) для однородной среды определяют поле $E^{(0)}(z)$ и функцию Грина $G^{(0)}(z - z') = i/(2k) \exp(ik|z - z'|)$.

При $\chi_n^{(0)} \neq 0$ поляризацию n -й квантовой ямы в узельном представлении выразим на основе (2) соотношением

$$P_n \equiv \frac{1}{a} \int dz P_n(z) = \frac{k}{2\pi k_0^2 a} \chi_n^{(0)} E(z_n). \quad (4)$$

Здесь $P_n(z)$ — множитель при дельта-функции в n -м члене суммы (2), a — характерная ширина квантовых ям. Для полного поля вида (1) из (3) с учетом (2) получаем

$$E(z) = E^{(0)}(z) + \frac{i}{\xi} \sum_n e^{ik|z - z_n|} P_n \quad (5)$$

с $\xi = k/(2\pi k_0^2 a)$. Для входящей в уравнения (2) и (4) восприимчивости одиночной n -й ямы с центром $z = 0$ принимаем [15]

$$\chi_n^{(0)}(\omega) = \frac{\tilde{\Gamma}_n}{\omega_n - \omega - i\gamma}, \quad (6)$$

где $\tilde{\Gamma}_n = \Gamma_n / \cos \theta$, а γ и Γ_n — параметры нерадиационного и радиационного затухания квазидвумерного экситона n -й ямы соответственно. Частота экситона ω_n определяется кулоновским взаимодействием электрона и дырки, размерно-квантованных в n -й яме. В выражении (6) формально можно учесть зависимость от ширины ямы частот ω_n [20] и величин Γ_n [21].

В барьерном слое справа от n -й квантовой ямы поле (5) выражается в виде

$$E(z) = A_n e^{ik(z-z_n)} + B_n e^{-ik(z-z_n)}. \quad (7)$$

Для поля при $z < z_1$ используем формулу (7) с $n = 0$, амплитудами A_0, B_0 и $z_0 = 0 < z_1$. Амплитуды поля (7) справа и слева от n -й ямы связаны соотношением

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A_n \\ B_n \end{pmatrix} &= \hat{\Lambda}(n) \begin{pmatrix} A_{n-1} \\ B_{n-1} \end{pmatrix} \\ &= \hat{T}^{1/2}(n) \hat{M}(n) \hat{T}^{1/2}(n-1) \begin{pmatrix} A_{n-1} \\ B_{n-1} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (8)$$

содержащим матрицу переноса $\hat{\Lambda}(n)$ для n -й квантовой ямы. Из уравнений (4), (5) и (7) находим, что в (8)

$$\begin{aligned} \hat{M}(n) &= \frac{1}{t_n} \begin{pmatrix} t_n^2 - r_n^2 & r_n \\ -r_n & 1 \end{pmatrix}, \\ \hat{T}^{1/2}(n) &= \begin{pmatrix} \exp(i\phi_n/2) & 0 \\ 0 & \exp(-i\phi_n/2) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (9)$$

$\phi_n = k(z_{n+1} - z_n)$. Из уравнений (4), (5) получаем коэффициенты отражения и пропускания

$$\begin{aligned} r_n(\omega) &= \frac{i\tilde{\Gamma}_n}{\omega_n - \omega - i(\gamma + \tilde{\Gamma}_n)}, \\ t_n(\omega) &= \frac{\omega_n - \omega - i\gamma}{\omega_n - \omega - i(\gamma + \tilde{\Gamma}_n)} \end{aligned} \quad (10)$$

n -й ямы, входящие в матрицу переноса (9). Заметим, что выражения (10), полученные на основе модели (2), (6), побуквенно совпадают с результатами микроскопической теории [15]. Это означает, что экситонные параметры в (10) можно вводить феноменологически, а их значения определять путем подгонки.

2.2. Наблюдаемые величины. Амплитудные коэффициенты пропускания $\tau_N = A_N/A_0$ и отражения $\rho_N = B_0/A_0$ света определяются уравнением

$$\begin{pmatrix} \tau_N \\ \rho_N \end{pmatrix} = \hat{\Lambda} \begin{pmatrix} 1 \\ \rho_N \end{pmatrix} = \hat{\Lambda}(N) \cdot \hat{\Lambda}(N-1) \dots \hat{\Lambda}(1) \begin{pmatrix} 1 \\ \rho_N \end{pmatrix}, \quad (11)$$

которое следует из соотношения (8) при $B_N = 0$. С учетом условия унимодулярности матриц переноса $\det \hat{\Lambda}(n) = 1$ из (11) получаем $\rho_N = -\Lambda_{21}/\Lambda_{22}$ и $\tau_N = 1/\Lambda_{22}$. Отсюда находим энергетические коэффициенты отражения $R_N = |\rho_N|^2$, пропускания $T_N = |\tau_N|^2$ и поглощения

$$A_N = 1 - |\rho_N|^2 - |\tau_N|^2. \quad (12)$$

При использовании соотношений (8), (9) для неупорядоченных цепочек квантовых ям матрицы $\hat{T}^{1/2}(n)$ описывают междумный беспорядок (аналог структурного беспорядка [22]), а матрицы $\hat{M}(n)$ — внутриямный беспорядок (аналог композиционного [22]). В случае междумного беспорядка случайными величинами считаются расстояния между ямами

$$z_{n+1} - z_n = d + \xi_n, \quad (13)$$

где $d = \langle z_{n+1} - z_n \rangle$ — средний период и $\langle \xi_n \rangle = 0$. Здесь и далее скобки $\langle \dots \rangle$ обозначают усреднение. Предполагая, что внутриямный беспорядок в цепочке связан с латеральными флуктуациями ширины квантовых ям, будем считать случайными величинами входящие в выражения (6) частоты экситонов

$$\omega_n = \omega_0 + \delta_n, \quad (14)$$

где $\langle \omega_n \rangle = \omega_0$ — средняя экситонная частота и $\langle \delta_n \rangle = 0$.

Для регулярной (периодической) цепочки квантовых ям имеем: $z_n = nd$, $\omega_n = \omega_0$, $\Gamma_n = \Gamma_0$, $r_n = r$, $t_n = t$. При этом с учетом (9)–(11) для коэффициентов отражения и пропускания структуры с N ямами получаем выражения [11,12]

$$(\rho_N, \tau_N) = \frac{1}{P_N - HQ_N} \left(\frac{r}{t} Q_N, 1 \right),$$

$$H = \frac{1}{2} \left\{ (t^2 - r^2 - 1) \cos(kd) + i(t^2 - r^2 + 1) \sin(kd) \right\},$$

$$P_n = \cos(qdn), \quad Q_n = \sin(qdn) / \sin(qd). \quad (15)$$

Волновое число $q(\omega)$ блоховских мод экситонных поляритонов в бесконечной цепочке ($N \rightarrow \infty$) определяется дисперсионным уравнением [15]

$$\cos(qd) = \cos(kd) - \frac{\tilde{\Gamma}_0}{\omega_0 - \omega - i\gamma} \sin(kd). \quad (16)$$

2.3. Нормальные моды поляризации. Форму нормальных мод удобно описывать с помощью экситонной поляризации квантовых ям (4). Из (5) при учете (4) и (6) получаем уравнения

$$(\omega_n - \omega - i\gamma)P_n - i\tilde{\Gamma}_n \sum_{n'} e^{ik|z_n - z_{n'}|} P_{n'} = \xi \tilde{\Gamma}_n E_n^{(0)}. \quad (17)$$

Определим преобразование $P_n = \sum_j U_{nj} Q_j$ к собственным модам экситонной поляризации Q_j с частотами $\omega^{(j)}$, где j — номер моды ($1 \leq j \leq N$); спектр

таких мод анализировался для длиннопериодных структур в [23]. Предполагается, что $\sum_n (U^{-1})_{jn} U_{nj'} = \delta_{jj'}$, где \hat{U}^{-1} — матрица, обратная к \hat{U} . Введенное преобразование диагонализует матрицу в левой части (17), т.е. $\sum_{n,n'} (U^{-1})_{jn} D_{nn'} U_{n'j'} = \delta_{jj'} \omega^{(j)}$, где $D_{nn'} = (\omega_n - i\gamma) \delta_{nn'} - i\tilde{\Gamma}_n e^{ik|z_n - z_{n'}|}$. Учитывая в (17), что $E_n^{(0)} = E^{(0)}(z_n) = A_0 e^{ikz_n}$, находим

$$P_n = A_0 \xi \sum_j \frac{U_{nj}}{\omega^{(j)} - \omega} \sum_{n'} (U^{-1})_{jn'} \tilde{\Gamma}_{n'} e^{ikz_{n'}}. \quad (18)$$

Подстановка (18) в (5) дает при $z \rightarrow -\infty$ коэффициент отражения света от структуры

$$\rho_N(\omega) = i \sum_j \frac{1}{\omega^{(j)} - \omega} \sum_n U_{nj} e^{ikz_n} \sum_{n'} (U^{-1})_{jn'} \tilde{\Gamma}_{n'} e^{ikz_{n'}}, \quad (19)$$

а при $z \rightarrow \infty$ — коэффициент пропускания

$$\begin{aligned} \tau_N(\omega) &= 1 + i \sum_j \frac{1}{\omega^{(j)} - \omega} \sum_n U_{nj} e^{-ikz_n} \\ &\quad \times \sum_{n'} (U^{-1})_{jn'} \tilde{\Gamma}_{n'} e^{ikz_{n'}}. \end{aligned} \quad (20)$$

Главная особенность выражений (19) и (20) — наличие резонансных вкладов на частотах $\omega^{(j)}$ нормальных мод. Для периодических структур формулы (19) и (20) дают представление, альтернативное (15).

2.4. Модель двух квантовых ям. Для иллюстрации перехода от структур со средним периодом $d \ll \lambda$ к структурам с $d \sim \lambda$ удобна модель двух разных квантовых ям, квазидвумерные экситоны которых связаны электромагнитным взаимодействием. В анализе эффектов неупорядоченности эта модель может играть такую же роль, как модель двух потенциальных ям в электронной теории локализации [24]. Рассмотрим пару ($n = 1, 2$) уравнений (17) с $E_n^{(0)} = A_0 \exp(ikz_n)$ и расщеплением экситонных частот $\Omega = \omega_2 - \omega_1 = \tilde{\omega}_2 - \tilde{\omega}_1$, где $\tilde{\omega}_n = \omega_n - i(\gamma + \tilde{\Gamma}_0)$, $|\Omega| \ll \omega_n$. В отсутствие внешнего поля ($A_0 = 0$) из (17) следует задача на собственные значения $(\tilde{\omega}_1 - \omega)(\tilde{\omega}_2 - \omega) + \tilde{\Gamma}_0^2 e^{2ikd} = 0$, где $d = z_2 - z_1$ — расстояние между квантовыми ямами. Решая это уравнение, получаем частоты связанных экситонов

$$\omega^{(1,2)} = \frac{\tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2}{2} \mp \frac{\Omega}{2} \sqrt{1 + \beta^2} \quad (21)$$

с $\beta = 2i\tilde{\Gamma}_0 e^{ikd}/\Omega$. Под фазой kd в спектральной области экситонных резонансов $\omega_n \approx \omega_0$ далее понимается величина $\alpha = k(\omega_0)d = \sqrt{\epsilon_b} \omega_0 d \cos \theta / c$. С учетом (21) для

амплитуд поляризации $P_n^{(j)} = U_{nj}$ получаем отношение

$$C^{(j)} = \frac{P_2^{(j)}}{P_1^{(j)}} = \frac{\beta}{1 + (-1)^{j-1} \sqrt{1 + \beta^2}}, \quad (22)$$

где $P_n^{(j)}$ — поляризация n -й ямы, обусловленная j -й собственной модой с частотой $\omega^{(j)}$, $j = 1, 2$. Частоты (21) и отношения (22) являются периодическими функциями α , и через параметр β они существенно зависят от $\Omega/\tilde{\Gamma}_0$. При $|\beta| \ll 1$ ($|\Omega/\tilde{\Gamma}_0| \gg 1$) моды с частотами $\omega^{(j)} \approx \tilde{\omega}_j + (-1)^{j-1} \tilde{\Gamma}_0^2 e^{2i\alpha}/\Omega \approx \tilde{\omega}_j$ локализованы в ямах: $C^{(1)} = \beta/2$ дает $|P_1^{(1)}| \gg |P_2^{(1)}|$, а $C^{(2)} = -2/\beta$ дает $|P_1^{(2)}| \ll |P_2^{(2)}|$. В другом предельном случае $|\beta| \gg 1$ ($|\Omega/\tilde{\Gamma}_0| \ll 1$) моды с частотами $\omega^{(j)} \approx (\tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2)/2 + (-1)^j i\tilde{\Gamma}_0 e^{i\alpha}$, $|\omega^{(2)} - \omega^{(1)}| \approx 2\tilde{\Gamma}_0$, коллективизированы ямами, причем мода $j = 1$ симметрична ($P_2^{(1)} \approx P_1^{(1)}$), а мода $j = 2$ антисимметрична ($P_2^{(2)} \approx -P_1^{(2)}$) в соответствии с соотношением $C^{(j)} = 1/((-1)^{j-1} + 1/\beta)$. Частоты $\text{Re } \omega^{(j)}$ из (21) осциллируют в зависимости от фазы α , изменение которой в экситонной области спектра можно связать с изменением d . Величины $\text{Re } \omega^{(j)}$ максимально расходятся при $\alpha = \pi(m - 1/2)$ и сближаются при $\alpha = \pi m$, где $m = 1, 2, \dots$. Радиационные поправки к затуханию моды с частотой $\omega^{(j)}$ максимальны при $\alpha = \pi m$, а в случаях $\alpha = \pi(m - 1/2)$ они обращаются в нуль, т.е. затухание обеих мод равно γ , независимо от Ω . Все указанные особенности определяются характером интерференции волн, переизлученных ямами: при $\alpha = \pi m$ интерференция конструктивна, а при $\alpha = \pi(m - 1/2)$ — деструктивна.

При частоте ω из уравнения (17) получаем

$$\{P_1(\omega), P_2(\omega)\} = A_0 e^{ikz_1} \frac{\xi \tilde{\Gamma}_0}{\Delta(\omega)} \{u_1(\omega), u_2(\omega) e^{i\alpha}\}, \quad (23)$$

где $u_1(\omega) = \tilde{\omega}_2 - \omega + i\tilde{\Gamma}_0 e^{2i\alpha}$ и $u_2(\omega) = \tilde{\omega}_1 - \omega + i\tilde{\Gamma}_0$. Подстановка (23) в (5) дает в случае двух ям следующие выражения для коэффициентов отражения и пропускания:

$$\begin{aligned} \rho_{N=2}(\omega) &= \frac{i\tilde{\Gamma}_0}{\Omega \sqrt{1 + \beta^2}} e^{2ikz_1} (u_1 + u_2 e^{2i\alpha}) \\ &\quad \times \left(\frac{1}{\omega^{(1)} - \omega} - \frac{1}{\omega^{(2)} - \omega} \right), \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \tau_{N=2}(\omega) &= 1 + \frac{i\tilde{\Gamma}_0}{\Omega \sqrt{1 + \beta^2}} (u_1 + u_2) \\ &\quad \times \left(\frac{1}{\omega^{(1)} - \omega} - \frac{1}{\omega^{(2)} - \omega} \right), \end{aligned} \quad (25)$$

а также коэффициент поглощения (12) с $N = 2$. Формулы (24) и (25) являются представлением общих выражений (19) и (20) в случае двух ям.

3. Характеристики поглощения для структур с квантовыми ямами

Для сплошных сред поглощение, в том числе и интегральное по частоте, обычно исследуют [1,2] на основе показателя поглощения $\mu(\omega)$. Он входит в закон Бугера

$$S(z) = S(0) \exp[-\mu(\omega)z], \quad (26)$$

описывающий затухание потока энергии $S(z)$ при его распространении вдоль оси z , причем $\mu = -S^{-1}(z)dS(z)/dz$ не зависит от z . В случае наноструктуры, согласно уравнениям (17), каждая квантовая яма с квазидвумерным экситоном играет роль элементарного осциллятора (резонансного „атома“), причем такие „атомы“ связаны друг с другом через электромагнитное поле. В работе [11] показано, что закон Бугера вида (26) с трансляционно инвариантным показателем поглощения справедлив для бесконечных цепочек квантовых ям. При малом числе ям (резонансных „атомов“) цепочка становится по существу „микроскопической“ и, как следствие, открытой для излучения. Это означает, что для нее закон (26) и показатель поглощения теряют свой смысл. Далее анализ поглощения проводится для цепочек с числом квантовых ям $1 \lesssim N \lesssim 10^2$, типичным для реальных структур.

В отличие от показателя поглощения $\mu(\omega)$ коэффициент поглощения $A_N(\omega, \gamma)$ хорошо определен для структур с любым числом квантовых ям $N(\geq 1)$. Согласно уравнению баланса (12), он имеет смысл вероятности поглощения в структуре фотона с энергией $\hbar\omega$. Под интегральным коэффициентом поглощения для цепочки из N квантовых ям будем понимать интеграл по экситонной полосе поглощения

$$I_N(\gamma) = \frac{1}{2\pi} \int \frac{d\omega}{\Gamma_0} A_N(\omega, \gamma). \quad (27)$$

Безразмерная величина (27) нормирована на характерную постоянную радиационного распада квазидвумерного экситона Γ_0 .

Согласно (10), полное затухание экситона в n -й квантовой яме равно $\tilde{\Gamma}_n + \gamma$. Температурно-зависимый вклад в параметр нерadiационного затухания γ связан прежде всего с экситон-фононным взаимодействием, которое проявляется, даже если другие механизмы нерadiационного распада экситонов несущественны. С этим фундаментальным механизмом как в кристаллах [25] и наноструктурах [26], так и в неупорядоченных системах связана монотонная зависимость затухания экситона от температуры T

$$\gamma_{ph}(T) = C_A T + C_{LO} [e^{\hbar\omega_{LO}/k_B T} - 1]^{-1}, \quad (28)$$

в которой ω_{LO} — частота продольного оптического фонона, C_A, C_{LO} — константы. Путем масштабирования функции (27) с помощью $\gamma(T)$ из (28) можно получить зависимость интегрального поглощения от температуры для сравнения с экспериментом.

В обсуждаемой модели одномерного распространения экситонных поляритонов в неупорядоченных цепочках квантовых ям неоднородное уширение спектра экситонов формально учитывается выражением (14). В неупорядоченных структурах возможно также рассеяние экситонных поляритонов на случайных статических неоднородностях, дающее температурно-независимый вклад в параметр затухания экситонов γ в дополнение к (28). Этот вклад далее явно не рассматривается, однако отметим, что величину γ в (10) можно трактовать феноменологически как параметр экстинкции, включающий затухание (28) и возможную добавку, обусловленную рассеянием.

4. Поглощение в периодических брэгговских структурах

Рассмотрим особенности экситон-поляритонного поглощения в резонансных брэгговских структурах, удовлетворяющих на частоте экситона ω_0 условию брэгговской дифракции m -го порядка

$$\frac{2d}{\lambda_B} = m, \quad (29)$$

где $\lambda_B = 2\pi/k(\omega_0)$, т. е.

$$\lambda_B = \frac{2\pi c}{\sqrt{\epsilon_b} \omega_0 \cos \theta}. \quad (30)$$

Для брэгговской структуры из выражений (12), (15), (16) получаем спектр поглощения света

$$A_N(\omega) = \frac{2\gamma N \tilde{\Gamma}_0}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\gamma + N \tilde{\Gamma}_0)^2}. \quad (31)$$

Подстановка (31) в (27) дает для интегрального поглощения

$$I_N(\eta) = \frac{\eta N}{\eta + N}. \quad (32)$$

Здесь параметр

$$\eta = \gamma/\tilde{\Gamma}_0 \quad (33)$$

через радиационное затухание экситона $\Gamma_0 \sim 1/c$ пропорционален скорости света [15]. Это позволяет интерпретировать зависимость интегрального поглощения (32) от η как радиационный (поляритонный) эффект, который исчезает при $c \rightarrow \infty$.

Согласно (32), для цепочек с числом квантовых ям N интегральное поглощение I_N монотонно растет от нуля при увеличении $\gamma/\tilde{\Gamma}_0$ и насыщается $I_N \rightarrow N$ при $\gamma/N\tilde{\Gamma}_0 \gg 1$, когда нерadiационный распад экситонов становится доминирующим. Величина I_N также монотонно растет при увеличении N , стремясь к постоянной $I_N \rightarrow \gamma/\tilde{\Gamma}_0$ при $N \gg \gamma/\tilde{\Gamma}_0$. Непостоянство I_N при малых η и N — это радиационный эффект, обусловленный тем, что цепочка с малым числом квантовых ям является

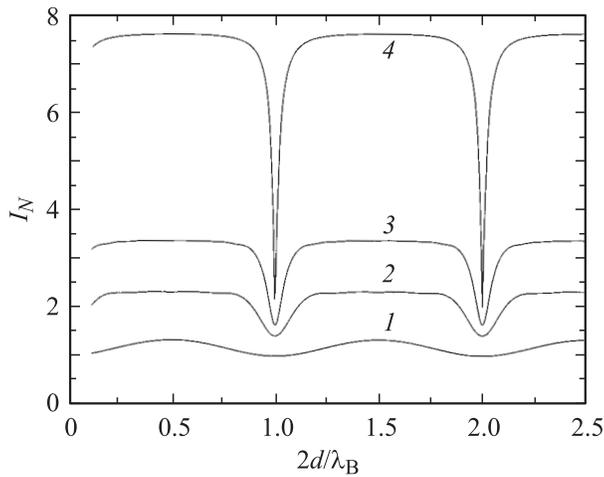


Рис. 1. Зависимость интегрального поглощения I_N от $2d/\lambda_B$ для периодических структур с числом квантовых ям $N = 2$ (1), 5 (2), 10 (3), 50 (4), вычисленная для нормального падения света ($\theta = 0$) с параметрами $\hbar\omega_0 = 1.51$ eV, $\hbar\Gamma_0 = 0.05$ meV, $\hbar\gamma = 0.1$ meV, $\epsilon_b = 12$, типичными для квантовых ям AlGaAs/GaAs.

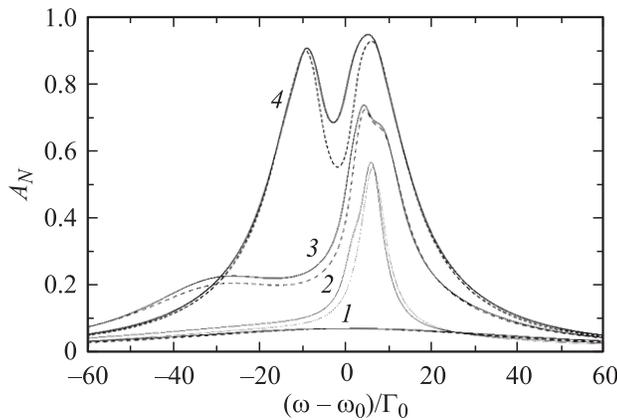


Рис. 2. Спектры поглощения $A_N(\omega)$ периодических структур с $N = 50$ квантовыми ямами при $2d/\lambda_B = 1$ (1), 0.996 (2), 0.98 (3) и 0.9 (4). Сплошные кривые получены при точном расчете, а соответствующие им штриховые кривые — при учете числа нормальных мод j , равного 1 (1), 2 (2), 5 (3), 7 (4). Расчет при тех же значениях параметров, что на рис. 1.

излучающей системой. Этот эффект подавляется (I_N насыщается) при больших η , когда излучательный распад экситонов становится неэффективным, и при больших N , когда излучение из структуры становится малым.

Обсудим результаты численного расчета интегрального поглощения при нормальном падении света, т. е. при $\theta = 0$, $\tilde{\Gamma}_0 = \Gamma_0$. На рис. 1 приведена зависимость величины I_N от безразмерного периода $2d/\lambda_B$ с λ_B из (30) для структур с разным числом квантовых ям N при $\gamma/\Gamma_0 = 2$. Видно, что интегральное поглощение I_N для короткопериодных структур ($2d/\lambda_B \ll 1$) почти постоянно, но резко уменьшается при переходе к брэгговским струк-

турам ($2d/\lambda_B \rightarrow 1$), затем картина повторяется, так как I_N — периодическая функция $2d/\lambda_B$. При отклонении от условия (29), которому соответствуют минимумы I_N при целочисленных значениях $2d/\lambda_B$, интегральное поглощение быстро возрастает. Из рис. 1 видно, что минимумы функции I_N вблизи $2d/\lambda_B = m$ появляются в случае двух квантовых ям ($N = 2$), а с ростом N относительная глубина минимумов существенно увеличивается, а ширина — уменьшается.

Минимум интегрального поглощения I_N при $2d/\lambda_B = 1$ обусловлен качественно иным характером поглощения в брэгговских структурах, чем в короткопериодных. Это следует из анализа показанных на рис. 2 спектров поглощения A_N при значениях $2d/\lambda_B$, близких к единице. При $2d/\lambda_B = 1$ линия поглощения (31) имеет широкий симметричный контур с полушириной $\gamma + N\Gamma_0$ (кривая 1 на рис. 2), интеграл по которому равен (32). В этом режиме светом возбуждается единственная нормальная экситон-поляритонная мода, которая обусловлена конструктивной интерференцией волн, излучаемых на частоте экситона разными ямами. В этом режиме отражение имеет сверхизлучательный характер ($R_N \sim N^2$ [12]), чем определяется и поглощение [9]. Утверждение об одномодовом характере поглощения в минимуме интегрального поглощения I_N при $2d/\lambda_B = 1$ подтверждается тем, что спектр, вычисленный в одномодовом приближении на основе формул (19), (20) и представленный штриховой кривой 1 на рис. 2, совпадает с точным спектром (сплошная кривая 1 на рис. 2). Штриховыми линиями на рис. 2 показаны спектры поглощения квазибрэгговских ($|2d/\lambda_B - 1| \ll 1$) структур, вычисленные при учете в (19), (20) небольшого числа основных нормальных мод. Эти приближенные спектры также близки к соответствующим точным спектрам, изображенным непрерывными линиями. Количество резонансных мод, которые необходимо учесть для удовлетворительного воспроизведения точного расчета спектра $A_N(\omega)$, тем больше, чем больше отклонение от брэгговского условия $2d/\lambda_B = 1$. Как показывает рис. 2, при этом благодаря активизации в поглощении новых мод появляется и усиливается структура спектров $A_N(\omega)$, а интеграл по полосе поглощения $A_N(\omega)$ увеличивается. В короткопериодных структурах, где сдвиг фаз в поляризации соседних квантовых ям мал ($2d/\lambda_B \ll 1$), величина поглощения наибольшая, так как в длинноволновом приближении светом может возбуждаться весь спектр нормальных мод поляризации.

На рис. 3, *a, b* сравнивается интегральное поглощение в короткопериодных (кривые 1) и брэгговских (кривые 2) структурах. На рис. 3, *a* показаны зависимости I_N от параметра $\eta = \gamma/\Gamma_0$ из (33), а на рис. 3, *b* — от числа квантовых ям N . Зависимости обоих типов, предсказываемые для брэгговских структур формулой (32), имеют качественно такой же вид, как для короткопериодных структур. Однако аналитическая зависимость I_N (η/N)

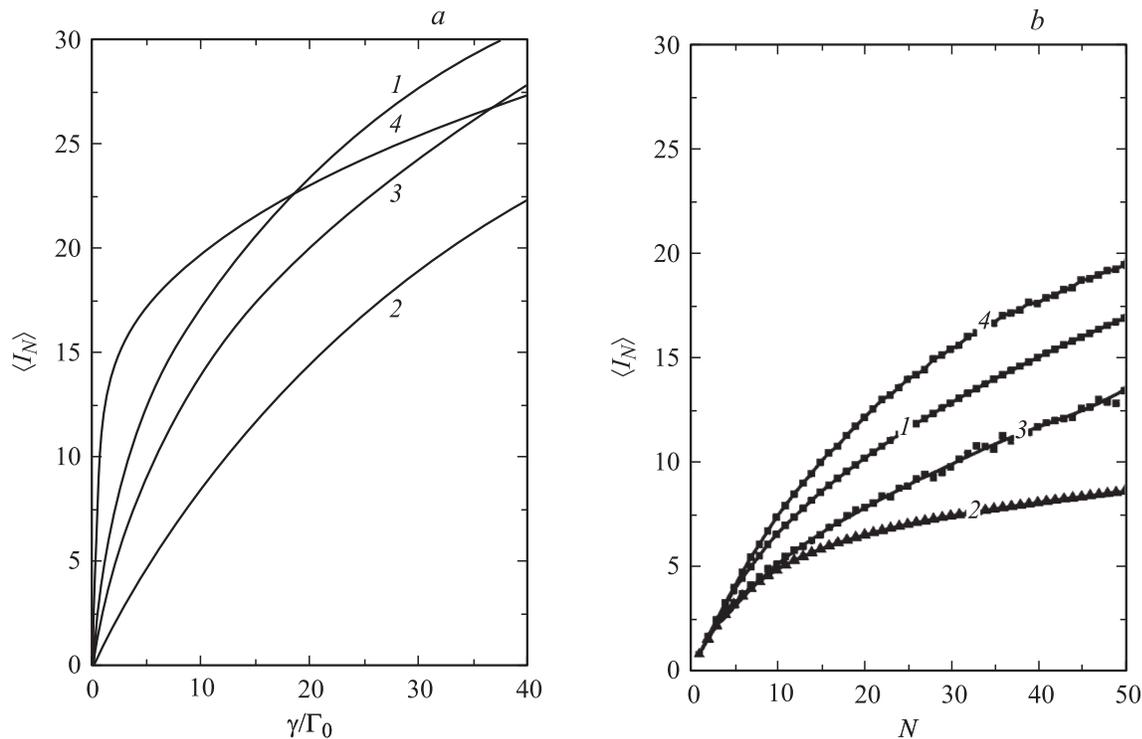


Рис. 3. Интегральное поглощение $\langle I_N \rangle$ в зависимости от γ/Γ_0 при $N = 50$ (a) и от N при $\gamma/\Gamma_0 = 10$ (b). Расчет для следующих структур: короткопериодной с $2d/\lambda_B = 1/5$ (1), брэгговской с $2d/\lambda_B = 1$ (2) и квазибрэгговских ($2d/\lambda_B = 1$) с междуямным беспорядком, $\Delta_d/d = 0.06$ (3), и с внутриямным беспорядком, $\Delta_\omega/\Gamma_0 = 60$ (4). Зависимости 3 и 4 получены путем усреднения по $P = 50$ реализациям. Значения остальных параметров те же, что на рис. 1.

(характер их монотонного роста) для двух типов структур при $\eta/N \ll 1$ существенно разная, причем величина $I_N \sim \sqrt{\eta N}$ для короткопериодных структур значительно больше, чем $I_N \sim \eta$ из (32) для брэгговских структур.

5. Влияние беспорядка

Нормальные экситон-поляритонные моды и связанное с ними поглощение могут зависеть от неупорядоченности твердотельных структур, в том числе и технологически обусловленной. Мы обсуждаем эффекты междуямного или внутриямного беспорядка. В пренебрежении беспорядком рассматривается „эталонная“ периодическая структура с квантовыми ямами, к которой применимы формулы (15), (16). При наличии неупорядоченности наблюдаемые оптические величины рассчитываются на основе формул (19) и (20) для отдельных реализаций цепочки, соответствующих постулированной статистике, а затем эти величины усредняются по реализациям. Такое усреднение можно связать с применением на опыте большого числа статистически эквивалентных образцов или с использованием для зондирования образца широкого светового пучка, проходящего через большое число статистически независимых каналов.

5.1. Междуямный беспорядок предполагает, что одинаковые резонансные ямы (осцилляторы) находятся на случайных расстояниях (13) друг от друга со

средним периодом d и среднеквадратичной флуктуацией Δ_d . Флуктуации расстояний приводят в матрице $\tilde{T}^{1/2}$ из (9) к случайным набегам фазы ϕ при распространении волны между соседними ямами. Результаты расчета усредненных спектров поглощения $\langle A_N \rangle$ и их интегралов $\langle I_N \rangle$ по частоте фотонов представлены на рис. 4, a и b соответственно. При вычислении предполагалось, что случайные отклонения ξ_n междуямных расстояний (13) от среднего d распределены однородно в интервале шириной $2\sqrt{3}\Delta_d$ и симметрично относительно $\langle \xi_n \rangle = 0$. Кривая 1 на рис. 4, a показывает спектр поглощения „эталонной“ брэгговской сверхрешетки с периодом $2d/\lambda_B = 1$ и $\Delta_d = 0$. В согласии с (31) эта линия поглощения, связанная со сверхизлучательной брэгговской модой, имеет максимум при $\omega = \omega_0$ и полуширину $\gamma + N\Gamma_0$. При наличии флуктуаций междуямных расстояний ($\Delta_d \neq 0$) поглощение вблизи $\omega = \omega_0$ существенно увеличивается, причем детали структуры спектра $A_N^{(p)}(\omega)$ сильно различаются для отдельных реализаций, которые нумеруются индексом p . Кривыми 2–5 на рис. 4, a показаны сглаженные спектры поглощения квазибрэгговских структур (d близко к $\lambda_B/2$), которые получены путем усреднения $\langle A_N \rangle = P^{-1} \sum_{p=1}^P A_N^{(p)}$ по ансамблю P реализаций неупорядоченной структуры с заданным числом квантовых ям N . Видно, что связанная с беспорядком разность между спектрами 2–5 и спек-

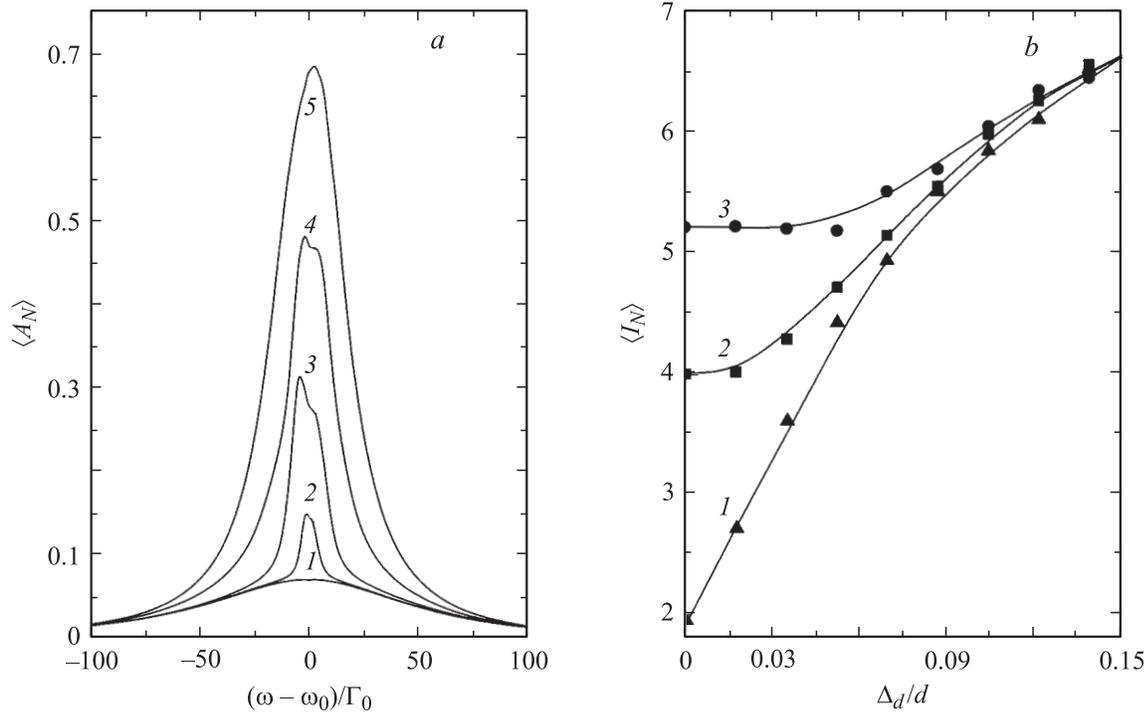


Рис. 4. *a*) Усредненные спектры поглощения $\langle A_N(\omega) \rangle$ для структур с междуямным беспорядком при $2d/\lambda_B = 1$ и $\Delta_d/d = 0$ (1), 0.006 (2), 0.017 (3), 0.043 (4), 0.12 (5). *b*) Усредненное интегральное поглощение $\langle I_N \rangle$ в зависимости от Δ_d/d при $2d/\lambda_B = 1$ (1), 0.99 (2), 0.98 (3). Расчет при $N = 50$ путем усреднения по $P = 100$ реализациям структур с междуямным беспорядком. Значения остальных параметров те же, что на рис. 1.

тром поглощения 1 „эталонной“ брэгговской структуры с ростом Δ_d увеличивается как по интенсивности, так и по ширине.

Из рис. 4, *b* (кривая 1) видно, что для брэгговской структуры со средним периодом $d = \lambda_B/2$ усредненное интегральное поглощение $\langle I_N \rangle$ существенно меняется по величине при увеличении Δ_d . Для квазibrэгговских структур, как показывают кривые 2 и 3, относительное изменение величины $\langle I_N \rangle$ не столь большое. При усилении беспорядка (увеличении Δ_d) все кривые сближаются из-за того, что роль сверхизлучательной моды уменьшается и главную роль в поглощении начинает играть совокупность мод. В связи с этим подчеркнем различную роль беспорядка в формировании электромагнитных (поляритонных) мод и электронных состояний. Для электронов флуктуации расстояний между потенциальными ямами ведут к изменению перекрытия волновых функций электронов, принадлежащих разным ямам. Следствием этого является локализация электронов и исчезновение их переноса [24]. Согласно (17), флуктуации расстояний между квантовыми ямами в отсутствие диссипации не влияют на величину электромагнитного взаимодействия между квазидвумерными экситонами, но это взаимодействие согласует фазы экситонов, резонансно возбуждаемых в разных ямах. Как следствие, независимо от того, является ли система резонансных квантовых ям периодической или разупорядоченной, электромагнитное поле обеспечивает когерентность

мод поляризации (поляритонов). Последние не имеют блоховского характера при наличии беспорядка, и их возбуждение светом не подчиняется жестким правилам отбора.

При усилении междуямного беспорядка в структурах с $d = \lambda_B/2$ происходит переход к многомодовому поглощению, что выражается на рис. 3 в переходе от кривых 2 („эталонной“ брэгговской структуры с $\Delta_d = 0$) к кривым 3 (неупорядоченной структуры с заданным $\Delta_d \neq 0$). При такой эволюции зависимости $\langle I_N \rangle$ при увеличении Δ_d приближаются к кривым 1 на рис. 3, *a, b*, которые соответствуют многомодовому поглощению в короткопериодных структурах. При этом кривые 3 на рис. 3, *a, b* имеют качественно такой же вид, что и кривые 1 и 2, относящиеся к периодическим структурам. Заметим, что в структурах со сравнительно небольшим числом квантовых ям N усредненные наблюдаемые величины, в том числе и интегральное поглощение, имеют некоторую дисперсию, которая видна на рис. 3, *b* и 4, *b*.

5.2. Внутриямный беспорядок означает, что квантовые ямы центрированы в узлах одномерной решетки с периодом d , а экситонные частоты (14) для каждой ямы являются независимыми случайными величинами. Спектры поглощения $A_N^{(p)}(\omega)$ и их интегралы $I_N^{(p)}$ для p -й реализации структуры вычислялись в предположении, что случайные частоты (14) в ямах распределены однородно в интервале шириной $2\sqrt{3}\Delta_\omega$ и симметрично относительно средней частоты ω_0 . На рис. 5, *a* кривой 1

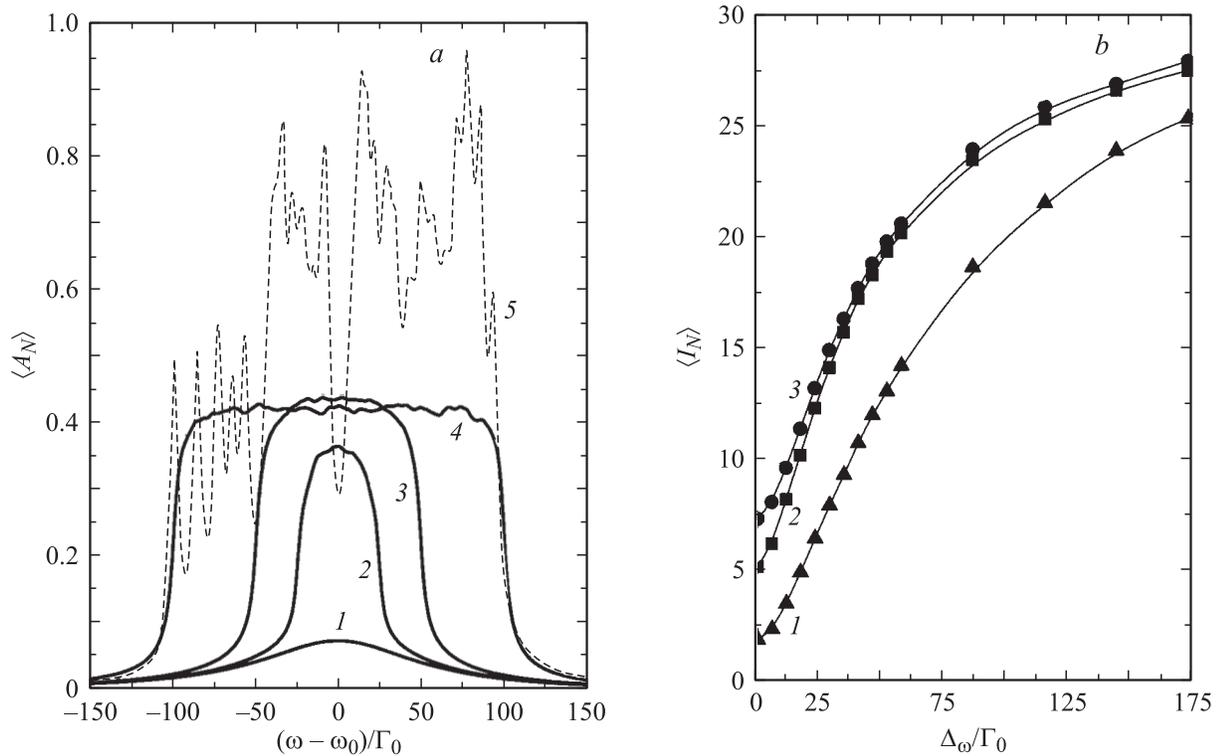


Рис. 5. *a*) Усредненные спектры поглощения $\langle A_N(\omega) \rangle$ для структур с внутренним беспорядком при $2d/\lambda_B = 1$ и $\Delta_\omega/\Gamma_0 = 0$ (1), 15 (2), 30 (3), 60 (4). Штриховой линией 5 показан спектр $A_N^{(p)}(\omega)$ для одной из реализаций структуры с $\Delta_\omega/\Gamma_0 = 60$. *b*) Усредненное интегральное поглощение $\langle I_N \rangle$ в зависимости от Δ_ω/Γ_0 при $2d/\lambda_B = 1$ (1), 0.98 (2), 0.8 (3). Расчет при $N = 50$ путем усреднения по $P = 100$ реализациям в случае $\Delta_\omega/\Gamma_0 = 15$ и по 500 реализациям при больших Δ_ω . Значения остальных параметров те же, что на рис. 1.

представлен спектр поглощения „эталонной“ брэгговской структуры ($2d/\lambda_B = 1$, $\Delta_\omega = 0$), а кривые 2–4 показывают результаты усреднения спектров $A_N^{(p)}(\omega)$ по ансамблю реализаций с $d = \lambda_B/2$. Спектры поглощения $A_N^{(p)}(\omega)$ существенно различаются для разных реализаций; их особенности при достаточно большом разбросе экситонных частот ($\Delta_\omega > N\Gamma_0$) иллюстрируются штриховой кривой 5 на рис. 5, *a*. Видно, что спектр реализации $A_N^{(p)}(\omega)$ имеет многопиковую структуру, создаваемую большим числом локализованных поглощающих мод с разными резонансными частотами. Кривые 2–4 на рис. 5, *a* показывают, что в результате усреднения по реализациям спектральная структура существенно сглаживается и образуется полоса поглощения вблизи средней частоты $\omega = \omega_0$. Ширина этой полосы, определяемая параметром Δ_ω , может существенно превышать полуширину $\gamma + N\Gamma_0$ линии поглощения 1 на рис. 5, *a*, которая принадлежит „эталонной“ брэгговской структуре. Из рис. 5, *b* видно, что при усилении внутреннего беспорядка (увеличении Δ_ω) усредненное интегральное поглощение $\langle I_N \rangle$ существенно возрастает из-за активизации в поглощении все большего числа мод.

Зависимость усредненного интегрального поглощения $\langle I_N \rangle$ от γ/Γ_0 и N в случае междуянного беспорядка показана кривыми 4 на рис. 3, *a* и *b* соответственно.

Подчеркнем, что, согласно концепции неоднородного уширения, разброс экситонных частот (14) не приводит к истинному поглощению: $\langle I_N \rangle \rightarrow 0$ при $\gamma \rightarrow 0$ для кривой 4 на рис. 3, *a*, в отличие от результата работы [27]; см. также обсуждение в [28]. Вид зависимостей 4 на рис. 3, *a* и *b* качественно такой же, как соответствующих кривых 1 и 2 для периодических структур, а также кривой 3 для структур с междуянным беспорядком. Зависимости 1–4 на рис. 3, *a* существенно различаются при малых значениях γ/Γ_0 . Внутряянный беспорядок, ослабляя резонансное взаимодействие между ямами, приводит при малом нерадиационном затухании экситонов к увеличению интегрального поглощения по сравнению с брэгговским режимом. При заданной величине γ для одиночной квантовой ямы из (31) и (32) получаем $I_{N=1} = \gamma/(\gamma + \Gamma_0)$, а для N нерезонансных ям интегральное поглощение равно $N \cdot I_{N=1}$. Это значение, соответствующее сильному внутряянному беспорядку, при $\gamma \ll N\Gamma_0$ существенно превосходит величину $N\gamma/(\gamma + N\Gamma_0)$ из (32), относящуюся к поглощению в брэгговской структуре с N ямами. Однако в пределе $\gamma/(N\Gamma_0) \gg 1$ зависимости интегрального поглощения от γ для брэгговской структуры и структуры с сильным междуянным беспорядком сближаются и стремятся к пределу, равному N .

6. Заключение

Зависимость интегрального поглощения от параметра нерезонансного затухания экситонов (температуры) качественно одинакова для короткопериодных и брэгговских структур с квантовыми ямами. Наличие такой зависимости интегрального поглощения в спектральной области низкоразмерных (локализованных) экситонов свидетельствует об электромагнитном (экситон-поляритонном) характере переноса энергии. В брэгговских структурах, где поглощение обусловлено единственной сверхизлучательной модой, интегральное поглощение существенно меньше по величине, чем в короткопериодных структурах.

В периодических структурах интегральное поглощение связано с переизлучением низкоразмерных экситонов вдоль цепочек резонансных квантовых ям в отсутствие „механического“ переноса экситонов. Однако предположение о периодичности цепочки не критично для существования электромагнитного переноса: в случае неупорядоченной структуры те же рассуждения применимы к перколяционным областям, по которым осуществляется резонансный энергоперенос. Таким образом, и в неупорядоченных структурах возможен перенос энергии возбуждения путем переизлучения между почти резонансными квантовыми ямами. Когерентный характер возбуждения экситонов (дипольных осцилляторов) в таких структурах определяется электромагнитной составляющей поляритона, для которой длина волны существенно больше, чем экситонные длины локализации. В реальных структурах с квантовыми ямами (очень тонких образцах) число возможных переизлучений невелико, из-за чего система оказывается открытой, а ее интегральное поглощение — существенно зависящим от отношения между параметрами нерезонансного и резонансного затуханий низкоразмерных экситонов. В неупорядоченных системах, где имеется случайная расстройка экситонных частот в разных ямах или расстояний между резонансными ямами, интегральное поглощение увеличивается с усилением беспорядка. При сильной разупорядоченности структуры оно может достигнуть значений, характерных для нерезонансных квантовых ям.

Список литературы

- [1] А.С. Давыдов. Теория твердого тела. Наука, М. (1976). 639 с.; M. Crescenzi, G. Harbeke, E. Tosatti. *Solid State Commun.* **32**, 777 (1979); Н.Н. Ахмедиев. *ЖЭТФ* **79**, 1534 (1980); J.S. Nkoma. *Phys. Stat. Sol. (b)* **97**, 657 (1980); G. Battaglia, A. Quattropani, P. Schwendimann. *Phys. Rev. B* **34**, 8258 (1986).
- [2] Ф.И. Крейнгольд, В.Л. Макаров. Письма в *ЖЭТФ* **20**, 441 (1974); J. Voigt. *Phys. Stat. Sol. (b)* **64**, 549 (1974); Н.Н. Ахмедиев, Г.П. Голубев, В.С. Днепровский, Е.А. Жуков. *ФТТ* **25**, 2225 (1983); Г.Н. Алиев, О.С. Кошуг, Р.П. Сейсян. *ФТТ* **36**, 373 (1994).
- [3] R. Loudon. *J. Phys. A* **3**, 233 (1970).
- [4] V.A. Kosobukin, R.P. Seisyan, S.A. Vaganov. *Semicond. Sci. Technol.* **8**, 1235 (1993).
- [5] W.Z. Shen, S.C. Shen, W.G. Tang, S.M. Wang, T.G. Andersson. *J. Appl. Phys.* **78**, 1178 (1995).
- [6] G.N. Aliev, V.A. Kosobukin, N.V. Luk'yanova, M.M. Moiseeva, R.P. Seisyan, H. Gibbs, G. Khitrova. *Inst. Phys. Conf. Ser. 155 (Ch. 2)*, 165 (1997).
- [7] R.P. Seisyan, V.A. Kosobukin, S.A. Vaganov, M.S. Markosov, T.S. Shamirzaev, K.S. Zhuravlev, A.K. Bakarov, A.I. Toropov. *Phys. Stat. Sol. (c)* **2**, 900 (2005).
- [8] Р.П. Сейсян, В.А. Кособукин, М.С. Маркосов. *ФТП* **40**, 1321 (2006).
- [9] В.А. Кособукин, М.М. Моисеева. *ФТТ* **37**, 3694 (1995).
- [10] В.А. Кособукин. *ФТТ* **40**, 824 (1998).
- [11] V.A. Kosobukin. *Phys. Stat. Sol. (b)* **108**, 271 (1998).
- [12] Е.Л. Ивченко, А.И. Несвижский, С. Йорда. *ФТТ* **36**, 2118 (1994).
- [13] Y. Merle d'Aubigné, A. Wasiela, H. Mariette, T. Dietl. *Phys. Rev. B* **54**, 14 003 (1996).
- [14] Е.Л. Ивченко, В.П. Кочерешко, А.В. Платонов, Д.Р. Яковлев, А. Ваар, В. Оссау, Г. Ландвер. *ФТТ* **39**, 2072 (1997).
- [15] E.L. Ivchenko. *Optical spectroscopy of semiconductor nanostructures*. Alpha Science International, Harrow, U.K. (2005). 427 p.
- [16] E.L. Ivchenko, M.M. Voronov, M.V. Erementchouk, L.I. Deych, A.A. Lisyansky. *Phys. Rev. B* **70**, 195 106 (2004).
- [17] J.D. Joannopoulos, R.D. Meade, J.N. Winn. *Photonic crystals. Molding the flow of light*. Princeton University Press, Princeton (1995). 137 p.
- [18] В.А. Кособукин. *ФТТ* **45**, 1091 (2003).
- [19] Ю.Н. Демков, В.Н. Островский. *Метод потенциалов нулевого радиуса в атомной физике*. Изд-во ЛГУ, Л. (1975). 240 с.
- [20] R.L. Greene, K.K. Bajaj, D.E. Phelps. *Phys. Rev. B* **29**, 1807 (1984).
- [21] D.S. Citrin. *Phys. Rev. B* **47**, 3832 (1993).
- [22] И.М. Лифшиц, С.А. Гредескул, Л.А. Пастур. *Введение в теорию неупорядоченных систем*. Наука, М. (1982). 358 с.
- [23] М.Р. Владимирова, Е.Л. Ивченко, А.В. Кавокин. *ФТП* **32**, 101 (1998).
- [24] Б.И. Шкловский, А.Л. Эфрос. *Электронная теория легированных полупроводников*. Наука, М. (1978).
- [25] S. Rudin, T.L. Reinecke, B. Segall. *Phys. Rev. B* **42**, 11 218 (1990).
- [26] V. Srinivas, J. Hryniewicz, Y.J. Chen, C.E.C. Wood. *Phys. Rev. B* **46**, 10 193 (1992).
- [27] L.C. Andreani, G. Panzarini, A.V. Kavokin, M.R. Vladimirova. *Phys. Rev. B* **57**, 4670 (1998).
- [28] G. Malpuech, A. Kavokin. *Semicond. Sci. Technol.* **14**, 1031 (1999).