

- [5] Hall T.J., Fiddly M.A. // Opt. Lett. 1980, V. 5. P. 601-605.
- [6] Князьков А.В., Кожевников Н.М., Кузьминов Ю.С., Полозков Н.М., Сайкин А.С., Сергущенко С.А. // ЖТФ. 1984. Т. 54. В. 9. С. 1737-1741.
- [7] Степанов S.I., Петров M.P. // Opt. Comm. 1985. V. 53. N 5. P. 292-295.

Физико-технический  
институт им. А.Ф. Иоффе  
АН СССР, Ленинград

Поступило в Редакцию  
21 декабря 1988 г.

Письма в ЖТФ, том 15, вып. 15 12 августа 1989 г.

01; 05.4

РАСПРОСТРАНЕНИЕ НОРМАЛЬНОЙ ФАЗЫ  
С РАСТУЩИМ ТЕМПЕРАТУРНЫМ УРОВНЕМ  
В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ

Ю.М. Львовский

1. При создании перспективных композитных высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП), стабилизированных нормальным металлом, одним из главных вопросов является их тепловая устойчивость. Отвлекаясь от деталей в описании сверхпроводящего перехода, можно указать ряд особенностей тепловых процессов в таких ВТСП, связанных с теплофизическими свойствами нормальной подложки при азотных температурах [1-3]. Так, из-за линейного роста ее сопротивления с температурой при токах выше предельного  $i^*$  исчезает устойчивое состояние равновесия в нормальной области [3], что приводит к неограниченному разогреву нормальной зоны. До сих пор анализ теплового распространения нормальной фазы касался лишь волн переброса конечной амплитуды, характерных для бистабильных („триггерных“) диссипативных сред [4-6]. Исследование распространения волны при отсутствии равновесного гребня, в „моностабильной“ среде, представляет значительный интерес, как общефизический для различных автоволновых (АВ) систем, так и конкретный для ВТСП, где этот режим отвечает основной области параметров [3]. Ниже показано, что такая волна, несмотря на неограниченно растущий гребень, обладает постоянной скоростью переднего фронта. Определена зависимость скорости от тока.

2. Температурный профиль в тонком ВТСП описывается одномерным уравнением теплопроводности в безразмерных величинах [3]

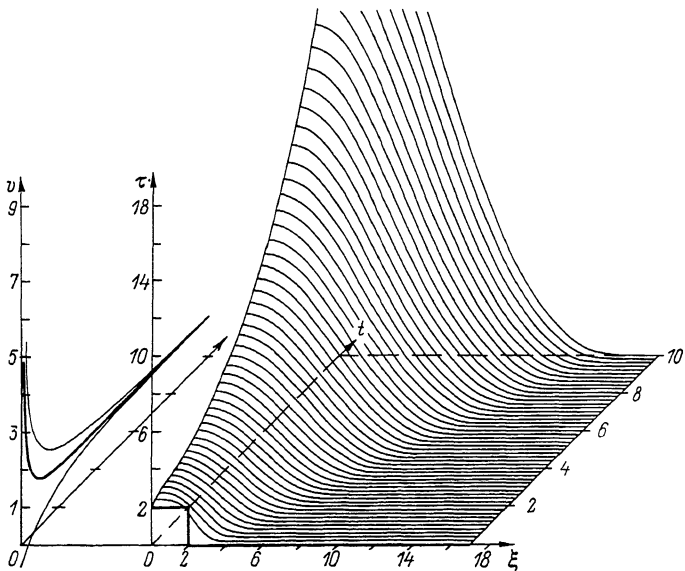


Рис. 1. Численное моделирование тепловой волны при отсутствии равновесного нормального состояния ( $\alpha = 2$ ,  $r' = 0.8$ ,  $i = 0.9$ ). Семейство кривых  $v(t)$  соответствует различным начальным условиям, жирная кривая - профилю справа.

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = \frac{\partial^2 \tau}{\partial \xi^2} + \varphi(\tau, i); \quad \varphi = \alpha i^2 \rho(\tau, i) - \tau, \quad (1)$$

где  $t$  и  $\xi$  - время и координата,  $\tau$  - температура,  $i$  - ток,  $\rho$  - удельное сопротивление,  $\alpha$  - параметр Стекли [7]. В модели приняты постоянными теплопроводность, теплоемкость композита и коэффициент теплоотдачи, что приемлемо при высоких температурах [8], реализующихся в волне с неограниченно растущим уровнем. В качестве базовых функций  $\rho(\tau)$  брались разрывные

$$\rho = \begin{cases} 0 & \tau < \tau_c \\ 1 + r'(\tau - 1) & \tau > \tau_c \end{cases} \quad (2)$$

с  $\tau_c = 1$  (1 модель [9]) либо с  $\tau_c = 1 - i$  (П модель [10]), и непрерывная

$$\rho = \begin{cases} 0 & \tau < 1 - i \\ (\tau + i - 1)/i & 1 - i < \tau < 1 \\ 1 + r'(\tau - 1) & \tau > 1 \end{cases} \quad (3)$$

с линейной переходной областью (Ш модель [11]). Параметр  $0 < r' < 1$  характеризует линейный рост сопротивления подложки при азотных температурах [3]. При токах выше  $i^* = (\alpha r')^{1/2}$  исчезает равновесное состояние в нормальной области, и температура гребня зоны неограниченно растет.

Данный режим моделировался численно (невная разностная схема для (1)) в самом широком диапазоне параметров для всех моделей. Результаты расчетов однозначно свидетельствуют, что скорость нормальной границы  $v = d\xi/dt(\tau = \tau_c)$ , как и любой точки переднего фронта, устанавливается постоянной несмотря на экспоненциальный рост гребня (см. рис. 1). Установившаяся скорость не зависит от различий в начальных профилях, что говорит об устойчивости этого автомодельного решения. На мысль о постоянной скорости зоны с растущим гребнем наводит и то, что в бистабильной области кривая  $v(i)$  подходит к порогу  $i = i^*$  без каких-либо особенностей и может быть плавно продолжена в область  $i > i^*$ .

3. Полученный результат легко объясним в рамках АВ задачи Колмогорова-Петровского-Пискунова (КПП) [12], относящейся к конечной волне переброса при выпуклом источнике  $0 < \varphi(\tau) \leq \varphi'(0)\tau$ ,  $\varphi(0) = \varphi(A) = 0$ . Там скорость волны  $v = 2\sqrt{\varphi'(0)}$  задается ростом источника на неустойчивой ветви и не зависит от устойчивой (падающей) ветви и равновесной температуры гребня  $A$ . Наш случай, по существу, отвечает предельному переходу  $A \rightarrow \infty$  (рис. 2, а). При этом линейно растущий источник ограничен сверху касательной  $\varphi \leq M\tau = (\varphi(\tau_c)/\tau_c)\tau$ , а значит, скорость зоны, во всяком случае, не превышает  $2\sqrt{M}$ .

С позиции предельного перехода  $A \rightarrow \infty$  можно найти скорость в разрывных моделях. Для бегущей волны  $\tau(\xi, t) = \tau(\tau = \xi + vt)$  замена  $d\tau/d\xi = y(\tau)$  в (1) приводит к задаче на собственное значение  $v$  [5]:

$$dy/d\tau = v - \varphi/y. \quad (4)$$

Фазовые кривые на плоскости  $(\tau, y)$  представляют собой при  $\tau < \tau_c$  траектории седла  $(0, 0)$ , а при  $\tau > \tau_c$  - "чистого" (линейного) узла  $(\tau_0, 0)$ , лежащего на пересечении продолжения прямой  $\varphi(\tau > \tau_c)$  с осью  $\tau$  (рис. 2, а). Решению  $y(\tau)$  при

$$\tau < \tau_c \text{ отвечает сепаратриса седла } y = \left( \frac{v}{2} + \sqrt{\frac{v^2}{4} + 1} \right) \tau, \text{ а при}$$

$$\tau > \tau_c \text{ - парабола, лежащая чуть ниже прямой } y = \sigma(\tau - \tau_0),$$

$$\sigma = \frac{v}{2} - \sqrt{\frac{v^2}{4} - \alpha i^2 r' + 1} \quad (\text{в пределе } A \rightarrow \infty \text{ - сама прямая}).$$

Из условия сшивки траекторий при  $\tau = \tau_c$

$$\left( \frac{v}{2} + \sqrt{\frac{v^2}{4} + 1} \right) \tau_c = \left( \frac{v}{2} - \sqrt{\frac{v^2}{4} - \alpha i^2 r' + 1} \right) (\tau_c - \tau_0) \quad (5)$$

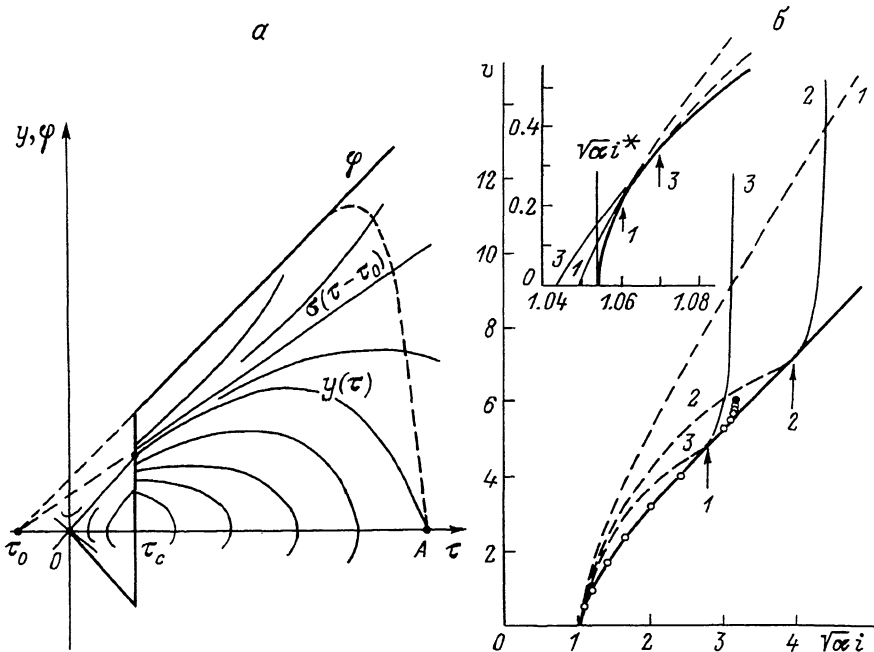


Рис. 2. К определению скорости распространения нормальной фазы. а - источник и фазовый портрет задачи (4); б - зависимость скорости от тока,  $r' = 0.9$ . Жирная кривая - формула (7); 1 - I модель ( $\alpha \rightarrow \infty$ ), 2 - II модель,  $\alpha = 20$ , 3 - то же,  $\alpha = 10$ , O - III модель, численный расчет,  $\alpha = 10$ . Стрелками отмечены токи  $i_1, i_2$  перехода к универсальной зависимости (7), пунктиром - нереализующиеся ветви зависимости (6).

находим выражение для скорости

$$v = \alpha^{1/2} - \alpha^{-1/2}, \quad (6)$$

где  $\alpha = (\alpha i^2 - 1)/(1 - r')$  в I модели, и  $\alpha = (\alpha i^2 - \alpha i^3 r' + i - 1) \times (1 - i r') / (1 - i)(1 - r')$  во II модели. Формула (6) распространяет „бистабильную зависимость“  $v(i)$  [3] на область токов  $i > i^*$ .

Однако, как следует из (5), решение (6) существует не в полном диапазоне  $i^* < i < 1$ , а лишь при соблюдении условия

$$-v\tau_0/2\tau_c > \sqrt{v^2/4 + 1},$$

которое для I модели выполнено при  $i < i_1 = [\alpha(2-1/r')]^{-1/2}$ , а для II - при  $i < i_1$  и  $i > i_2$ , где  $i_{1,2}$  - корни уравнения  $\alpha i^2(1/r'-1)^2 = (1-i)^2(\alpha i^2 - 1/r')$ . В диапазоне же  $i_1 < i < i_2$  сепаратриса седла всегда попадает выше прямой  $\sigma(\tau - \tau_0)$ , и (5) не имеет решения. Решение здесь определяется механизмом бифуркации узла  $(\tau_0, 0)$  в фокус, когда все траектории при  $\tau > \tau_c$  закручиваются [5], при этом

$$v = 2\sqrt{\alpha i^2 r' - 1}. \quad (7)$$

Выражение (7) соответствует формуле КПП [12] с заменой  $\varphi'(0)$  на  $\varphi'(\tau > \tau_c)$ . Физически это означает, что рост линейного участка  $\varphi(\tau > \tau_c)$  настолько значителен, что скорость волны определяется развитием тепловых возмущений лишь на нем, а область  $\tau < \tau_c$  играет роль исчезающе малого „порога“ [5]. Влияние „порога“ включается лишь вблизи критического тока (при  $i > i_2$ ), или же при малых  $\varphi'(\tau > \tau_c)$  (при  $i < i_1$ ).

На рис. 2,6 приведены зависимости  $v(i)$ . Видно, как кривые в каждой из моделей в определенном диапазоне, плавно сопрягаясь, переходят в бифуркационную зависимость (7). Замечательно, что эта зависимость универсальна, определяется лишь нормальной подложкой и не зависит от модели сверхпроводящей области, что позволит с высокой точностью находить скорость зоны на практике для различных ВТСП.

Заметим, что сказанное касается лишь ВТСП с  $r' > 0.5$ . При  $r' < 0.5$ , а также при малых  $\alpha$ , решение (6) уравнения (5) применимо в полном диапазоне  $i^* < i < 1$  и лежит выше кривой (7). Однако для большинства перспективных ВТСП  $r' > 0.5$ ,  $\alpha \gg 1$  [3], и универсальная зависимость (7) будет занимать основную область рабочих токов.

Итак, в распространении нормальной фазы по ВТСП можно выделить три режима. При  $i < i^*$  движется обычная бистабильная волна конечной амплитуды. При  $i > i^*$  система „моностабильна“, и в ней распространяется автоволна с экспоненциально растущим гребнем и постоянной скоростью фронта. Однако если в диапазонах  $i < i_1$ ,  $i > i_2$  эта скорость определяется всей формой источника, то в диапазоне  $i_1 < i < i_2$  - лишь ростом сопротивления нормальной подложки (бифуркационная формула (7)). Важный вывод состоит также в неожиданно широкой применимости классической АВ теории КПП к „моностабильным“ средам с неограниченно растущим источником, обладающим линейной скоростью роста.

Автор признателен В.А. Альтову за полезные обсуждения.

#### С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Гуревич А.Вл., Минц Р.Г., Рахманов А.Л. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. № 6. С. 561-564.

- [2] Альтов В.А., Ахметов А.А., Сычев В.В. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. № 14. С. 1307-1311.
- [3] Альтов В.А., Львовский Ю.М., Сычев В.В. // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. № 2. С. 34-39.
- [4] Гуревич А.Вл., Минц Р.Г. Тепловые автоволны в нормальных металлах и сверхпроводниках, М.: ИВТАН, 1987. 165 с.
- [5] Львовский Ю.М. // ЖТФ. 1984. Т. 54. № 9. С. 1663-1670.
- [6] Васильев В.А., Романовский Ю.М., Яхно В.Г. Автоволновые процессы, М.: Наука, 1987. 240 с.
- [7] Альтов В.А., Зенкевич В.Б., Кремлев М.Г., Сычев В.В. Стабилизация сверхпроводящих магнитных систем, М.: Энергоатомиздат, 1984. 312 с.
- [8] Кожевников И.Г., Новицкий Л.А. Теплофизические свойства материалов при низких температурах: Справочник, М.: Машиностроение, 1982. 328 с.
- [9] Broom R.F., Rhoderick E.H. // Brit. J. Appl. Phys. 1960. V. 11. N 7. P. 291-296.
- [10] Keilin V.E., Klimenko E.Yu., Kremlev M.G., Samoilov N.B. - In: Les Champ Magnetiques Intenses. CRNS, Paris, 1967. P. 231.
- [11] Altov V.A., Kremlev M.G., Sytchev V.V., Zenkevitch V.B. // Gryogenics. 1973. V. 13. N 7. P. 420-422.
- [12] Колмогоров А.Н., Петровский И.Г., Пискунов Н.С. // Бюлл. МГУ, Сер. матем. и механ. 1937. Т. 1. С. 6.

Институт геотехнической  
механики АН УССР,  
Днепропетровск

Поступило в Редакцию  
23 мая 1989 г.