

01; 08

К ВОПРОСУ О РАССЕЯНИИ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ  
НА ОБЛАКЕ ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ

А.А. Дойников, С.Т. Завтрак

В работах, посвященных изучению газожидкостных сред, выяснено, что жидкость с пузырьками газа обладает рядом свойств, аналогичных свойствам других физических сред. Так, например, в работе [1] показано, что в жидкости с пузырьками газа даже в отсутствии каких-либо диссипативных процессов звуковая волна затухает до конца за счет процесса, аналогичного затуханию Ландау в физике плазмы. Или, например, в работе [2] рассмотрено усиление и генерация когерентного акустического излучения в системе первоначально некогерентных осцилляторов, какими являются пузырьки газа в жидкости. Хорошо известно, что подобный эффект имеет место для электромагнитных осцилляторов и широко используется в устройствах для генерации электромагнитных волн миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов.

В настоящей работе показано, что сферическое облако газовых пузырьков, подобно некоторой упругой сфере, имеет собственные резонансные частоты (моды), которые определяются не резонансными частотами пузырьков, а параметрами облака как единого объекта, т.е. его размерами и упругостью (удельным газосодержанием).

Обратимся к результатам работы [3], в которой рассматривалось рассеяние низкочастотной звуковой волны на сферическом облаке газовых пузырьков. Как известно (см., например, [4]), наличие газовых пузырьков в жидкости приводит к изменению длины звуковой волны, причем длина низкочастотной волны уменьшается (низкочастотной считается волна, круговая частота  $\omega$  которой много меньше резонансной круговой частоты пузырьков  $\omega_0$ ). В работе [3] этот факт использовался для объяснения эффекта образования устойчивых гроздей из пузырьков. Попутно было отмечено, что при  $kR \ll 1$  и  $Re[k_1]R \gg 1$  отражение звуковой волны от облака происходит по типу отражения от свободной поверхности, т.е. с изменением фазы на  $\pi$ . Здесь  $k$  — волновое число в чистой жидкости,  $Re[k_1]$  — действительная часть волнового числа  $k_1$  микронеоднородной среды,  $R$  — радиус облака. Однако от внимания автора ускользнул один интересный факт: при определенных значениях  $k_1 R$  облако начинает резонировать. При этом амплитуда рассеянной волны существенно больше ее амплитуды в нерезонансном случае. Покажем это.

Воспользуемся выражением для рассеянной волны, полученным в работе [3]:

$$P_r = A \cdot \exp(-i\omega t) \cdot b_0 \cdot h_0^{(1)}(kr),$$

$$b_0 = - \frac{j_0(kR) \cdot j_0'(k_1 R) - j_0'(kR) \cdot j_0(k_1 R)}{h_0^{(1)}(kR) \cdot j_0'(k_1 R) - h_0^{(1)'}(kR) \cdot j_0(k_1 R)}.$$

Здесь  $P_r$  — давление рассеянной волны,  $A$  — амплитуда падающей на облако звуковой волны,  $h_0^{(1)}(kr)$  — сферическая функция Ханкеля,  $j_0(kr)$  — сферическая функция Бесселя. Напомним, что начало сферической системы координат находится в центре облака, а ось  $z$  направлена по  $\vec{k}$ .

Найдем значения  $k_1 R$ , при которых  $|b_0|$  и амплитуда рассеянной волны достигает экстремума. При этом учтем, что, во-первых,  $kR \ll 1$ , и, во-вторых, для низкочастотной волны  $k_1$  можно считать действительной величиной [3]. Возьмем производную от  $|b_0|$  по  $k_1 R$  и приравняем ее к нулю. Получим следующее уравнение:

$$\frac{\sin(k_1 R) \cos^2(k_1 R)}{(k_1 R)(kR)^2} + \frac{\sin^2(k_1 R) \cos(k_1 R)}{(k_1 R)^2} - \frac{\sin(k_1 R)}{(k_1 R)} - \frac{\cos(k_1 R)}{(kR)^2} = 0. \quad (1)$$

Из уравнения (1) видно, что экстремум  $|b_0|$  может достигаться при  $k_1 R \ll 1$  и

$$k_1 R \approx \frac{(2n+1)\pi}{2} + \frac{2 \cdot (kR)^2}{(2n+1)\pi},$$

где  $n = 0, 1, 2, \dots$  Первый случай рассмотрен в [3]. Он соответствует минимуму отражения. Второй случай имеет место при достаточно большом удельном газосодержании и соответствует максимуму отражения. При этом  $b_0 = -1$ , а амплитуда отраженной волны равна  $A/k$ . В нерезонансном случае амплитуда отраженной волны равна  $A \cdot R$  [3], поэтому отношение этих амплитуд равно  $1/(kR) \gg 1$ . Для значений резонансных частот получаем:

$$\omega_r = \frac{(2n+1)\pi \cdot c}{2RV\sqrt{1+\alpha\tau}}, \quad \alpha = \frac{\rho_0 c^2}{\gamma P_0},$$

где  $c$  — скорость звука в чистой жидкости,  $\tau$  — удельное газосодержание,  $\rho_0$  и  $P_0$  — соответственно невозмущенные плотность и давление жидкости,  $\gamma$  — показатель адиабаты газа, содержащегося в пузырьках. Из условия  $kR \ll 1$  можно получить ограничение сверху на значения  $n$ . Должно выполняться  $n \ll \sqrt{1+\alpha\tau}/\pi - 1/2$ . Отсюда следует, что собственные резонансные частоты появляются у облака при удельном газосодержании  $\tau \gg (\pi^2 - 4)/(4\alpha)$ . В обычных условиях для воздушных пузырьков в воде параметр  $\alpha = 1.6875 \cdot 10^4$  [3], поэтому возникновение собственных частот у облака будет происходить при  $\tau > 10^{-4}$ .

- [1] Р ю т о в Д.Д. // Письма в ЖЭТФ, 1975. Т. 22. В. 9. С. 446-449.
- [2] К о б е л е в Ю.А., О с т р о в с к и й Л.А., С о у с т о в а И.А. // Радиопизика. 1986. Т. 29. В. 9. С. 1129-1136.
- [3] З а в т р а к С.Т. // Акустический журнал, 1988. Т. 34. В. 1. С. 80-83.
- [4] К р а с и л ь н и к о в В.А., К р ы л о в В.В. Введение в физическую акустику. М.: Наука, 1984. 400 с.

Белорусский государственный университет им. В.И. Ленина, Минск

Поступило в Редакцию 15 мая 1989 г.

Письма в ЖТФ, том 15, вып. 15

12 августа 1989 г.

07

### ПСЕВДОГЛУБОКАЯ ГОЛОГРАММА С МНОГОКРАТНОЙ ЗАПИСЬЮ

Ю.Н. Д е н и с ю к, Н.М. Г а н ж е р л и

В работе [1] было введено понятие „псевдоглубокая голограмма“ - наклонная тонкая голограмма, на которой сагиттальной системой пучков зарегистрирован строчечный объект, считываемый при восстановлении голограммы только в пределах соответствующей этому объекту строки. Там же было показано, что такая голограмма по своим свойствам полностью идентична обычной голограмме, зарегистрированной в глубокой трехмерной среде. При этом роль глубины псевдоглубокой голограммы играет ее протяженность вдоль считывающего пучка.

Существенными отличительными особенностями обычной глубокой голограммы являются наличие ассоциативных свойств, а также возможность многократной записи голограмм на одном и том же участке фотоматериала.

Ассоциативные свойства псевдоглубокой голограммы были рассмотрены в работе [2]. Ниже приводятся результаты экспериментов по многократной записи псевдоглубоких голограмм. Соответствующая этому случаю геометрия записи и реконструкции приведена на рис. 1. Объект-строчка " $\alpha_1 - \alpha_n$ ", референтный источник  $R$ , а также лучи испущенного ими излучения  $RO, \alpha_1 O, \alpha_n O$  лежат в плоскости считывания - плоскость  $\mathcal{B}$  на рис. 1 Голограмма располагается