Письма в ЖТФ, том 15, вып. 14 26 июля 1989 г.

01; 04

ПРИБЛИЖЕННАЯ ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ПРОНИЦАЕМОСТИ ПОДВИЖНОЙ ГРАНИЦЫ ПЛАЗМЕННОГО ПОРШНЯ

В.С. Крутиков

Для изучения плазмы канала электрического разряда и лазерного импульса в жидкости необходимо знание функции давления $P(R(t),t)$ на изменяющейся во времени границе $R(t)$ плазменного поршня. Определить $P(R(t),t)$ можно численными методами по измеренному с помощью скоростной киносъемки изменению радиуса $R(t)$ плазменного поршня. Однако указанный метод неприемлем при наличии большой скорости испарения среды с внутренней поверхности поршня. Такая задача возникает при рассмотрении взрывного источника, например лазерного импульса, электрического разряда и т. д. в жидкости, нагретой до температуры, близкой к критической. Действие взрывного источника приводит к интенсивному испарению с внутренней подвижной поверхности плазменной полости и определение параметров источника колебаний затруднительно.

Для случая расширения плазменного поршня в безграничной сжимаемой жидкости, если при этом возмущения плотности невелики, движение среды описывается волновым уравнением независимо от того, какой подвижной границей (проницаемой или непроницаемой) оно вызвано. Случаи движения непроницаемых границ рассматривались в [1, 2]. В настоящей работе делается попытка произвести количественную оценку возмущений, возникающих при перемещении границы, законы движения которой и изменения скорости частиц среды, соприкасающейся с нею, не равны: $v(R(t),t) \neq dR(t)/dt$ – проницаемая граница.

Пусть известен закон изменения давления в точке r_1 волновой зоны $P(r_1,t) = f(t - r_1 - r_0/a)$, тогда решение волнового уравнения (сферическая симметрия), полученное операционным методом, (начальные условия нулевые) будет иметь вид: для компоненты давления и скорости частиц среды в любой точке r

$$P(r,t) = \frac{r_1}{r} f\left(t - \frac{r-r_0}{a}\right), \quad v(r,t)\frac{r^2\rho_0}{r_1} = \frac{r}{a} f\left(t - \frac{r-r_0}{a}\right) + \int_0^t f\left(t - \frac{r-r_0}{a}\right) dt, \quad (1)$$

где r_0, a, ρ_0 – начальный радиус, скорость распространения возмущений и плотность покоящейся среды. Вид функции f несет информацию о том, что распространяющиеся возмущения, описываемые волновым уравнением, индуцированы проницаемой подвижной границей.

На подвижной границе

$$P(R(t),t)=\frac{r_1}{P(t)}f\left(t-\frac{R(t)-r_0}{a}\right),\ v(R(t),t)\frac{R^2(t)\rho_0}{r_1}=\frac{R(t)}{a}f\left(t-\frac{R(t)-r_0}{a}\right)+$$
$$+\left[\int_0^t f\left(t-\frac{r-r_0}{a}\right)dt\right]_{r=R(t)}. \qquad (2)$$

Здесь $v(R(t),t)$ – скорость частиц среды, соприкасающихся с проницаемой подвижной границей. Для вычисления по формулам (2) при решении обратных задач необходимо знание величины $R(t)$. Изменение радиуса подвижной проницаемой границы (ППГ) можно определить следующим образом.

Изменение объема в единицу времени dV/dt по „наблюдаемому" изменению радиуса подвижной границы в рассматриваемом случае будет иметь две составляющие:

$$\frac{dV}{dt}=\frac{dV_1}{dt}+\frac{dV_2}{dt}, \qquad (3)$$

где dV_1/dt – изменение объема, которое обуславливает изменение скорости частиц среды, соприкасающихся с подвижной границей; dV_2/dt – изменение объема, вызванное испарением с внутренней поверхности подвижной границы наблюдаемого радиуса.

Известно физическое свойство [3, стр. 345] – объем жидкости, протекающий через замкнутую поверхность, равен изменению объема в единицу времени, т.е. $dV_1/dt=4\pi r^2 v(r,t)$, где v – второе соотношение из (1). Оно имеет место в любой точке, включая подвижные границы. Тогда из (3) можно получить

$$\frac{[R^3(t)-r_0^3]\rho_0}{3r_1}\left[\int_0^t\frac{r}{a}f\left(t_1-\frac{r-r_0}{a}\right)dt+\int_0^t\!\!\int_0^t f\left(t-\frac{r-r_0}{a}\right)dt\,dt\right]_{r=R(t)}+\frac{V_2\rho_0}{4\pi r_1}. \qquad (4)$$

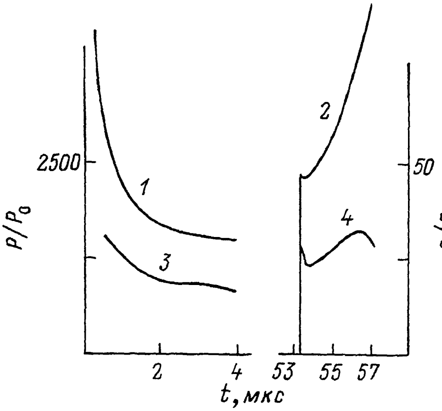
Вычисление $R(t)$ из этого кубического уравнения производится как и в случае непроницаемых границ [4].

Скорость испарения $\dot{R}_2(t)$ с внутренней поверхности подвижной границы можно определить, зная $R(t)$ и функцию f, из соотношения

$$R^2(t)\dot{R}(t)=\frac{r_1}{\rho_0}\left\{\frac{r}{a}f(\xi)+\int_0^t f(\xi)dt\right\}_{r=R(t)}+R^2(t)\dot{R}_2(t),\ \xi=t-\frac{r-r_0}{a}, \qquad (5)$$

где $\dot{R}(t)$ – скорость изменения радиуса подвижной границы.

Решения (1), (2) тождественны полученным ранее [1, 2, 4] для непроницаемых границ. Физический смысл функций в (1), (2) будет другой, соответствующий ППГ. Учет проницаемости добавляет к рассматриваемым еще одну неизвестную функцию – скорость



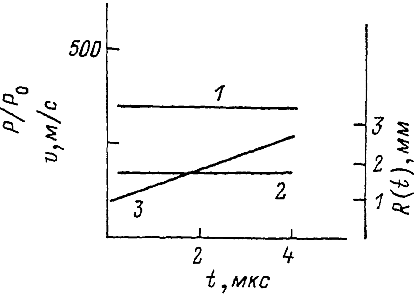


Рис. 1. Изменение во времени давления на подвижных границах с учетом нелинейного члена интеграла Коши-Лагранжа [7] и в точке r_1 : непроницаемой (1) и (2), проницаемой (3) (реконструкция) и (4).

Рис. 2. Изменение скорости частиц на непроницаемой (1) и проницаемой (2) границах. Общий закон изменения радиуса подвижных границ (3).

испарения $\dot{R}_2(t)$, входящую в (3). Поэтому в случае $dR(t)/dt \neq \neq v(R(t),t)$ для вычислений по (1)-(5) должны быть известны две функции, например $R(t)$ и $v(R(t),t)$ либо f и $R(t)$, тогда как при $dR(t)/dt = v(R(t),t)$ достаточно знать одну: $R(t)$ либо f.

Полученные решения являются точными, подстановка их в волновое уравнение превращает его левую часть в нуль, при отсутствии проницаемости они переходят в полученные ранее для подвижных непроницаемых границ [1, 2, 4] и при $a \to \infty$ переходят в известные для несжимаемой жидкости. Они позволяют решать прямые и обратные задачи, при этом законы изменения радиуса подвижной границы и скорости частиц среды, соприкасающихся с нею, могут быть произвольными и различными.

На рис. 1, 2 представлены результаты расчетов с единым законом изменения радиуса и двух вариантов подвижных границ. а) Проницаемой, реконструкция по формулам (1)-(5), давление в точке r_1 аппроксимировано полиномом Лагранжа $P(r_1,t)=\sum_{m=0}^{\infty} A_m\left(t-\frac{r_1-r_0}{a}\right)^m$,

где m =0, 1, 2, 3, a =1460 м/с, r_0=1 мм, r_1 =0.08 м, A_0 = =28.34256; A_1 =-10.70496·10^6; A_2 =6.390293·10^{12}; A_3 = =-0.877844·10^{18}. б) Непроницаемой - расчет методом характеристик [4, 5] системы уравнений движения, сплошности и состояния для изоэнтропических процессов в форме Тэта

$$v_t + v v_r + \rho^{-1} P_r = 0, \quad \rho_t + (\rho v)'_r + (\nu - 1)\rho v = 0, \quad (P+B)/(P_0+B) = (\rho/\rho_0)^n \qquad (6)$$

с соответствующими граничными и начальными условиями (B, n – постоянные, ν – показатель симметрии). Закон расширения поршня $v(R(t), t) = 350\, exp(-0.001 \cdot 10^6 t)$ – кривая 1, $R(t)$ – кривая 2 рис. 2. Анализ кривых рис. 1, 2 показывает, сколь велики могут быть погрешности определения исследуемых функций по наблюдаемому изменению радиуса подвижной границы. Подобные результаты получить другими способами нельзя, метод [6] применить для обратных задач затруднительно.

Список литературы

[1] Крутиков В.С. Тезисы докладов 1У Всес. симпозиума „Методы теории идентификации в задачах измерит. техники и метрологии", 12. Новосибирск, 1985.

[2] Крутиков В.С. //Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. С. 510–514.

[3] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. М.: Гостехтеориздат, 1954. 596 с.

[4] Крутиков В.С. Одномерные задачи механики сплошной среды с подвижными границами. Киев: Наук. думка, 1985. 125 с.

[5] Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н. Системы квазилинейных уравнений и их приложение к газовой динамике. М.: Наука, 1978. 688 с.

[6] Гринберг Г.А. // ПММ. 1967. Т. 31. В. 2. С. 193–203.

Поступило в Редакцию
2 апреля 1989 г.

Письма в ЖТФ, том 15, вып. 14 — 26 июля 1989 г.

11; 12

УПРАВЛЕНИЕ ПЕРИОДОМ ПОВЕРХНОСТНОГО РЕЛЬЕФА КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕД

В.А. Логинов, А.И. Плотников,
С.И. Рембеза

Формирование периодических структур на поверхности конденсированных сред имеет актуальное значение для целей создания устройств на поверхностных акустических волнах. В этой связи перспективным является использование для формирования поверхностных периодических структур (ППС) некогерентного излучения, что позволяет