

01

ДИНАМИЧЕСКИЙ ХАОС В ГЕНЕРАТОРЕ ВАН-ДЕР-ПОЛЯ  
ПРИ РЕЗОНАНСНОМ БИГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

М.И. П и в н е н к о, А.А. Ш м а т ь к о

1. Нелинейный осциллятор является одной из простых динамических систем, в которой могут возбуждаться стохастические колебания при внешнем воздействии гармонических сигналов [1-6]. Возникновение хаоса в такой системе, как показано в [2, 3], возможно при достаточно больших амплитудах внешнего сигнала (на порядок превышающих амплитуду автоколебаний) и сильной нелинейности. В квазилинейных системах хаос наблюдается при малых амплитудах внешнего воздействия [5, 6]. В случае резонансного воздействия амплитудно-модулированного сигнала на квазилинейный осциллятор обязательным условием стохастизации колебаний, как отмечается в [6], является неизохронность резонансной системы и существование неустойчивой седловой точки на фазовой плоскости. В данной работе показано, что колебания с непрерывным спектром могут возбуждаться в квазилинейном изохронном осцилляторе (генераторе Ван-дер-Поля) при резонансном двухчастотном воздействии, когда суммарная мощность внешних сигналов близка к половинной мощности автоколебаний, а частоты этих сигналов таковы, что каждый в отдельности возбуждает квазипериодические колебания вне полосы синхронизации. Отмеченная особенность возбуждения интенсивных стохастических колебаний при разрушении квазипериодических колебаний слабым гармоническим сигналом характерна и для неизохронных нелинейных систем более общего вида [5].

2. Анализ вынужденных колебаний в неавтономном генераторе Ван-дер-Поля при резонансном бигармоническом воздействии будем проводить на основе укороченной системы уравнений квазилинейного изохронного осциллятора:

$$\frac{dx}{dt} = x(1-x^2-y^2) - \Delta\omega_1 y - \alpha_1 - \alpha_2 \cos(\Delta\omega_2 - \Delta\omega_1)t,$$

$$\frac{dy}{dt} = y(1-x^2-y^2) + \Delta\omega_1 x - \alpha_2 \sin(\Delta\omega_2 - \Delta\omega_1)t,$$

где  $F = x + iy$  - комплексная амплитуда колебаний;  $\alpha_1, \alpha_2$  - амплитуды внешних сигналов;  $\Delta\omega_1, \Delta\omega_2$  - расстройки частот этих сигналов относительно частоты автоколебаний. Система уравнений решалась численно. Устойчивость колебаний проверялась по спектру характеристических показателей Ляпунова, которые находились из совместного решения исходной и линеаризованной в окрестности фазовой траектории системы уравнений по методике работы [7]. Особенности странного аттрактора устанавливались по найденным

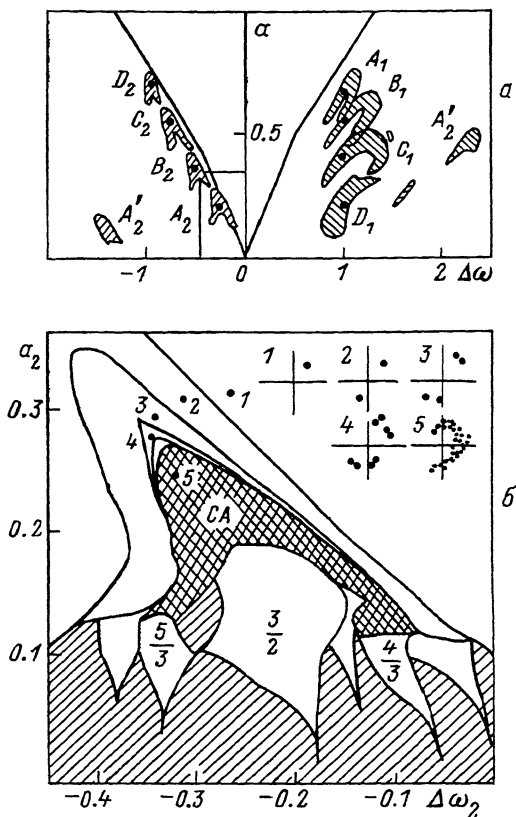


Рис. 1. Области генерации стохастических колебаний.

точечным отображениям Пуанкаре, фазовым портретам и спектру мощности колебаний.

3. В результате анализа спектра характеристических показателей Ляпунова установлено, что в системе возбуждаются, в зависимости от соотношения между амплитудами и частотами внешних сигналов, синхронные (на различных комбинационных составляющих частот биений одного и другого сигналов), квазипериодические и стохастические колебания. При малой суммарной мощности внешнего воздействия заметно меньшей мощности автоколебаний в системе преобладают квазипериодические колебания. С ростом интенсивности внешнего воздействия начинают расширяться полосы синхронизации и перекрываются, когда мощность внешних сигналов становится одного порядка с мощностью автоколебаний. При этом в отдельных частотных полосах наблюдается стохастизация колебаний. На рис. 1, а изображены на плоскости параметров  $\Delta\omega, \alpha$  (конус синхронизации) области существования стохастических колебаний

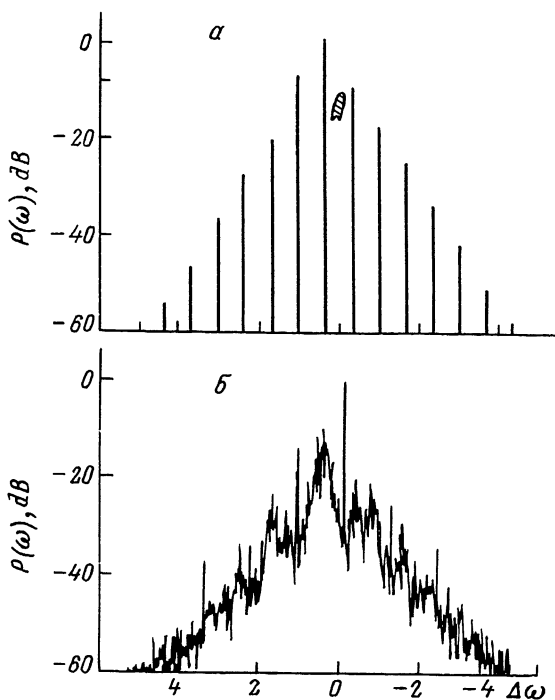


Рис. 2. Спектр мощности квазипериодических (а) и стохастических (б) колебаний.

при различных соотношениях между параметрами сигналов. Для каждой фиксированной пары значений  $\alpha_1$  и  $\Delta\omega_1$  существует область значений параметров другого сигнала  $\alpha_2, \Delta\omega_2$  (и наоборот), в которых наблюдается хаос. Одна область хаоса находится вблизи основной гармоники частоты биений, другие на высших. Суммарная мощность сигналов для всех случаев в основной области остается примерно одинаковой и равной 0.5 мощности автоколебаний. Соотношение частот такое, что частота одного из сигналов должна находиться между первой и второй гармониками частоты биений другого сигнала и автоколебаний. По мере уменьшения амплитуды одного из сигналов  $\alpha_1$  частота биений увеличивается, и область расстройек частот второго сигнала  $\Delta\omega_2$ , в которых возбуждаются стохастические колебания, сдвигается влево. Области хаоса на гармониках частоты биений помечены штрихом  $A'_2$ . Когда второй сигнал находится в области параметров  $A'_2$ , одна из его гармоник оказывается в основной области и для нее выполнены необходимые

условия возникновения хаоса. Внутренняя структура областей стохастического поведения динамической системы однотипна, поэтому целесообразно рассмотреть более подробно одну из них. На рис. 1, б изображены бифуркационные линии, на которые происходит изменение типа вынужденных колебаний. Анализ точечных отображений Пуанкаре показывает, что по мере увеличения амплитуды одного из сигналов  $\alpha_2$  система переходит от квазипериодических колебаний к синхронным на комбинационной гармонике и переходит к стохастическим колебаниям после нескольких бифуркаций удвоения периода, этой гармонике или жестко, например, для гармонике 3-2 при  $-0.26 \leq \Delta\omega_2 \leq -0.15$ . Отметим, что область существования стохастических колебаний не является сплошной, а изрезана резонансами на комбинационных гармониках. Среднее значение максимального показателя Ляпунова в полосе существования динамического хаоса близко к значению 0.1, указывающему на потерю корреляции за несколько периодов огибающей вынужденных колебаний.

На рис. 2 показан спектр мощности  $P(\omega)$  квазипериодических колебаний при воздействии на систему одного гармонического сигнала и спектр стохастических колебаний при наличии дополнительного сигнала малой амплитуды. На спектрограмме квазипериодических колебаний отмечены области параметров второго сигнала ( $\alpha_2, \Delta\omega_2$ ), при которых возникают стохастические колебания. Основная область находится посередине между первой и второй гармоникой частоты биений квазипериодических колебаний. Анализ структуры точечных отображений Пуанкаре для колебаний с непрерывным спектром указывает на их масштабную инвариантность, подтверждая существование в фазовом пространстве странного аттрактора.

4. Проведенные численные эксперименты показывают, что неизохронность колебаний и наличие неустойчивой седловой точки не являются необходимыми условиями существования динамического хаоса в нелинейном осцилляторе. Интенсивные стохастические колебания со всеми присущими им характерными признаками могут возбуждаться в более простом изохронном квазилинейном неавтономном осцилляторе – генераторе Ван-дер-Поля с резонансным двухчастотным воздействием при разрушении квазипериодических колебаний слабым сигналом, находящимся вне области синхронизации.

#### С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] К а н е к о К. // Prog. Theor. Phys. 1982. V. 68. № 2. P. 669-672.
- [2] Д м и т р и е в А.С., К и с л о в В.Я. // РиЭ. 1982. Т. 27. № 12. С. 2454-2456.
- [3] Д м и т р и е в А.С., К и с л о в В.Я., С п и р о А.Г. // РиЭ. 1983. Т. 28. № 12. С. 2430-2459.
- [4] К е н е д у М.Р., С h u a L.O. // IEEE Tr. on Cir. and Sist. 1986. V. CAS-33. № 10. P. 974-980.
- [5] Ш м а т ь к о А.А. // ДАН УССР. Сер.А. 1987. № 9. С. 63-67.

- [6] Белогорцев А.Б., Ваврич Д.М., Третьяков О.А. // ЖТФ. 1988. Т. 58, № 2, С. 284-293.
- [7] Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L., Vastano J.A. // Physica. 1985. V. 16D, P.285-317.

Харьковский государственный университет им. А.М. Горького

Поступило в Редакцию  
9 февраля 1989 г.

Письма в ЖТФ, том 15, вып. 9

12 мая 1989 г.

06.3; 07

### ДИФРАКЦИЯ СВЕТА НА ПОЛОСОВОЙ ДОМЕННОЙ СТРУКТУРЕ С ВОЛНИСТЫМИ ГРАНИЦАМИ

Р.М. Г р е ч и ш к и н, Ю.Н. З у б к о в,  
Д.И. С е м е н ц о в

Интерес к доменным структурам с двумерной регулярностью (например, решеткам цилиндрических магнитных доменов), реализуемым в эпитаксиальных пленках феррит-гранатов с преобладающей одноосной анизотропией, и дифракции света на этих структурах [1-4] обусловлен широкими возможностями их практического использования в опто- и микроэлектронике.

В настоящей работе сообщается о новых дифракционных эффектах, полученных на пленках  $Bi$ -замещенных гранатов со специфической полосовой доменной структурой (ПДС). Ее особенностью является двумерная регулярность, проявляющаяся как в периодичности доменов, так и отдельной доменной границы (ДГ).

В эксперименте исследовались эпитаксиальные пленки композиции  $(BiLu)_3Fe_5O_{12}$ , выращенные на подложках гадолиний-галлиевого граната с ориентацией (111). Образец имел следующие параметры: толщина  $L = 13.5$  мкм, равновесный период ПДС  $D = 5.5$  мкм, удельное фарадеевское вращение  $\theta_F = 1.2$  град/мкм,  $4\pi M_S = 1850$  гс, поле одноосной анизотропии  $H_K = 1110$  э.

На рис. 1, а представлено изображение исходной лабиринтной ДС, полученное в проходящем свете в отсутствие магнитного поля при установке анализатора и поляризатора на контраст ДГ. Для данной ДС характерна извилистость ДГ, отчетливо проявляющаяся на линейных участках. При включении плоскостного поля  $H$ , превышающего поле насыщения  $H_S \approx 400$  э, и при последующем его понижении в пленке реализуется четко выраженная ПДС с волнистыми доменными границами (рис. 1, б). Указанная структура, снятая при установке анализатора и поляризатора на максимальный контраст доменов, представлена на рис. 1, в. Та же ДС, но снятая