Письма в ЖТФ, том 15, вып. 2 26 января 1989 г.

01; 05.2; 08

УЕДИНЕННЫЕ АКУСТОЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В КРИСТАЛЛАХ С НЕЛИНЕЙНОЙ ЭЛЕКТРОСТРИКЦИЕЙ

Г.Н. Бурлак

Известно, что при распространении световых волн в средах с кубической нелинейностью могут формироваться нелинейные самосжимающиеся импульсы [1]. Однако общая картина значительно усложняется, если в такой среде имеет место взаимосвязь электромагнитных волн с акустическими [2].

Ниже показано, что в анизотропных кристаллах с квадратичной электрострикцией при нелинейном акустоэлектромагнитном взаимодействии могут формироваться уединенные волны огибающей. В ходе эволюции последние усиливаются и резко сжимаются, причем их скорость оказывается порядка скорости звука. На основе найденного точного решения нелинейных уравнений выявлен ряд особенностей такого процесса, связанных с пороговым распадом начальной затравки на несколько импульсов, а также с поглощением звука.

Рассмотрим одноосный кристалл симметрии $3m$, система координат которого совмещена с кристаллографическими осями. Исследуем взаимодействие параллельно распространяющихся вдоль x обыкновенной и необыкновенной электромагнитных волн с поперечной акустической волной:

$$\vec{E}_{1,2}=\mathcal{E}_{1,2}\,\vec{e}_{y,z}\,e^{i\theta_{1,2}}+\text{к.с.},\qquad \vec{u}=U\cdot[\vec{e}_y+\alpha\vec{e}_z]\,e^{i\theta_3}+\text{к.с.},\tag{1}$$

где $\theta_{1,2}=\omega_{1,2}t-k_{1,2}x$, $\theta_3=\Omega t-Kx$; $\mathcal{E}_{1,2}$ и U – медленно меняющиеся амплитуды волн, α = 0.86 [3]. Ввиду того, что для рассматриваемых волн соответствующие константы линейной (по звуку) электрострикции равны нулю ($a_{45}=a_{46}=0$), нижайшей нелинейностью, обуславливающей взаимодействие, служит нелинейная (квадратичная) электрострикция, что отвечает в свободной энергии слагаемым вида

$$g_0u^2E_1^2+g_e u^2E_2^2+g_3u^2E_1E_2.\tag{2}$$

Здесь g_i –эффективные компоненты тензора квадратичной электрострикции (обычно $g_0/g_e\sim n_0/n_e$, где $n_{0,e}$ – показатели преломления). Наиболее выраженным такое взаимодействие будет при выполнении резонансных условий вида $\omega_1-\omega_2=2\Omega$, $k_1-k_2=2K+\Delta k$, где Δk – малая расстройка. При этом частота звука равна $\Omega \simeq s(n_o - n_e)\omega_1/2c$.

Учитывая слабость нелинейности, нетрудно получить динамические уравнения для комплексных амплитуд волн. Первые два слагаемых в (2) отвечают нерезонансному взаимодействию, приводящему к характерной для данных процессов осцилляции относительной фазы, связанной с перенормировкой фазовой скорости волн в кубически нелинейной среде. Можно показать, что при выборе $\Delta k = g_0 K \mathcal{E}_{10}^2/4\pi\rho s^2$, где $\mathcal{E}_{10}$ – входная амплитуда волны накачки, относительная фаза стабилизируется и взаимодействие будет оптимальным. В этом случае уравнения для модулей амплитуд волн приобретают следующий вид

$$\frac{\partial A_{1,2}}{\partial \xi} = \mp A_{1,2}A_3^2, \quad \left(\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \tau} + \Gamma\right)A_3 = A_1 A_2 A_3, \tag{3}$$

где использованы безразмерные переменные $A_1 = \mathcal{E}_1/\mathcal{E}_{10}$, $A_2 = (\mathcal{E}_2/\mathcal{E}_{10})\cdot(\alpha_1/\alpha_2)^{1/2}$, $A_3 = (U/\mathcal{E}_{10})(\alpha_1/\alpha_3)^{1/2}$, $\alpha_{1,2} = k_{1,2}Kg_3/4n_{oe}^2$, $\alpha_3 = g_3 K/8\pi\rho s^2$, $\xi = x/l_H$, $\tau = st/l_H$, $l_H = [\alpha_1/\alpha_2 a_3^2 \mathcal{E}_{10}^4]^{1/2}$ – характерный пространственный масштаб, связанный с рассматриваемой нелинейностью, $\Gamma = \gamma l_H$, γ – коэффициент поглощения звука, s – скорость звука, ρ – плотность. При получении (3) учитывалось [4] $s/c \sim 10^{-5} \ll 1$. Далее исследуем простейшую ситуацию, когда на границе при $\xi = -\infty$ в кристалл вводится электромагнитная волна накачки $A_1 = 1$, а $A_{2,3} = 0$, причем при $\tau = 0$ в кристалле имеется начальная звуковая затравка $A_3(\xi, 0) = A_{30}(\xi)$.

Как нетрудно убедиться, в пренебрежении поглощением волн ($\Gamma \to 0$) точное решение нелинейной системе (3) имеет вид

$$A_1 = (1-P^2)^{1/2}, \quad A_2 = P, \quad A_3 = A_{30}(\xi - \tau)\cdot P/\sin Q, \tag{4}$$

где $P = [1 + (ctg Q - \tau)^2]^{-1/2}$, $\quad Q = \int_{-\infty}^{\xi-\tau} A_{30}^2(\xi')\,d\xi'$.

Важно, что в (4) входит неконкретизованная заранее огибающая начальной затравки $A_{30}(\xi)$. Это позволяет исследовать пространственно-временную эволюцию волн, не ограничиваясь уровнем нелинейности, т.е. с учетом интенсивного обмена энергией между полем и звуком. В качестве иллюстрации более подробно рассмотрим два случая, достаточно полно отражающие особенности данного процесса.

1. $A_{30}(\xi) = [\alpha/(1+\beta^2\xi^2)]^{1/2}$.

При $\alpha = \beta$ получаем $A_3(\xi, \tau) \equiv A_3 = \{\beta/[1+\beta^2(\xi - \sigma\tau)^2]\}^{1/2}$ –

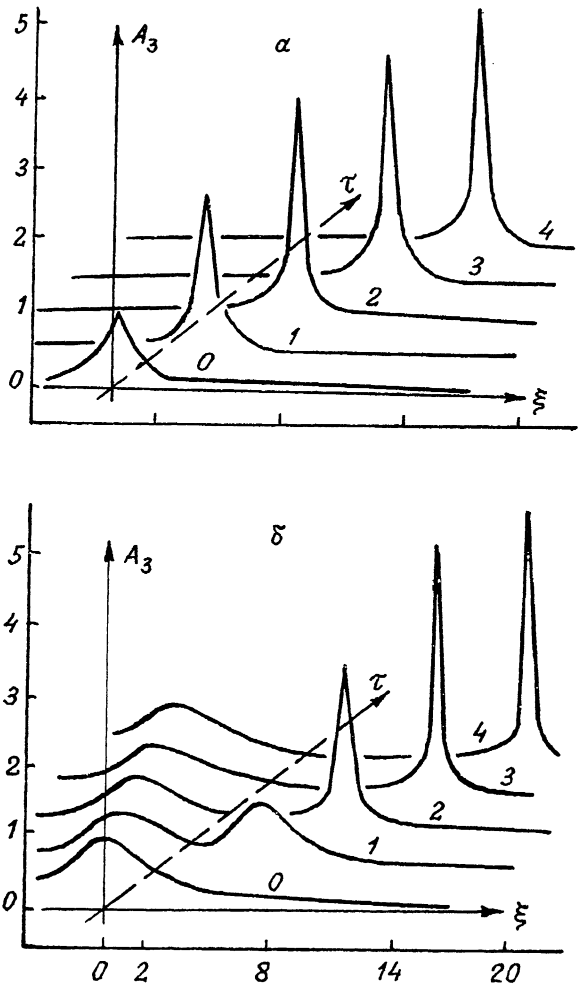

Рис. 1. Эволюция нелинейного акустического импульса $A_3(\xi,\tau)$ при различных начальных условиях для τ = 0, 2.25, 4.5, 6.75, 9.0 (кривые 0–4).

стационарную уединенную волну звука, распространяющуюся со скоростью $v=(\beta-1)\beta$. При этом A_2 также имеет вид уединенной волны, а A_1 подобна „темновому" солитону. Заметим, что это решение можно получить и непосредственно из (3), полагая $A_i = A_i(\xi - v\tau)$. При $\beta \lessgtr 1$ оказывается $v \gtrless 0$, т.е. в зависимости от величины β импульс движется в прямом или обратном направлении x. В общем случае характер эволюции импульсов оказывается более сложным и существенно зависит от соотношения между α и β. На рис. 1, а представлен случай $\alpha<\beta$ ($\alpha=1$, $\beta=3$). Видно, что с течением времени импульс A_3 значительно усиливается и резко сжимается. При этом его полная энергия $W(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} A_3^2(\xi,\tau)d\xi$ растет и стремится к значению π. В случае же $\alpha>\beta$ ($\alpha=1$, $\beta=0.8$, рис. 1, б) начальная затравка распадается на два более коротких импульса, которые спустя время $\tau\sim 5$ становятся хорошо пространственно разделенными. В дальнейшем эти импульсы независимо усиливаются и сжимаются.

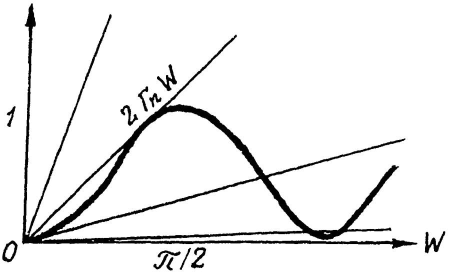

Рис. 2.

2. $A_{30}(\xi)=[\alpha/ch\beta\xi]^{1/2}$.

Для $\alpha=\beta$ получаем решение в виде $A_3=\{\beta ch\beta(\xi-\tau)/[1+ +(sh\beta(\xi-\tau)+\tau)^2]\}^{1/2}$.

Положение центра импульса можно найти из условия $sh\beta(\tau-\xi)\approx\tau$, откуда следует, что импульс будет распространяться со скоростью $v\approx 1-1/\beta\sqrt{1+\tau^2}$, причем его амплитуда будет нарастать $A_3\sim(1+\tau^2)^{1/4}$. Поскольку энергия такого импульса фиксирован $W(\tau)=\pi$, то с течением времени он будет сжиматься. Как и в предыдущем случае, при $\alpha>\beta$ имеет место распад начальной затравки на два или несколько коротких импульса.

При больших временах $\tau\to\infty$ необходим учет поглощения звука ($\Gamma\neq 0$). Однако вместо непосредственного решения (3) проанализируем уравнение, определяющее эволюцию полной энергии звука (которое следует из (3))

$$\frac{dW}{d\tau}+2\Gamma W=\sin^2 W. \qquad (5)$$

Изменение W определяется балансом поглощения звука и его нелинейного усиления, обусловленного взаимодействием с полем. Уравнение (5) удобно проанализировать графически (рис. 2): стационарные значения W определяются пересечением прямой $2\Gamma W$ с функцией $\sin^2 W$. При этом картина взаимодействия существенно зависит от величины Γ. При больших Γ имеется только одна стационарная точка $W=0$, в этом случае все возмущения в среде затухают. Однако при меньших Γ, начиная с Γ_n, возникают еще две стационарные точки – устойчивая и неустойчивая, что отвечает образованию нового состояния в системе – нелинейного импульса звука. При малых Γ стационарные значения W близки к $j\pi$ ($j=1, 2, \ldots$).

Рассмотренное усиление и сжатие сигналов может наблюдаться в кристаллах тригональной симметрии (например в ниобате лития). Однако ввиду того, что значения g_i особенно велики в кристаллах с $\mathcal{E}_c \gg 1$, численную оценку выполним для монокристалла $BaTiO_3$, который при $T^o < -90^o$ обладает подходящей симметрией [3]. Учитывая, что в СВЧ диапазоне еще сохраняются аномально большие значения диэлектрической постоянной $\mathcal{E}_o \sim 2\ 10^3$, $\mathcal{E}_e \sim 300$ и полагая $g_3 \sim \mathcal{E}_o^3/g$ [5] для $\omega \sim 10^{12}$ с$^{-1}$, $\rho = 5$ г/см^3, $s = 4\ 10^5$ см/с, $\Omega = 2\cdot10^8$ с$^{-1}$, $\mathcal{P} = c\mathcal{E}_{10}^2/8\pi = 10$ кВт/см^2, получаем для средней полуширины импульса $l_H = 0.1$ см, что вполне доступно экспериментальному наблюдению.

Литература

[1] Дианов Е.М., Карасик А.Я., Мамышев П.В. и др. // Письма в ЖЭТФ, 1984, т. 40, № 4, с. 148–150.

[2] Гуляев Ю.В., Мовсесян С.М., Шкердин Г.Н. ФТТ, 1980, т. 22, № 2, с. 523–529.

[3] Акустические кристаллы (ред. М.И. Шаскольская). М.; Наука, 1982, 510 с.

[4] Бурлак Г.Н., Коцаренко Н.Я. // Письма в ЖТФ, 1984, т. 10, № 11, С. 674–677.

[5] Пекар С.И. ЖЭТФ, 1965, т. 49, № 3, с. 621–628.

Киевский государственный
университет им. Т.Г. Шевченко

Поступило в Редакцию
24 ноября 1988 г.