Письма в ЖТФ, том 14, вып. 24 26 декабря 1988 г.

СТАЦИОНАРНЫЙ СФЕРИЧЕСКИЙ ВИХРЬ В ТОКОВОМ КАНАЛЕ

В.Ц. Гурович, Л.С. Соловьев,
Н.В. Торохова

В экспериментах на установках типа Z -пинча зарегистрировано характерное возникновение локализованных областей горячей плазмы, являющихся источниками жестких излучений [1–3]. Соответствующие „горячие точки", по-видимому, образуются в результате развития плазменной неустойчивости. В настоящей работе в рамках двухжидкостной электромагнитной газодинамики построено солитонное стационарное решение, представляющее собой сферический вихрь внутри цилиндрического токового канала. При этом отношение температур плазмы внутри и вне вихря равно обратному отношению концентраций $T_i / T_e = n_e / n_i$.

Стационарные аксиально-симметричные течения поперек азимутального магнитного поля B_φ при $n_\pm = const$ в сферической системе координат r, θ, φ в нерелятивистской электромагнитной газодинамике описываются уравнениями [4–6]:

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial r^2}+\frac{\sin\theta}{r^2}\frac{\partial}{\partial\theta}\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\mp\varkappa\left(\Psi_+-\Psi_-\right)=U'(\Psi)r^2\sin^2\theta,\quad \varkappa^2\equiv\frac{4\pi e^2 n}{mc^2},$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}r^2\frac{\partial\phi}{\partial r}+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\sin\theta\frac{\partial\phi}{\partial\theta}=\frac{m\varkappa^2}{e}\left(\frac{v_-^2-v_+^2}{2}-\frac{c^2\delta n}{n}\right),\ E=-\nabla\phi, \tag{1}$$

$$\frac{P}{mn}+\frac{v^2}{2}\pm\frac{e}{m}\phi=\frac{U(\Psi)}{n^2},\ B_\varphi=\frac{4\pi e}{c}\frac{\Psi_+-\Psi_-}{r\sin\theta},\ nv_r=\frac{\partial\Psi/\partial\theta}{r^2\sin\theta},\ nv_\theta=-\frac{\partial\Psi/\partial r}{r\sin\theta}.$$

Здесь $\Psi=\Psi_\pm$ – функции потоков ионной и электронной жидкостей, $m=m_\pm$ – массы ионов и электронов, заряды которых $e_+=-e_-=e$. Концентрации в собственных системах координат $n_+=n_-+\delta n$, где $\delta n/n\lesssim|v_+^2-v_-^2|/2c^2$.

В случае линейных по Ψ интегралов Бернулли $U'(\Psi)=const$, система (1) имеет точное решение, описывающее сферический вихрь внутри цилиндрического однородного тока:

$$\Psi=-\frac{nVR}{f'(R)}f(r)\sin^2\theta,\quad f(r)=r^2-R^2\frac{f_0(r)}{f_0(R)},\quad V=v_\theta(R,\ \pi/2). \tag{2}$$

Функция $f_0(r)$ удовлетворяет уравнению $f_0''-(k^2+2/R^2)f_0=0$, где $k^2=\varkappa_+^2+\varkappa_-^2$ и для областей внутри и вне сферы $r=R$ имеет вид

$$f_0^i(r)=\mathrm{ch}\,kr-\frac{\mathrm{sh}\,kr}{kr},\qquad f_0^e(r)=\left(1+\frac{1}{kr}\right)e^{-kr}. \tag{3}$$

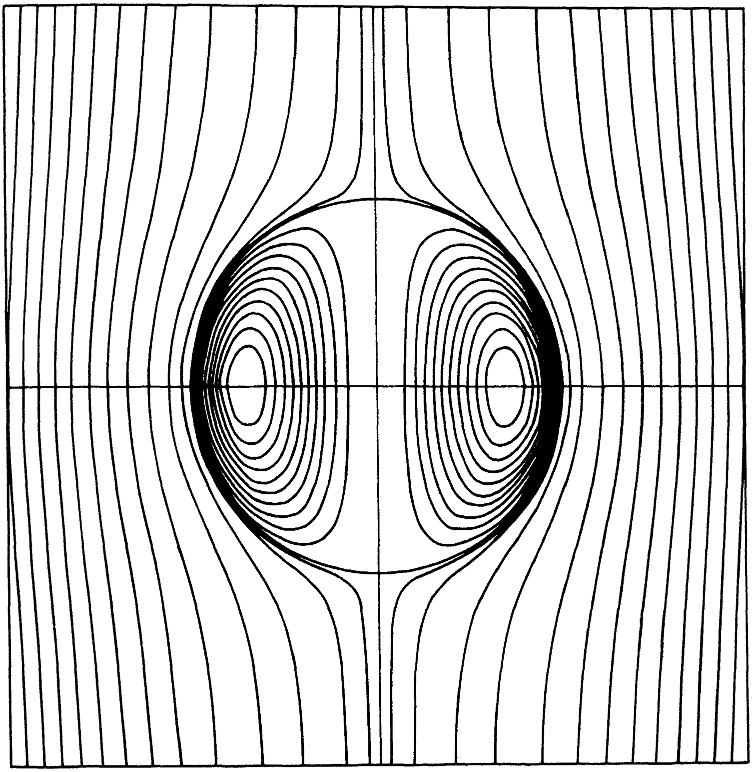

Рис. 1. $\Psi = const'$, $kr = 10$.

Решение (2) существует, когда $V_+ / V_- = - m_-/m_+$, т.е. ионная и электронная жидкости движутся навстречу друг другу со скоростями, обратно пропорциональными отношению масс ионов и электронов как во внутренней $r<R$, так и во внешней $r>R$ областях. При $r \to \infty$ функция $f_0(r)$ экспоненциально убывает, и решение (2) описывает однородные потоки $v_\pm = v_z^\pm e_z = const.$

При $kr \ll 1$ функции потоков (2) переходят в

$$\Psi_i = \frac{nV}{2}\left(r^2 - \frac{r^4}{R^2}\right)\sin^2\theta, \quad \Psi_e = -\frac{nV}{3}\left(\frac{R^3}{r} - r^2\right)\sin^2\theta. \tag{2a}$$

Это известное в газодинамике решение [7] для вихря Хилла в потоке несжимаемой жидкости, движущейся (при $r \to \infty$) со скоростью $v_z = -2V_e/3$. Аналогичное решение получается также и в рамках классической одножидкостной МГД.

Магнитное поле выражается формулой

$$B_\varphi = \frac{4\pi enR}{cf'(R)}(V_- - V_+)\frac{f(r)}{r}\sin\theta \tag{4}$$

и обращается в нуль при $r = 0$ и $r = R$.

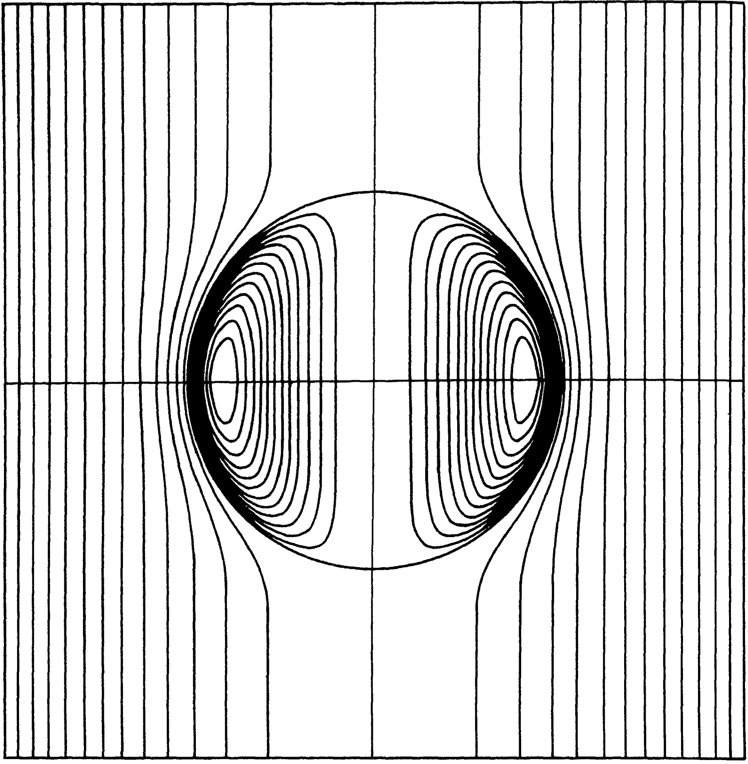

Рис. 2. $\Psi = const$, kr = 10.

Из уравнений Бернулли для линий потоков, лежащих на поверхности сферы $r=R$, вытекает, что при различных концентрациях амплитуды квадратов скоростей обратно пропорциональны концентрациям $V_i^2 / V_e^2 = n / n_i$. В этом случае плотность тока также имеет разрыв на поверхности сферы $r=R$: $j_e/j_i = \sqrt{n_e/n_i}$.

При известных $\Psi_\pm$ давление и электрическое поле определяются из уравнений Бернулли и Пуассона, которые в рассматриваемом случае имеют вид

$$\frac{P}{mn} \pm \frac{e\Phi}{m} = U_0 - \frac{V^2R^2}{f'^2(R)}\left[\left(k^2 f + \frac{f'^2}{2r^2}\right)\sin^2\theta + \frac{2f^2}{r^4}\cos^2\theta\right], \tag{5}$$

$$\Delta \frac{e\Phi}{m} = \varkappa^2 R^2 \left[\frac{V_-^2 - V_+^2}{f'^2(R)}\left(\frac{f'^2}{2r^2}\sin^2\theta + \frac{2f^2}{r^4}\cos^2\theta\right) - \frac{c^2\delta n}{R^2 n}\right]. \tag{6}$$

Ограничиваясь областью $kr \ll 1$ и определяя из (6) потенциал электрического поля $\Phi(r,\theta)$ удовлетворяющий условиям конечности при r = 0, непрерывности Φ и $\nabla\Phi$ при $r=R$, и стремящийся при $r/R \gg 1$ к $\Phi = A r^2 \sin^2\theta$, находим

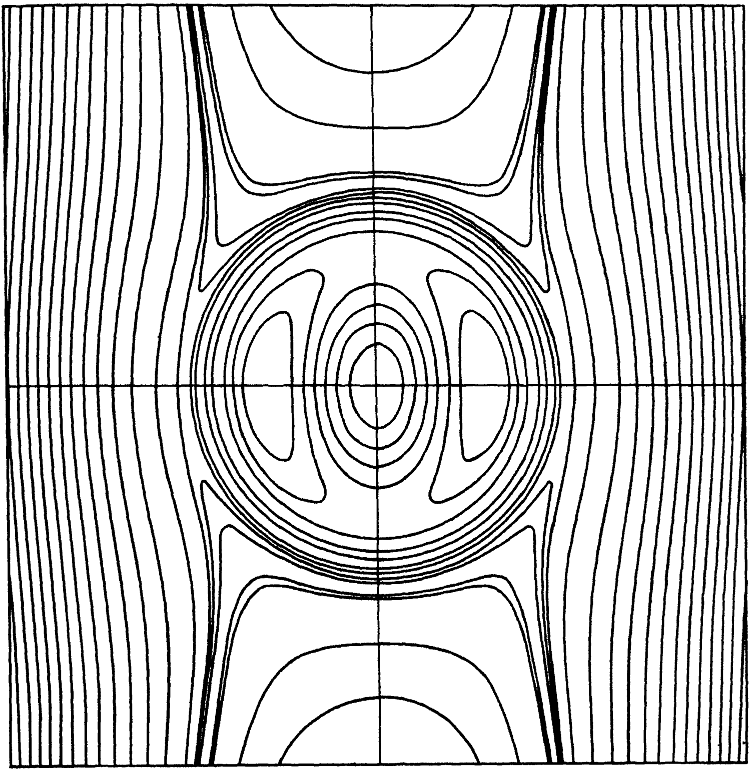

Рис. 3. $\Phi = const, \quad kr \ll 1.$

$$\frac{e\Phi_i}{m} = \frac{\varkappa^2 R^2}{12}\left(V_-^2 - V_+^2\right)\left[\frac{r^2}{3R^2} - \frac{3r^4}{7R^4} + \frac{2r^6}{21R^6} + \left(\frac{5r^2}{14R^2} - \frac{6r^4}{7R^6} + \frac{r^6}{2R^6}\right)\sin^2\theta\right], \quad (7)$$

$$\frac{e\Phi_e}{m} = \frac{\varkappa^2 R^2}{12}\left(V_-^2 - V_+^2\right)\left[-1 + \frac{10R}{7r} + \frac{R^4}{3r^4} - \frac{16R^3}{21r^3} + \left(\frac{11r^2}{21R^2} + \frac{8R^3}{7r^3} - \frac{4R}{3r} - \frac{R^4}{3r^4}\right)\sin^2\theta\right].$$

При этом однозначно определяются параметры δn_i и δn_e, влияющие на потенциалы Φ_i и Φ_e и давления $p_\pm^i$ и $p_\pm^e$. Невозмущенная конфигурация вдали от вихря ($r/R \gg 1$) является равновесной цилиндрической конфигурацией с отличающимися температурами ионов и электронов, в которой давления, электрическое и магнитное поля выражаются формулами

$$p_\pm = \frac{\pi e^2 n^2 (V_0^+ - V_0^-)^2}{2c^2}\left(1 \pm \frac{3}{14}\,\frac{m_+ - m_-}{m_+ + m_-}\right)\left(R_\Sigma^2 - r^2\sin^2\theta\right), \quad (8)$$

$$\Phi = \frac{11\pi e n}{28c^2}\left(V_{0-}^2 - V_{0+}^2\right) r^2 \sin^2\theta, \qquad B_\varphi = \frac{2\pi e n}{c}\left(V_0^+ - V_0^-\right) r \sin\theta,$$

где $V_0^{\pm} = -2V_{\pm}/3$ – скорости ионного и электронного потоков, направленных вдоль оси z. Выражения для $\rho_{\pm}$ содержат массы частиц $m_{\pm}$ и при их выводе использовано полученное ранее соотношение $m_+V_+ + m_-V_- = 0$.

На рис. 1, 2 приведены линии тока $\Psi = const$ для kR = 10 и $kr \ll 1$, а на рис. 3 построены эквипотенциальные поверхности $\Phi = const$ при $kr \ll 1$.

Как видно из выражений (7), в окрестности вихря имеется продольное электрическое поле E_z на оси z, где магнитное поле $B_\varphi = 0$. При $z = \pm R$ электрическое поле равно

$$E_z = \pm \frac{m_+ - m_-}{m_+ + m_-} \frac{5J_\Sigma^2 R}{14\pi ec^2 nR_\Sigma^4}, \tag{9}$$

где J_Σ – полный ток, протекающий внутри цилиндра с радиусом R_Σ. В случае достаточно больших плотностей тока, осевое электрическое поле может достигать значительных величин. Если E выражено в вольтах/см, а J – в амперах, то, согласно (9), получим

$$E \simeq \frac{m_+ - m_-}{m_+ + m_-} \frac{10^9 J^2 R}{nR_\Sigma^4}.$$

Таким образом, в рамках двухжидкостной нерелятивистской электромагнитной газодинамики, показана возможность существования уединенного сферического вихря (солитона), расположенного на оси цилиндрического тока. В полученном решении скорости ионного и электронного газов связаны соотношением $m_+v_+ + m_-v_- = 0$, а скорости и температуры внутри и вне вихря $r \lessgtr R$ определяются отношением концентраций: $V_i^2/V_e^2 = T_i/T_e = n_e/n_i$. Невозмущенные скорости, очевидно, зависят от полного тока, текущего внутри цилиндра с радиусом $R_\Sigma \gg R$: $J = \pi en_e(V_0^+ - V_0^-)R_\Sigma^2$.

Внутреннее решение для эллипсоидального вихря в рамках классической одножидкостной МГД было получено в [8]. Релятивистская задача для холодной плазмы с покоящимися ионами рассматривалась в [9].

Литература

[1] Sethian J.D. and all. –Phys. Rev. Lett., 1987, v. 59, N 8, p. 892.

[2] Haas C.R. and all. "Dynamics of microstructures". Proc. of 3 Intern. Workshop on Plasma Focus and z-pinch Research, 1983, p. 87–90.

[3] Rager J.P. "The Plasma Focus" 81. 19/cc CNEN April. 1981.

[4] Морозов А.И., Соловьев Л.С. Вопросы теории плазмы / Под ред. М.А. Леонтовича, вып. 8, Атомиздат, 1974.

[5] Соловьев Л.С., Гурович В.Ц. – Физика плазмы, 1986, т. 12, в. 7, с. 845.

[6] Гурович В.Ц., Соловьев Л.С. – ЖЭТФ, 1986, т. 91, в. 4(10), с. 1144.
[7] Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973.
[8] Морозов А.И., Шубин А.П. – Физика плазмы. 1983, т. 9, в. 3, с. 659.
[9] Мовесянц Ю.Б. – ЖЭТФ, т. 91, в. 2(8), с. 493.

Институт физики
АН Киргизской ССР,
Фрунзе

Поступило в Редакцию
7 октября 1988 г.

Письма в ЖТФ, том 14, вып. 24 26 декабря 1988 г.

СКАНИРУЮЩИЙ ТУННЕЛЬНЫЙ МИКРОСКОП ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ РОСТА ПЛЕНОК

Ю.А. Битюрин, Д.Г. Волгунов, А.А. Гудков, М.Г. Кузеванов, В.Л. Миронов, А.А. Петрухин

Сканирующая туннельная микроскопия – один из новых методов анализа поверхности, применение которого возможно в самых различных областях. Одним из важных приложений туннельной микроскопии [1] является исследование процессов, связанных с ростом пленочных структур. В этом случае целесообразно размещение сканирующего туннельного микроскопа (СТМ) непосредственно в вакуумной камере ростовой установки, что позволило бы проводить различного рода анализ растущей пленки и обеспечить необходимую чистоту ее поверхности. В настоящем сообщении кратко описана конструкция СТМ, предусматривающая его совмещение с высоковакуумной напылительной установкой и проиллюстрированы его возможности по исследованию рельефа поверхности пленочных структур.

Микроскоп выполнен из материалов, допускающих его эксплуатацию в условиях высокого вакуума и предназначен для работы в установке УСУ ($P_{ост} \sim 10^{-10}$ Торр), являющейся одновременной ростовой камерой лазерной напылительной установки [2]. Конструкцией СТМ предусмотрена возможность замены иглы и образца через шлюзовую камеру и приняты дополнительные меры, обеспечивающие уменьшение влияния температуры на работу СТМ, что особенно важно при его совмещении с напылительной установкой.

Основу конструкции составляют две коаксиальные пьезокерамические трубки различного диаметра, закрепленные на общем фланце, являющемся основанием прибора (рис. 1). На свободных торцах внутренней и внешней трубок закреплены соответственно игла и образец. Внутренняя трубка выполняет роль трехкоординатного пье-