

ПРИМЕНЕНИЕ ОДНОМЕРНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ АВТОГЕНЕРАТОРА

А.Р. Волковский, Н.Ф. Рупльков

Как известно, целью экспериментального исследования стохастических колебаний в динамических системах является определение бифуркационных переходов, топологической структуры аттракторов и статистических характеристик хаоса (размерность, энтропия, спектр скейлинговых индексов и т.д. [1-3]). Принципиально, что стохастические колебания в ряде физических экспериментов удается описывать с помощью одномерных отображений [4, 5]. Построение одномерных отображений в этих случаях позволяет непосредственно в эксперименте получать полную информацию как о бифуркационных явлениях, так и о топологической структуре странных аттракторов [6].

В настоящей работе с помощью одномерного отображения исследуется стохастическая динамика автогенератора радиодиапазона с 1.5 степенями свободы [7]. Используемая здесь методика проведения эксперимента позволила изучить основные бифуркации, определяющие переход к хаосу и его дальнейшее развитие.

Исследуемый автогенератор представляет из себя симметричный нелинейный усилитель, в обратной связи которого последовательно включены фильтр нижних частот $R_1 C_1$ и колебательный контур LC (см. рис. 1). Динамика такого автогенератора описывается системой уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y, \\ \dot{y} &= -x - \delta y + z, \\ \dot{z} &= \gamma(\alpha F(x) - z) - \beta y, \end{aligned} \quad (1)$$

где x - напряжение на емкости C ; y - ток в индуктивности L , нормированный на величину $\sqrt{\frac{L}{C}}$; z - напряжение на емкости C_1 и введено новое время $\tau = \frac{t}{\sqrt{LC}}$. Параметры системы (1) связаны с параметрами автогенератора соотношениями:

$$\delta = R_1 \sqrt{\frac{C}{L}}, \quad \beta = \frac{C}{C_1}, \quad \gamma = \frac{\sqrt{LC}}{R_1 C_1}. \quad (2)$$

Нелинейность усилителя $F(x)$ приближенно описывается функцией вида:

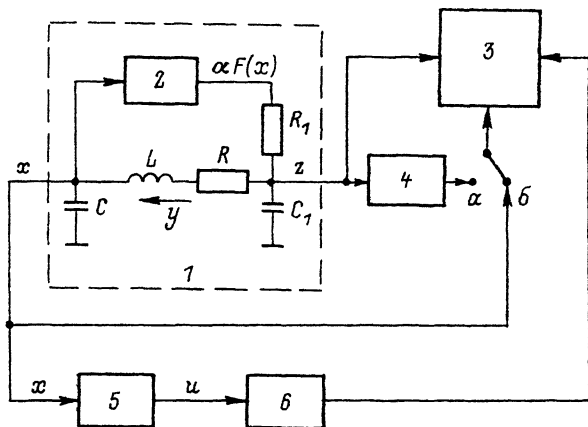


Рис. 1. Функциональная схема экспериментальной установки. 1 — исследуемый автогенератор, 2 — нелинейный усилитель, 3 — осциллограф, 4 — устройство выборки и хранения, 5 — блок дифференцирующих цепочек и сумматора, 6 — генератор импульсов подсвета. (а-б) — переключатель рода работы, а — отображение последования, б — проекция фазового пространства.

$$F(x) = \begin{cases} -\alpha(1-\alpha^2) & \text{при } x \leq -\alpha \\ x(1-x^2) & \text{при } -\alpha < x < \alpha \\ \alpha(1-\alpha^2) & \text{при } \alpha \leq x, \end{cases}$$

где $\alpha = 2/\sqrt{3}$.

В эксперименте параметры δ и ϵ фиксировались. Экспериментальная установка, функциональная схема которой приведена на рис. 1, позволяет в реальном масштабе времени регистрировать проекции фазового пространства, отображения Пуанкаре на управляемой секущей и строить отображения последования.

Для выделения в фазовом пространстве секущей плоскости, с помощью последовательно включенных дифференцирующих цепочек и сумматора формировалось напряжение $u = K_0 + K_1 x + K_2 \dot{x} + K_3 \ddot{x}$, где x — напряжение, снимаемое с генератора; K_i — регулируемые коэффициенты. В моменты времени t_n , определяемые условиями $u(t_n) = 0$, $\dot{u}(t_n) > 0$ на экране осциллографа подсвечивались точки пересечения фазовой траектории с выбранной секущей.

Для получения отображения последования на вертикальноотклоняющиеся пластины осциллографа подавалось напряжение $z(t)$ в текущий момент времени, а на горизонтальноотклоняющие $z(t_n)$ в предыдущий момент, соответствующий последнему пересечению с секущей. Напряжение $z(t_n)$ формировалось устройством выборки и

хранения (УВХ). Очередной импульс подсвета высвечивал на экране осциллографа точку (Z_n, Z_{n+1}) , при этом УВХ напоминало новое значение. В результате, если отображение сводилось к одномерному $Z_{n+1} = P(Z_n, \alpha, \gamma)$, то на осциллографе высвечивалась часть функции последования $P(Z_n, \alpha, \gamma)$, принадлежащая аттрактору.

Приведем результаты исследования переходов к хаосу при изменении параметра α для фиксированного γ . Если $\alpha < 1$, то в фазовом пространстве имеется устойчивое состояние равновесия в нуле O_0 . В момент перехода через границу $\alpha = 1$, O_0 становится седловым (одномерное многообразие неустойчиво) и появляются два устойчивых состояния равновесия $O_+(\sqrt{\frac{\alpha-1}{\alpha}}, 0, \sqrt{\frac{\alpha-1}{\alpha}})$ и $O_-(\sqrt{\frac{\alpha-1}{\alpha}}, 0, -\sqrt{\frac{\alpha-1}{\alpha}})$, из которых затем мягко рождаются устойчивые периодические движения T_+ и T_- . При дальнейшем увеличении α наблюдается последовательность бифуркаций удвоения периода и рождение странных аттракторов CA_+ и CA_- , фазовый портрет и отображения последования которых приведены на рис. 2, а. Вид полученного отображения характерен для бифуркаций удвоения периода, что указывает на наличие универсальных свойств при переходе к хаосу. Возможность аппроксимации функции последования квадратичной функцией имеет место лишь в ограниченной области параметров α и γ . При увеличении α в отображении становится виден второй экстремум, что говорит об усложнении структуры странного аттрактора. Это объясняется приближением границ CA_+ и CA_- к седло-фокусу O_0 с разных сторон от двухмерного устойчивого многообразия (см. рис. 2, б).

После критического значения α^* , CA_+ и CA_- „сливаются“, образуя странный аттрактор CA , симметричный относительно нуля. В отображении виден разрыв, который обусловлен характером движения в окрестности седло-фокуса O_0 (часть траекторий CA с одной стороны от устойчивого многообразия переходит на противоположную). Значение α^* является бифуркационным значением кризиса странных аттракторов и соответствует той ситуации, когда в отображении траектория с минимума функции последования $P(Z_n, \alpha, \gamma)$ попадает на разрыв. При дальнейшем изменении α в отображении увеличивается число видимых складок и их амплитуда слева от разрыва. Справа от разрыва вид отображения остается прежним (см. рис. 2, в, г). Полученная функция последования объясняет существование (в узких областях параметров) различного вида устойчивых периодических движений, на которые при изменении α могут срываться стохастические колебания.

Анализ изменения функции последования от параметра α позволяет определить бифуркационные значения: α' , при котором в фазовом пространстве существует петля седло-фокуса ($P(Z_p, \alpha', \gamma) = Z_p$, где Z_p — координата разрыва) и ряд значений α''_i , при которых существуют петли седло-фокуса вида ($P^2(Z_p, \alpha''_i, \gamma) = Z_p$). Для выбранного значения γ справедливы неравенства $\alpha^* < \alpha' < \alpha''_i$. Наличие большого числа экстремумов в отображении для стохастич-

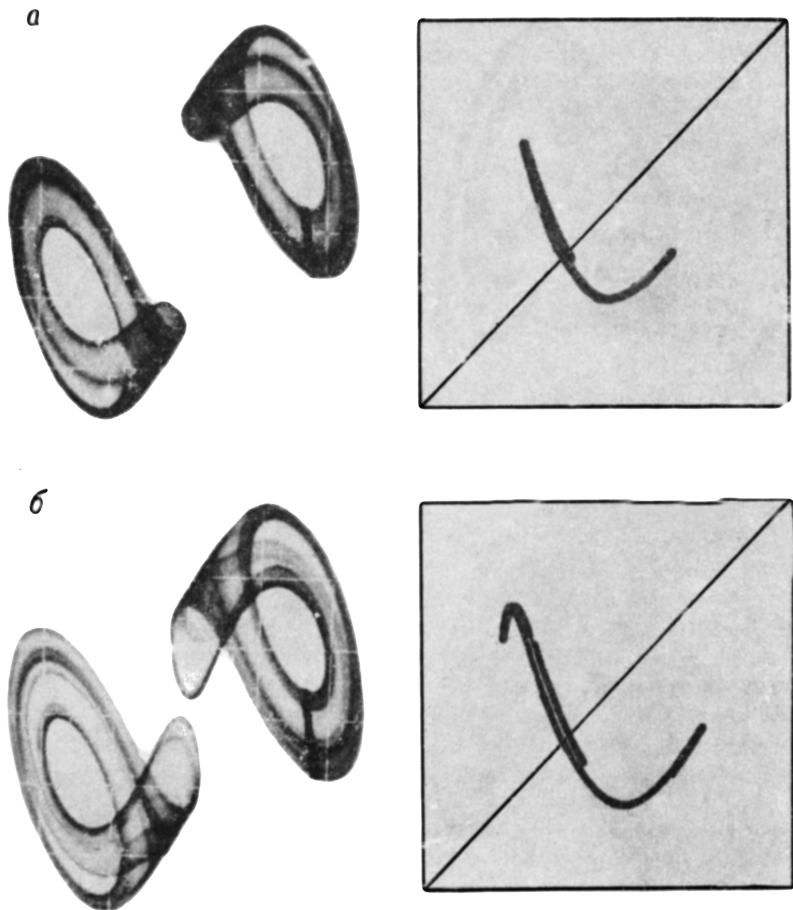


Рис. 2. Проекция фазового пространства на плоскость (x, Z) и отображения последования (Z_n, Z_{n+1}) для различных значений параметра α : а - $\alpha = \alpha_1 < \alpha_2$, б - $\alpha = \alpha_2, \alpha_2 < \alpha_3^*$; в - $\alpha = \alpha_3 > \alpha_3^*$; г - $\alpha = \alpha_4 > \alpha_3$.

ческих колебаний допускает существование устойчивых периодических движений большого периода и узкой областью притяжения, что характеризует наблюдаемые в системе странные аттракторы как квазиаттракторы. Это экспериментально подтверждает известный результат о типе странного аттрактора в окрестности петли седло-фокуса [8].

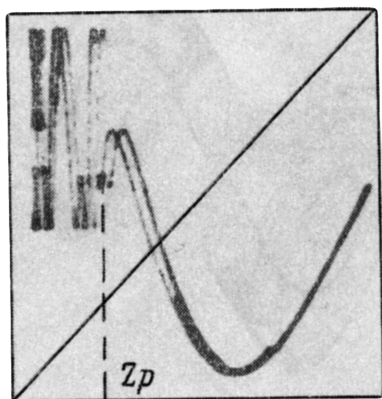
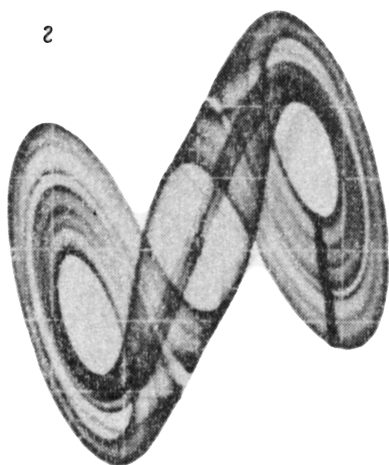
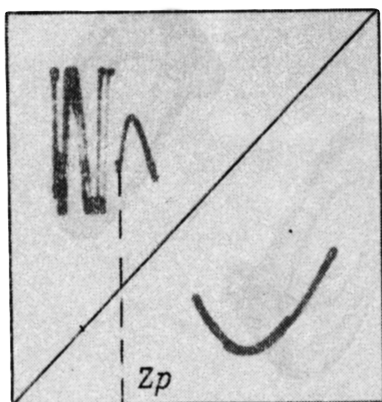
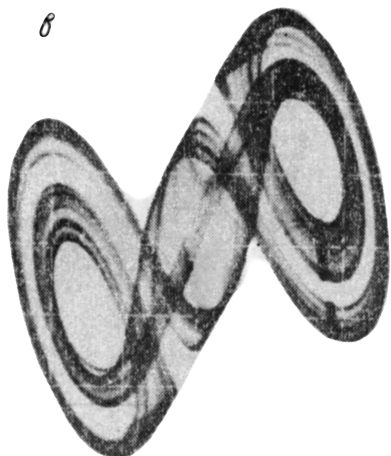


Рис. 2 (продолжение).

Экспериментальное исследование автогенератора, проведенное с использованием отображения последования, позволило определить тип странных аттракторов, их топологическую структуру, а также объяснить множество наблюдаемых бифуркаций.

Авторы выражают благодарность И.С. Арансону и М.И. Рабиновичу за полезные замечания.

- [1] H a l s e y T.C., J e n s e n M.H. - Physica D, 1986, v. 23, p. 112-117.
- [2] G r a s b e r g e r P., P r o c a s s i a I. - Phys. Rev. Lett., 1983, v. 55, N 5, p. 346-349.
- [3] P a w e l z i k K., S c h u s t e r H.G. - Phys. Rev. A, 1987, v. 35, N 1, p. 481-484.
- [4] А н и ш е н к о В.С., А с т а х о в В.В. - Радиотехника и электроника, 1983, т. 28, № 6, с. 1109-1115.
- [5] Л и х т е н б е р г А., Л и б е р м а н М. Регулярная и стохастическая динамика, М.: Мир, 1984. 528 с.
- [6] H a v s k e H., E s k e R. - Physica D, 1987, v. 25, p. 307-329.
- [7] Д м и т р и е в А.С., К и с л о в В.Д. - Радиотехника и электроника, 1984, т. 29, № 12, с. 2389-2395.
- [8] Ш и л ь н и к о в Л.П. - Тезисы докладов Всесоюзной конференции „Нелинейные колебания механических систем“, часть 1, Горький, 1987, с. 11-13.

Поступило в Редакцию
31 марта 1988 г.

Письма в ЖТФ, том 14, вып. 16

26 августа 1988 г.

УПРАВЛЯЕМЫЕ ОТРАЖАТЕЛИ-ФАЗОВРАЩАТЕЛИ ПАВ НА ОСНОВЕ ОДНОНАПРАВЛЕННЫХ ВШП

Б.В. С в е ш н и к о в, В.С. Ф и л и н о в

Одно из основных достоинств встречно-штыревых преобразователей (ВШП) - возможность оперативного управления характеристиками устройств на их основе, например фильтров, отражателей, резонаторов [1-4]. В последнее время в литературе значительное внимание уделяется исследованию ВШП при наличии распределенной обратной связи (РОС), обусловленной брегговскими переотражениями ПАВ от периодических неоднородностей в рабочей области преобразователя. В том случае, если центры неоднородностей не совпадают с центрами электродов или межэлектродных промежутков, появляется асимметрия излучения ВШП во взаимно противоположных направлениях („влево“ и „вправо“). При определенных условиях возможна реализация „однаправленных“ преобразователей (ОВШП) и на их основе фильтров с минимальными вносимыми потерями [5, 6].

В настоящей работе исследована другая интересная особенность подобных систем с РОС - возможность создания эффективных отражателей-фазовращателей, т.е. структур, фазу коэффициента отра-