Письма в ЖТФ, том 14, вып. 10 26 мая 1988 г.

# ОБРАЩЕНИЕ ЗАТУХАНИЯ ЛАНДАУ В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ

В.Б. Красовицкий, Д.В. Красовицкий, С.С. Моисеев

Известно [1], что ленгмюровские колебания в однородной плазме затухают с декрементом Ландау, а их энергия переходит в энергию резонансных электронов. Изменение знака декремента (обращение затухания Ландау) возникает только при наличии областей положительного наклона функции распределения электронов по скоростям, т.е. в условиях пучковой неустойчивости [2, 3]. Ситуация изменяется в неоднородной плазме, когда каждый электрон одновременно взаимодействует с большим числом гармоник поля и нарушается условие одномодового приближения – одна волна и много электронов. При этом декремент зависит не только от производной функции распределения электронов по скоростям, но и от распределения энергии поля по спектру колебаний и для гауссовского спектра может изменить знак [4]. В отличие от [4], где форма спектра поддерживается внешним источником, а необратимое усиление возможно лишь при достаточно мощном сигнале, в настоящей работе установлена возможность неустойчивости, возбуждаемой малым начальным возмущением, содержащим несобственные гармоники с частотами меньшими, чем плазменная частота колебаний.

Рассмотрим холодную плазму с малой добавкой неоднородно распределенных горячих электронов ($n_1(x) \ll n_0$, $n_1(x)$ и $n_0$ – плотность нагретых и холодных электронов). Будем считать, что внешний источник $Q(x, v)$ создает и поддерживает градиент плотности горячих частиц, а начальное возмущение задается импульсом внешнего поля $E^{CT}$ прилагаемым к плазме в момент $t = 0$ [5]:

$$v\frac{\partial f_0}{\partial x} = Q(x,v), \quad f_0(x,v) = n_1(x)F(v),$$
$$E^{CT} = E_1\,\delta(t)\cos k_0 x. \tag{1}$$

Полагая функцию распределения $f = f_0 + \tilde{f}$, $|\tilde{f}| \ll f_0$ и представляя $\tilde{f}$ и возмущение поля в виде интегралов Фурье по координате и „быстрому" времени, получаем систему уравнений

$$\frac{\partial E_{k\omega}}{\partial t} = \frac{i}{2\omega}\left[(\omega^2-\omega_0^2)E_{k\omega} - \omega^2 E^{CT}_{k\omega}\right] - \frac{2\pi e\omega_0^2}{k\omega}\int_{-\infty}^{\infty} f_{k\omega}\,dv,$$
$$f_{k\omega} = -\frac{ie}{2\pi m}\,\frac{F'(v)}{\omega - kv}\int_{-\infty}^{\infty} dk' E_{k'\omega}\int_{-\infty}^{\infty} n_1(x)\exp[i(k'-k)x]. \tag{2}$$

Зависимость амплитуды поля $E_{k\omega}$ от времени учитывает наличие резонансных частиц, $\omega_0^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m}$ – ленгмюровская частота холодной плазмы.

Предположим, что возмущение возникает вблизи начала координат $x = 0$, где плотность горячих электронов достигает экстремального значения, а область его локализации $l$ мала по сравнению с характерным масштабом неоднородности. Представляя плотность $n_1(x)$ в (2) в виде ряда

$$n_1(x) = n_1(0) + \frac{n_1''(0)}{2} x^2 + \ldots \tag{3}$$

и удерживая первые члены разложения, находим

$$f_{k\omega} = -\frac{ie}{m} \frac{F'(v)}{\omega - kv} \left[ n_1(0) - \frac{n_1''(0)}{2} \frac{\partial^2}{\partial k^2} \right] E_{k\omega} . \tag{4}$$

Для максвелловской функции $F(v) = (\pi v_T)^{-1/2} exp\left(-\frac{v^2}{v_T^2}\right)$ при условии $kd \ll 1$, $d = \frac{v_T}{\omega_0}$ из формул (2) и (4) следует

$$\begin{gathered}\frac{\partial E_{k\omega}}{\partial t} = \frac{i\omega_0}{2}\left[\varepsilon(k,\omega)E_{k\omega} + \frac{n_1''(0)}{2n_0}\frac{\partial^2 E_{k\omega}}{\partial k^2} - E_{k\omega}^{ст}\right] + \\ + \gamma_k\left[\frac{n_1(0)}{n_0}E_{k\omega} - \frac{n_1''(0)}{2n_0}\frac{\partial^2 E_{k\omega}}{\partial k^2}\right], \\ \varepsilon(k,\omega) = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\left[1 + \frac{n_1(0)}{n_0}\left(1 + \frac{3}{2}k^2 d^2\right)\right], \quad \gamma_k = -\pi^{1/2}\frac{\omega_0}{(kd)^3} exp\left(-\frac{1}{k^2 d^2}\right)\end{gathered} \tag{5}$$

(предполагается $|\varepsilon(k,\omega)| \ll 1$).

В однородной плазме $n_1''(0) = 0$ колебания затухают с декрементом $\gamma_k$ [1]. Аналогичный эффект имеет место и в рассматриваемом случае слабонеоднородной плазмы при наличии „горба" горячих электронов $n_1''(0) < 0$, поскольку по условию разложения (3) $n_1(0)E_{k\omega} \gg \left| n_1''(0) \frac{\partial^2 E_{k\omega}}{\partial k^2} \right|$. Ситуация изменяется, если функция $n_1(x)$ имеет минимум $n_1''(0) > 0$ и плотность электронов на дне ямы не слишком велика, так что в уравнении (5) становится существенным последнее слагаемое в правой части, изменяющее знак затухания Ландау при $\frac{\partial^2 E_{k\omega}}{\partial k^2} > 0$. Учитывая это, рассмотрим наиболее интересный случай $n_1(0) = 0$.

В первом приближении по малому параметру $\frac{|\gamma_k|}{\omega_0} \ll 1$, опуская в (5) последнее слагаемое, получаем уравнение для стационарного спектра колебаний

$$\frac{\partial^2 E^{(0)}_{k\omega}}{\partial k^2} - l^2 E^{(0)}_{k\omega} = \alpha\left[\delta(k-k_0) + \delta(k+k_0)\right],$$

$$l^2 = -\varepsilon(\omega)\frac{2n_0}{n_1''(0)}, \quad \varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}, \quad \alpha = \frac{2\pi E_1 n_0}{n_1''(0)}. \tag{6}$$

В области частот $\omega < \omega_0\ (l^2 > 0)$ решение (6), убывающее при $k \to \pm\infty$ имеет вид

$$E^{(0)}_{k\omega} = -\frac{\alpha}{l}\begin{cases} e^{-k_0 l}\operatorname{ch} kl & |k| < k_0 \\ \operatorname{ch} k_0 l\, e^{-|k|l} & |k| > k_0\,. \end{cases} \tag{7}$$

Заметим, что излом кривой (7) в точке $k_0$ возникает для неограниченного в пространстве возмущения поля (1). Можно показать, что для конечного возмущения $L \gg l$ и $k_0 L \gg 1$ функция $E^{(0)}_{k\omega}$ имеет качественно тот же вид, причем в точке $k_0$ возникает максимум шириной порядка $L^{-1}$. Поскольку максимуму функции соответствует $\frac{\partial^2 E^{(0)}_{k\omega}}{\partial k^2} < 0$, то колебания вблизи $k_0$ являются затухающими. Учитывая условие длинноволнового приближения $kd \ll 1$ в (5), видим, что оптимальному условию усиления колебаний соответствует область спектра $|k| < k_0 \approx d^{-1}$!

В следующем приближении (с учетом резонансных частиц) решение сохраняет вид (7), однако амплитуда является медленной функцией $t$ и $k$

$$\frac{\partial a_{k\omega}}{\partial t} = \gamma_{k\omega} a_{k\omega} + \frac{i\omega_0}{2l^2}\left|\varepsilon(\omega)\right|\left(\frac{\partial^2 a_{k\omega}}{\partial k^2} + 2l \operatorname{th} kl\,\frac{\partial a_{k\omega}}{\partial k}\right),$$

$$\gamma_{k\omega} = -\gamma_k\,\frac{n_1''(0) l^2}{2n_0} = -\gamma_k\left|\varepsilon(\omega)\right| > 0. \tag{8}$$

Экспоненциальный рост амплитуды возмущения со временем $t \approx \gamma^{-1}_{k\omega}$ имеет место пока последние слагаемые в (3) остаются малыми. Отсюда следует неравенство

$$\frac{d}{l} \ll \exp\left(-\frac{1}{k^2 d^2}\right), \tag{9}$$

которое удовлетворяется при $d \ll l$ и учитывает, что форма спектра неустойчивых колебаний мало отличается от (7).

Возникновение неустойчивости при наличии в плазме ямы плотности допускает следующую физическую интерпретацию. Поле неустойчивых гармоник с частотой $\omega < \omega_0$ приводит к отталкиванию электронов от ионов и разделению зарядов на расстояниях порядка длины волны $k^{-1} \gg d$, поскольку сила кулоновского взаимодействия в среде с отрицательной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\omega)<0$ изменяет знак. В результате ионный фон выталкивает резонансные электроны к центру ямы, что приводит к усилению начального возмущения.

В заключение подчеркнем, что многомодовый механизм неустойчивости проявляется в неоднородной плазме лишь при наличии надтепловых электронов и сопровождается коллективным преобразованием энергии горячей компоненты плазмы в энергию холодной через посредство поля ленгмюровских колебаний при отрицательном наклоне функции распределения электронов, т.е. в отсутствие направленных потоков электронов в плазме.

Авторы благодарны В.Г. Дорофеенко за полезное замечание.

Литература

[1] Ландау Л.Д. – ЖЭТФ, 1946, т. 16, с. 574–586.
[2] Bohm D., Gross E.P. – Phys. Rev., 1949, v. 75, p. 1864–1871.
[3] Ахиезер А.И., Файнберг Я.Б. – ДАН СССР, 1949, т. 69, с. 555–562.
[4] Красовицкий В.Б., Красовицкий Д.В., Моисеев С.С. – Труды международной конференции по физике плазмы, Киев, апрель 1987, с. 41–45. – Красовицкий В.Б., Красовицкий Д.В., Моисеев С.С. Затухание Ландау в неоднородной плазме. ИКИАН, Препринт № 1138, 1986. 13 с.
[5] Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика, М.: Наука, 1979. 528 с.

Институт космических
исследований АН СССР,
Москва

Поступило в Редакцию
5 марта 1988 г.

Письма в ЖТФ, том 14, вып. 10 26 мая 1988 г.

# ЭВОЛЮЦИЯ ШУМОВ В ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ПЕРЕДАЧИ И ХРАНЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ НА СОЛИТОНАХ

В.В. Афанасьев, В.Н. Серкин,
С.А. Шленов

Эффекты самоорганизации оптических волновых пакетов в нелинейных солитонных режимах распространения по волоконным световодам позволяют предложить оптические солитоны огибающей для