

- [1] C a v e n e t t B.C. - Adv. Phys., 1981, v. 30, N 4, p. 475-538.
- [2] Б а р а н о в П.Г., Р о м а н о в Н.Г. - Изв. АН СССР, Сер. физ. 1986, т. 50, № 2, с. 224-227.
- [3] D a w e i Y a n, C a v e n e t t B.C. - J. Phys. C: Solid State Phys., 1984, v. 17, N 18, p. 6367-6384.
- [4] G i s l a s o n H.P., W a t k i n s G.D. - Mat. Res. Symp. Proc., 1985, v. 46, p. 425-430.
- [5] M e y e r B.K., H a n g l e i t e r Th., S p a e t h J. - M., S t r a u c h G., Z e l l Th., W i n n a c k e r A., B a r t r a m R.H. - J. Phys. C: Solid State Phys., 1985, v. 18, N 7, p. 1503-1512.
- [6] L e e K.M., K i m m e r l i n g L.C., S t u r g e M.D. - Mat. Res. Symp. Proc., 1985, v. 46, p. 319-324.
- [7] Б а р а н о в П.Г., В е ш у н о в Ю.П., Ж и т н и к о в Р.А., Р о м а н о в Н.Г., Ш р е т е р Ю.Г. - Письма в ЖЭТФ, 1977, т. 26, № 5, с. 369-372.
- [8] B o o t h I.J., S c h w e r d t f e g e r C.F. - Solid State Commun., 1985, v. 55, N 9, p. 817-822.

Физико-технический институт
им. А.Ф. Иоффе АН СССР,
Ленинград

Поступило в Редакцию
30 июля 1987 г.

Письма в ЖТФ, том 14, вып. 6

26 марта 1988 г.

О ВОССТАНОВЛЕНИИ ДАВЛЕНИЯ НА ДВИЖУЩЕЙСЯ ГРАНИЦЕ ПЛАЗМЕННОГО ПОРШНЯ

В.С. К р у т и к о в

Для изучения плазмы канала электрического разряда и лазерного импульса в жидкости необходимо знание функции давления $P(R(t), t)$ на изменяющейся во времени границе $R(t)$ плазменного поршня. Определить $P(R(t), t)$ можно численными методами по измеренному с помощью скоростной киносъемки изменению радиуса $R(t)$ плазменного поршня. Однако указанный метод неприемлем при наличии большой скорости испарения среды с внутренней поверхности поршня или когда такую съемку невозможно произвести. Предлагается следующий алгоритм решения обратной задачи - способ определения $P(R(t), t)$ по измеренной скорости частиц среды $v(r, t)$

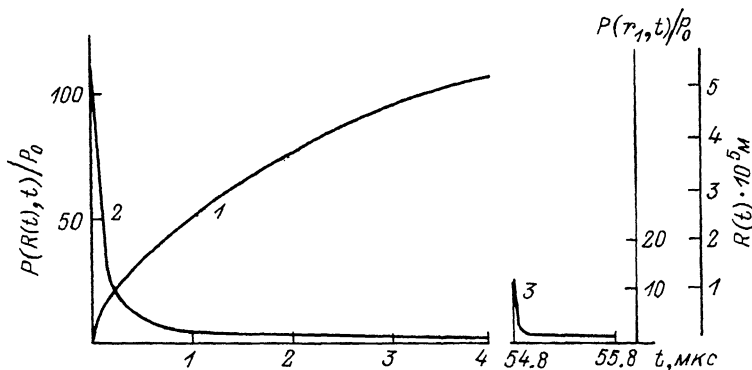


Рис. 1. Реконструкция изменения радиуса подвижной границы (1) давления на подвижной границе (2), исходная для реконструкции форма давления в точке r_1 (3).

или давлению $P(r_1, t)$ в произвольной, удобной для оптимального измерения существующими средствами точке r_1 волновой зоны. Для случая расширения плазменного поршня в безграничной сжимаемой жидкости, если при этом возмущения плотности невелики, движение среды описывается волновым уравнением. Сферическая форма поршня исследовалась в [1, 2]. В настоящей работе рассматривается цилиндрическая симметрия. Пусть известен закон изменения давления $P(r_1, t) = f(r_1, t)$, тогда решение волнового уравнения, полученное операционным методом (начальные условия нулевые), будет иметь следующий вид:

$$\bar{y} = -\frac{\bar{f}(r_1, s) K_0(\mu r)}{s \rho_0 K_0(\mu r)}, \quad \bar{y}_r = \frac{\bar{f}(r_1, s) K_1(\mu r)}{a \rho_0 K_0(\mu r)}, \quad \bar{y}_{rr} = -\frac{\bar{f}(r_1, s) K_1(\mu r)}{a \rho_0 r K_0(\mu r)} \quad (1)$$

$$- \frac{s \bar{f}(r_1, s) K_0(\mu r)}{a^2 \rho_0 K_0(\mu r)}, \quad s \bar{y} = -\frac{\bar{f}(r_1, s) K_0(\mu r)}{\rho_0 K_0(\mu r)}, \quad s^2 \bar{y} = -\frac{s \bar{f}(r_1, s) K_0(\mu r)}{\rho_0 K_0(\mu r)}$$

Здесь $\mu = \frac{s}{a}$, s – параметр преобразования Лапласа, a , ρ_0 – скорость распространения возмущений и плотность покоящейся среды; K_0 , K_1 – модифицированные функции Бесселя, y – потенциал скорости. Переход к оригиналам в (1) может быть произведен рациональным способом в каждом конкретном случае в зависимости от формы функции f .

Представим вид $P(r_1, t)$ в классе функции Бесселя, пусть для обратной задачи известно

$$P(r_1, t) = f(r_1, t) = A \left(t^2 - \frac{r_1^2}{a^2} \right)^{-1/2}, \quad \bar{f}(r_1, s) K_0(\mu r), \quad r_0 = 0, \quad (2)$$

(r_0 - начальный радиус поршня; r_0, A - постоянные), тогда с учетом (1), переходя в оригиналам, получим компоненту давления и скорость в любых точках и на поршне $r=R(t)$:

$$P(r,t) = A \left(t^2 - \frac{r^2}{a^2} \right)^{-1/2}, \quad v(r,t) = \frac{At}{r\rho_0} \left(t^2 - \frac{r^2}{a^2} \right)^{-1/2} \quad t > \frac{r}{a}, \quad (3)$$

$$P(R(t),t) = A \left(t^2 - \frac{R^2(t)}{a^2} \right)^{-1/2}, \quad v(R(t),t) = \frac{At}{R(t)\rho_0} \left(t^2 - \frac{R^2(t)}{a^2} \right)^{-1/2}, \quad (4)$$

$$R(t) = \left\{ \frac{-\left(\frac{2A}{\rho_0 a}\right)^2 + \sqrt{\left(\frac{2A}{\rho_0 a}\right)^4 + 4\left(\frac{2At}{\rho_0}\right)^2}}{2} \right\}^{1/2}. \quad (5)$$

На рис. 1 показаны результаты восстановления по формулам (2)–(5): давления $\rho(R(t),t)$ с учетом нелинейного члена интеграла Коши–Лангранжа $0.5\rho_0 v^2(R(t),t)$ [3] и радиуса $R(t)$ подвижной границы; исходным для восстановления взято давление (2) в точке $r_1 = 0.08$ м – 1 (рис. 1), где $A = 3.712433 \cdot 10^{-6}$; $r_0 = 0$, $a = 1460$ м/с.

Если плазменный поршень имеет конечный начальный радиус $r_0 = \text{const}$, а вид $\rho(r,t) = f\left(t - \frac{r-r_0}{a}\right)$ – произвольная функция, то можно использовать следующие соотношения:

$$\left\{ \int_0^{\bar{t}} \frac{\rho(r, \bar{t}-\tau) d\tau}{\sqrt{\chi(\bar{r})}} = \left[\int_0^{\bar{t}} \frac{f(\bar{r}_1, \bar{t}-\tau) d\tau}{\sqrt{\chi(\bar{r})}} \right] e^{-\bar{s}(\bar{r}-1)} \right\}_{r=R(t)}, \quad (6)$$

$$\left\{ \rho_0 \int_0^{\bar{t}} \frac{v(\bar{r}, \bar{t}-\tau) d\tau}{\sqrt{\chi(\bar{r})}} = \left[\int_0^{\bar{t}} \frac{f(\bar{r}_1, \bar{t}-\tau)(\tau+\bar{r}) d\tau}{\bar{r} \sqrt{\chi(\bar{r})}} \right] e^{-\bar{s}(\bar{r}-1)} \right\}_{r=R(t)}, \quad (7)$$

$$\left\{ \int_0^{\bar{t}} \frac{[\bar{r}^2(\bar{t}-\tau)-1]\rho_0 d\tau}{2\sqrt{\chi(\bar{r})}} = \left[\int_0^{\bar{t}} \frac{f(\bar{r}_1, \bar{t}-\tau) d\tau}{\sqrt{\chi(\bar{r})}} \right] e^{-\bar{s}(\bar{r}-1)} \right\}_{r=R(t)}, \quad (8)$$

где $\chi(\bar{r}) = \sqrt{r^2 + 2\bar{r}_1 r}$, $\bar{r} = \frac{r}{r_0}$, $\bar{r}_1 = \frac{r_1}{r_0}$, $\bar{t} = \frac{t}{r_0/a}$, $\bar{t} \rightarrow 1/\bar{s}^2[\dots] e^{-\bar{s}(\bar{r}-1)}$

с обозначен ввод времени запаздывания $(r-1)$ в аргумент t после проведения операции интегрирования в квадратных скобках; переход

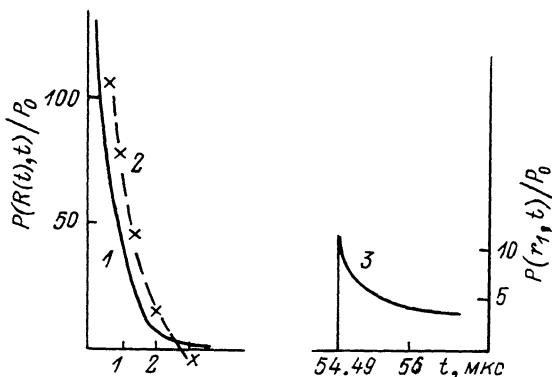


Рис. 2. Изменение давления на движущейся границе (1) и реконструкция давления на движущейся границе (2), исходное для реконструкции давление в точке r_1 (3).

$r = R(t)$ производится после проведения всех математических операций в окончательном выражении. Если функции (6)–(8) аппроксимировать полиномами Лагранжа степени m , то интегралы становятся табличными (2.261)–(2.262) [4]. Правые части соотношений вычисляются, f – задано, а слева будут полиномы, коэффициенты которых определяются из решения системы алгебраических уравнений. Полученные соотношения являются точными аналитическими решениями волнового уравнения. Подстановка их в уравнение превращает его левую часть в нуль – они позволяют реконструировать гидродинамические поля, включая подвижные границы, по любому закону изменения давления или скорости в произвольной точке. Следует отметить, что получить подобные результаты другими способами нельзя. Метод [5] применить для обратных задач затруднительно.

Сравнение с решениями методом характеристик [6, 7] системы уравнений движения, оплошности и состояния для изоэнтропических процессов в форме Тэта

$$v_t + v v_r + p^{-1} p_r = 0, \quad \rho_t + (\rho v)_r + (\nu - 1) r^{-1} \rho v = 0, \quad (\rho + B)/\rho^2 = (P_0 + B)/\rho_0^2 \quad (9)$$

с соответствующими граничными и начальными условиями, (B, n – постоянные, ν – показатель симметрии) показали, что хорошее совпадение результатов наблюдается при скоростях расширения поршня до 200 м/с, когда ударная волна отходит от движущейся поверхности со скоростью $a = 1460$ м/с = const.

При больших скоростях начинает сказываться нелинейность среды, этим определяются границы применимости волнового уравнения. На рис. 2 сплошные линии – расчет методом характеристик системы (9) расширения цилиндра по закону $v(R(t), t) = 30 \exp(-0.045 \cdot 10^6 t)$ м/с, $r_0 = 0.1 \cdot 10^{-3}$ м, $a = 1460$ м/с; давление в точке

$x_1 = 0,08$ м взято для реконструкции и аппроксимировано полиномом:

$$\rho(x, t) = f(x, t) = \sum_{m=0}^{\infty} A_m \left(t - \frac{x_1 - x_0}{a} \right)^m,$$

где $A_0 = 11,74998$, $A_1 = -11,2383 \cdot 10^6$, $A_2 = 5,3499 \cdot 10^{12}$, $A_3 = -0,8216 \cdot 10^{18}$, $m = 3$, результаты реконструкции обозначены звездочками.

Л и т е р а т у р а

- [1] К р у т и к о в В.С. – Электронная обработка материалов, 1983, т. 6, (114), с. 67.
- [2] К р у т и к о в В.С. Тез. докл. 1У Всес. симпоз. Методы теории идентификации в задачах измерит. техники и метрологии, 12, Новосибирск, 1985.
- [3] С л е п я н Л.И. – ДАН СССР, 1985, т. 282, с. 809.
- [4] Г р а д ш т е й н И.С., Р ы ж и к И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971.
- [5] Г р и н б е р г Г.А. – ПММ, 1967, т. 31, в. 2, с. 193.
- [6] Р о ж д е с т в е н с к и й Б.Л., Я н е н к о Н.Н. Системы квазилинейных уравнений и их приложение к газовой динамике. М.: Наука, 1968.
- [7] К р у т и к о в В.С. Одномерные задачи механики сплошной среды с подвижными границами. Киев. Наук. думка, 1985.

Поступило в Редакцию
23 июля 1987 г.

Письма в ЖТФ, том 14, вып. 6

26 марта 1988 г.

О ЛОКАЛИЗАЦИИ НЕЙТРАЛЬНОГО ГАЗА В ДИВЕРТОРНОЙ ПЛАЗМЕ

С.И. К р а ш е н и н н и к о в, А.С. К у к у ш к и н

В настоящее время так называемые Н-режимы, характеризующиеся хорошим удержанием плазмы в токамаке при дополнительном нагреве, реализуются практически во всех установках с полоидальным дивертором или конфигурацией разряда диверторного типа. Удовлетворительной теоретической модели, описывающей условия перехода в Н-режим, пока нет. Во многих экспериментальных работах [1–3] отмечается общее свойство Н-режимов – резкое уменьшение рециркуляции нейтрального водорода на краю плазменного шнура. Возможно,