мановской неустойчивости, если ток превышает критическое значение, определяемое неравенством $k_{10}^2 u^2 \leqslant \omega_{pe}^2$, $k_{10}^2 = (2.4/R)^2$.

Из приведенных же выше результатов следует, что в плазменном волноводе с током должны наблюдаться нарастающие во времени низкочастотные колебания, связанные со столкновительной неустойчивостью, и при условии $k_\perp^2 u^2 > \omega_{pe}^2$, когда ток меньше критического.

Список литературы

[1] *Михайловский А. Б.* Теория плазменных неустойчивостей. М.: Атомиздат, 1977. Т. 2.
[2] *Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А.* Основы электродинамики плазмы. М.: Высшая школа, 1978.

Институт общей физики АН СССР
Москва

Поступило в Редакцию
29 марта 1989 г.

---

01 *Журнал технической физики, т. 59, в. 12, 1989*

УСТОЙЧИВОСТЬ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА

Ю. Н. Зайко

В работе [1] методом адиабатической теории возмущений [2] исследуется влияние слабой диссипации на динамику нелинейных волн пространственного заряда (ВПЗ) в резистивной одномерной неограниченной среде. Необходимым условием применимости адиабатической теории является устойчивость решения невозмущенной системы, до сих пор не исследованная. Настоящая работа посвящена рассмотрению этого вопроса. Исходная невозмущенная система уравнений имеет вид:

$$v_t + v v_z = \frac{e}{m}\varphi_z;\quad n_t + (nv)_z = 0;\quad \varphi_{zz} = 4\pi e\,(n - n_0), \tag{1}$$

где v, n — скорость и плотность носителей с зарядом e и массой m; φ — потенциал электрического поля; n_0 — невозмущенная плотность носителей.

Решением (1) является стационарная волна [3] ($\theta = kz - \omega t$; k, ω — волновое число и частота)

$$\theta = \pm\frac{\omega}{\omega_{p0}}\left[(\xi_0 - 1)\arcsin\frac{\xi - \xi_0}{\sqrt{G}} - \sqrt{G - (\xi - \xi_0)^2}\right], \tag{2}$$

$\omega_{p0}^2 = (4\pi e^2 n_0)/m$, $\xi = (kv)/\omega$, $\sqrt{G}$ — амплитуда волны, «$\mp$» соответствуют медленным и быстрым ВПЗ.

Воспользуемся для исследования устойчивости решения (2) методом усреднения Уизема [4]. Для его применения необязательно представлять (1) в лагранжевой форме, достаточно использовать уравнения типа законов сохранения [4]. Будем считать, что решение системы (1) имеет вид (2) с переменными ω, k и G. В качестве трех необходимых уравнений используем следующие:

$$\omega_z + k_t = 0;\quad n_t + (nv)_z = 0;\quad \mathscr{H}_t + \mathscr{P}_z = 0. \tag{3}$$

Последнее уравнение в (3) представляет собой закон сохранения энергии для (1) $\mathscr{H} = n\,(mv^2/2) - e\,(n - n_0)\,\varphi - (1/8\pi)\,\varphi_z^2$ — плотность энергии: $\mathscr{P} = (\varphi_z\varphi_t)/4\pi + nv\,(1/2\ mv^2 - e\varphi)$ — плотность потока энергии. Выразим все величины через ξ с помощью (1) и (2)

$$v = \frac{\omega}{k}\xi,\quad n = n_0\,\frac{\xi_0 - 1}{\xi - 1},\quad \varphi = \frac{m}{e}\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{1}{2}\xi^2 - \xi\right) + \varphi_0,\quad \varphi_\theta^2 = \left(\frac{m\omega_{p0}}{e}\right)^2\frac{\omega^2}{k^4}\left[G - (\xi - \xi_0)^2\right].$$

Постоянная φ_0 выбирается равной

$$\varphi_0 = \frac{m}{e}\frac{\omega^2}{k^2}\left(\xi_0 - \frac{\xi_0^2}{2} - \frac{G}{2}\right),$$

при этом колебания потенциала в волне совершаются в симметричных пределах

$$\varphi\left(\xi_0 \mp \sqrt{G}\right) = \mp \frac{m}{e} \frac{\omega^2}{k^2} (\xi_0 - 1) \sqrt{G}.$$

Это связано с тем, что система, отличающаяся от (1) изменением знака заряда, должна описывать ту же физическую ситуацию, что и (1), другими словами, пучок позитронов должен вести себя так же, как и пучок электронов. Усреднение проводится по периоду невозмущенного решения с помощью формулы

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ldots d\theta = \frac{1}{\pi} \frac{\omega}{\omega_{p0}} \int_{\xi_0 - \sqrt{G}}^{\xi_0 + \sqrt{G}} \ldots d\xi \frac{\xi - 1}{\sqrt{G - (\xi - \xi_0)^2}}.$$

После усреднения получаем систему уравнения (результат одинаков для быстрых и медленных ВПЗ)

$$\omega_z + k_t = 0,$$
$$(kv_0 - \omega)_t + v_0 (kv_0 - \omega)_z = 0,$$
$$\left[(kv_0 - \omega)\left(\frac{1}{2} G \frac{\omega^2}{k^2} + \frac{1}{2} v_0^2\right)\right]_t + v_0 \left[(kv_0 - \omega)\left(\frac{1}{2} G \frac{\omega^2}{k^2} + \frac{1}{2} v_0^2\right)\right]_z = 0. \tag{4}$$

Второе уравнение (4) имеет смысл закона сохранения числа периодов возмущенной волны на периоде невозмущенной $N = \pm (kv_0 - \omega)/\omega_{p0}$, $N=1$ для невозмущенной волны [1]. Уравнения (4) можно записать в виде $\hat{A} f_t + \hat{B} f_z = 0$, где f — вектор-столбец с компонентами ω, k, G; $\hat{A}$ и $\hat{B}$ — матрицы 3×3, вид которых легко установить с помощью (4) (из-за громоздкости здесь не приводится). Для решений $f\,(z-ut)$ получаем уравнение для определения характеристической скорости u : $det\,\|\hat{B} - u\hat{A}\| = 0$, которое имеет вид

$$\frac{1}{2} (v_0 - u)^3 \frac{\omega^2}{k^2} \omega_{p0} = 0. \tag{5}$$

Решениями (5) являются $u_{1,\,2,\,3} = v_0$. Все три характеристические скорости совпадают с групповой скоростью быстрых и медленных ВПЗ. Из их вещественности следует вывод об устойчивости решения (2) [5]. Этот результат связан с тем, что амплитуда не входит в 1-е и 2-е уравнения (4), т. е. с независимостью частоты нелинейных ВПЗ от амплитуды [1].

Автор благодарит Д. И. Трубецкова и участников руководимого им семинара за обсуждения.

Список литературы

[1] *Басс Ф. Г., Конотоп В. В., Притула Г. М.* // РиЭ. 1988. Т. 33. № 2. С. 305.
[2] *Островский Л. А.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1974. Т. 27. № 4. С. 454.
[3] *Зайко Ю. Н.* // ЖТФ. 1982. Т. 52. № 12. С. 2429.
[4] *Бхатнагар П.* Нелинейные волны в одномерных дисперсных системах. М.: Мир, 1983. 136 с.
[5] *Скотт Э.* Волны в активных и нелинейных средах в приложении к электронике. М.: Сов. радио, 1977. 368 с.

09; 10 *Журнал технической физики, т. 59, в. 12, 1989*

КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ ЧЕРЕНКОВСКОГО КЛИСТРОНА В ПОСТОЯННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ С УЧЕТОМ УГЛОВОГО И ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАЗБРОСОВ ПУЧКА ЭЛЕКТРОНОВ

С. Г. Оганесян, Н. А. Саргсян

Коэффициент усиления в лазере на свободных электронах определяется током, осциллирующим на частоте усиливаемой волны. Одна из возможностей увеличения амплитуды тока, а следовательно, и коэффициента усиления связана с системами клистронного типа [1, 2]. Коэффициент усиления черенковского клистрона, как и коэффициент усиления черенковского лазера [3], сильно зависит от углового разброса электронов. В работе [2] рассмотрена воз-