

01; 08

## ЗАПИСЬ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ФОТОРЕФРАКТИВНЫХ КРИСТАЛЛАХ

*Т. Е. Зеленская, Е. С. Коваленко, Е. В. Падусова, Л. И. Шарыгина*

С учетом самодифракции рассмотрена кинетика записи акустических волн в фоторефрактивных кристаллах при облучении их последовательностью ультракоротких импульсов света. Аналитическое решение найдено для случая, когда определяющим является диффузионный механизм записи. Показано, что эффект самодифракции может почти вдвое уменьшить амплитуду поля записи, существенно сократить время выхода на стационарный режим, значительно сгладить неравномерность поля записи.

Известно несколько механизмов записи структуры акустических волн в фоторефрактивных кристаллах. Важнейшим является фоторефрактивный механизм, в котором запись осуществляется при интерференции основного и дифрагированного на звуке световых пучков и за счет порожденных при этом периодических в пространстве диффузионных и фотовольтаических токов. В первом приближении этот механизм описан в [1]. Из других способов записи отметим механизм, связанный с нестационарным характером фотопроводимости при облучении кристалла модулированным световым потоком [2, 3], а также механизмы, обязаные нелинейностям материальных уравнений [4, 5].

Недавние экспериментальные исследования процесса записи акустических волн в  $\text{LiNbO}_3$  [6] показали, что при облучении  $\text{LiNbO}_3$  модулированным световым потоком и выполнении условия Брэгга определяющим является фоторефрактивный механизм записи. Было найдено, что электрическое поле записанной решетки по величине может достигать значений, близких к электрическому полю, сопровождающему акустическую волну в пьезокристалле. При этих условиях описание процесса записи необходимо проводить с учетом самодифракции волн [7], поскольку эффект самодифракции может существенно оказаться на оценках [1].

Ниже мы рассмотрим запись акустических волн в фоторефрактивных кристаллах с учетом самодифракции. Такое рассмотрение имеет ряд существенных особенностей по сравнению с рассмотрением записи обычных голограмм [7]. Действительно, запись акустических волн ведется в условиях взаимодействия двух резко неоднородных световых пучков, когда амплитуда одной из волн (дифрагированной) возрастает от нуля до некоторого максимального значения, а амплитуда основной волны за счет дифракции на звуке существенно падает. Кроме того, важной особенностью является наличие в среде сразу двух решеток: динамической, связанной со звуком, и квазистационарной, связанной с полем записи. В результате описание процесса записи усложняется по сравнению с записью голограмм однородными пучками. Целью работы является оценка влияния самодифракции на величину поля записи акустических волн, на кинетику записи и на его пространственное распределение. Как и в условиях [6], считаем, что запись осуществляется последовательностью ультракоротких импульсов света с частотой следования, равной частоте акустической волны.

Пусть  $A_1$  и  $A_2$  — амплитуды падающей и дифрагированной световых волн в кристалле,  $A_m$  — амплитуда деформаций, связанных с акустической волной,

и  $E_p$  — амплитуда электрического поля записываемой в кристалле решетки. Пусть далее  $y$  есть направление нормали к границе кристалла, причем полагаем, что волновые векторы звуковой волны и решетки лежат в плоскости, параллельной этой границе. Будем полагать, что длительность импульсов света велика по сравнению со временем прохождения ими области акустооптического взаимодействия, момент времени  $t=0$  соответствует максимуму светового импульса, а  $t=t_0$  — моменту прохождения импульсом кристалла. Стандартными методами акустооптики [7, 8] для  $A_1$  и  $A_2$  получим уравнения связанных волн

$$\begin{aligned}\frac{\partial A_1}{\partial y} &= -i(G_{12}^{(1)}A_m e^{i\Omega t_0} + G_{12}^{(2)}E_p) e^{i\Delta k y} A_2, \\ \frac{\partial A_2}{\partial y} &= -i(G_{21}^{(1)}A_m^* e^{-i\Omega t_0} + G_{21}^{(2)}E_p^*) e^{-i\Delta k y} A_1,\end{aligned}\quad (1)$$

где

$$G_{ik} = \frac{k_0}{2n_i \cos \beta_i \cos \gamma_i} (\mathbf{e}_i \hat{\epsilon} \mathbf{e}_k),$$

$\mathbf{e}_i$  — векторы поляризации световых волн,  $\beta_i$  — углы падения,  $\gamma_i$  — углы сноса световых волн,  $n_i$  — показатели преломления волн,  $k_0$  — волновое число световой волны,  $\Delta k$  — вектор фазовой расстройки

$$\Delta k = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_p,$$

$\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$  — волновые векторы световых волн,  $\Omega$  — частота звуковой волны.

Величины  $\hat{\epsilon}$  характеризуют возмущения тензора диэлектрической проницаемости кристалла за счет упругих деформаций единичной амплитуды ( $s=1$ ) и поля  $E_p$ , единичной амплитуды ( $s=2$ ). Соответственно

$$\hat{\epsilon}_1^0 = -\hat{\epsilon} \hat{U}^0 \hat{\epsilon}; \quad \hat{\epsilon}_2^0 = -\hat{\epsilon} \hat{f}^0 \Phi \mathbf{n}_0 \hat{\epsilon},$$

где  $\hat{\epsilon}$  — тензор диэлектрической проницаемости кристалла,  $\hat{U}$  — тензор фотопротивных постоянных,  $\hat{f}^0 \Phi$  — эффективный (с учетом пьезоэффекта) электрооптический тензор,  $\hat{U}^0$  — тензор упругих деформаций акустической волны единичной амплитуды,  $\mathbf{n}^0$  — единичный вектор вдоль поля  $E_p$ .

Для получения уравнения для поля записи  $E_p$  в пьезоэлектрической среде воспользуемся уравнением непрерывности

$$\operatorname{div} \delta + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

для плотности полного тока  $\delta$  и плотности объемного заряда  $\rho$  и уравнением для электрической индукции

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho. \quad (3)$$

К ним необходимо добавить материальные уравнения

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} + \hat{\epsilon} \hat{U}, \quad (4)$$

где  $\hat{\epsilon}$  — пьезоэлектрический тензор 3-го ранга;  $\hat{U}$  — квазистационарная часть тензора упругих деформаций, удовлетворяющая в линейном приближении уравнениям эластостатики

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (c_{ijkl}^E U_{kl} - \epsilon_{mij} E_m) = 0, \quad (5)$$

$\hat{\epsilon}^E$  — тензор упругих модулей при  $E=\text{const}$ .

Из составляющих полного тока  $\delta$  далее будем учитывать ток проводимости, фотовольтаический и диффузионный токи. Тогда из (2)–(5) для поля решетки  $E_p$  получим

$$\frac{\partial E_p}{\partial t} + \frac{1}{\tau} E_q = -\frac{\alpha}{\epsilon_{\text{eff}}} G' \langle A_1 A_2^* \rangle e^{i\Delta k y}, \quad (6)$$

где  $\tau$  — время максвелловской релаксации поля,  $\alpha$  — коэффициент поглощения света в кристалле,  $\epsilon_{\text{вф}}$  — эффективная (с учетом пьезоэффекта) диэлектрическая проницаемость кристалла, символ  $\langle \dots \rangle$  означает усреднение по времени за период следования ультракоротких импульсов света. Величина  $G'$  в общем случае является комплексной и может быть представлена в виде

$$G' = G - iG_D,$$

где  $G$  определяется фотовольтаическим механизмом записи, а  $G_D$  — диффузионным механизмом.

Система уравнений (1), (6) является сложной нелинейной системой, строгое аналитическое решение которой невозможно. Приближение, которое мы сделаем, состоит в учете того, что обратное влияние поля записи на световые волны не очень велико, так что при анализе можно ограничиться членами линейными по  $E_p$ . Положим  $A_k = A_k^0 + \delta A_k$ , где  $A_k^0$  — поля основной и дифрагированной волн при  $E_p = 0$ , а  $\delta A_k$  — поправки, учитывающие  $E_p$  в линейном приближении. Тогда система (1), (6) сводится к интегродифференциальному уравнению

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y}{\partial \zeta} + Y + i\zeta' \left\{ \int_x^0 Y(\zeta, x') [\cos Fx' + \cos Fx] dx' + \right. \\ \left. + \int_0^x Y^*(\zeta, x') [\cos Fx' - \cos Fx] dx' \right\} = -i \frac{\alpha}{2\beta_0} (G - iG_D) \sin Fx, \\ Y = E_q l^{-i(\Omega t_0 + \psi_0)}, \quad \zeta = \frac{t}{\tau}, \quad x = \frac{y}{L}, \quad \beta = \frac{\sigma}{I_0}, \\ \zeta' = \zeta^0 - t\zeta_D = \frac{\alpha G G_{12}^{(2)} L}{2\beta_0}, \quad F = 2V_0 L, \\ V_0^2 = |A_m|^2 G_{12}^{(1)} G_{21}^{(1)} + \frac{1}{4} (\Delta k)^2, \end{aligned} \quad (7)$$

$L$  — длина кристалла,  $\sigma$  — фотопроводимость,  $I_0$  — средняя по периоду интенсивность светового потока,  $\psi_0$  — начальная фаза звуковой волны.

В общем случае, как видно из (7),  $Y$  является комплексной величиной, так что (7) распадается на два связанных интегродифференциальных уравнения для вещественной и мнимой частей  $Y$ . Решение этой системы возможно численными методами. Однако для частного случая, когда запись осуществляется только диффузионным током,  $Y$  вещественно и (7) допускает аналитическое решение. Этот случай реализуется практически при всех  $\Omega$  в таких важных кристаллах как  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ,  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$  и в ряде других, а также во всех известных кристаллах при достаточно высоких  $\Omega$ . Именно этот случай и проанализируем подробно в данной работе. Итак, примем  $G_D \gg G$  и  $Y = Y^*$ . Тогда (7) упрощается и принимает вид

$$\frac{\partial Y}{\partial \zeta} + Y + 2\zeta_D \int_0^x Y(t, x') \cos(Fx') dx' = \frac{\alpha}{2\beta_0} G_D \sin(Fx_0). \quad (8)$$

Применяя к (8) преобразование Лапласа по переменной  $\zeta$ , получим уравнение для изображения  $Y - \Phi(p, x)$ , которое легко решается,

$$\Phi(p, x) = \frac{\alpha G_D F}{4\beta_0 \zeta_D p} \left[ 1 - e^{-\frac{2\zeta_D \sin(Fx)}{F(1+p)}} \right].$$

Отсюда после использования обратного преобразования Лапласа находим

$$Y(t, x) = \frac{\alpha G_D F}{4\beta_0 \zeta_D} \left[ 1 - e^{-t/\tau} J_0 \left( 2 \sqrt{\frac{2\zeta_D \sin(Fx)}{\tau F}} \right) \right] -$$

$$-\frac{1}{\tau} \int_0^t e^{-t'/\tau} J_0 \left( 2 \sqrt{\frac{2x_D t' \sin(Fx)}{\tau F}} \right) dt' \Bigg], \quad (9)$$

где  $J_0$  — функция Бесселя нулевого порядка.

Выражение (9) следует сравнить с решением, не учитывающим самодифракцию,

$$Y = \frac{aG_D}{2\beta_0} (1 - e^{-t/\tau}) \sin(Fx). \quad (10)$$

Нетрудно видеть, что при малых  $t$  оба решения совпадают, затем с ростом  $t$  они расходятся. В пределе при  $t \rightarrow \infty$  решение (9) стремится к стационарному распределению

$$Y_{cm} = \frac{aG_D F}{4\beta_0 x_D} \left[ 1 - e^{-2 \frac{x_D \sin(Fx)}{F}} \right]. \quad (11)$$

Если  $F < \pi$ , то при больших  $x$ , распределение  $Y_{cm}$  становится почти не зависящим от  $x$  и равным

$$Y_{cm} = \frac{aG_D F}{4\beta_0 x_D}.$$

Это значение в два раза меньше, чем предельное значение  $Y$ , вытекающее из (10).

Закономерности в кинетике поля записи получены в результате численных расчетов по соотношению (9). На рис. 1 представлена кинетика амплитуды поля.

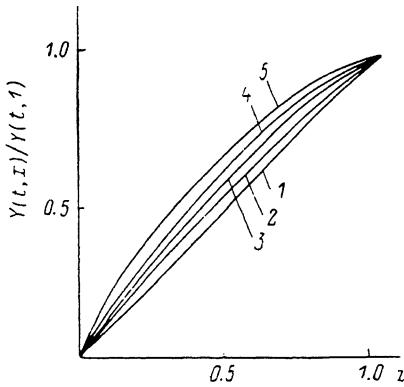
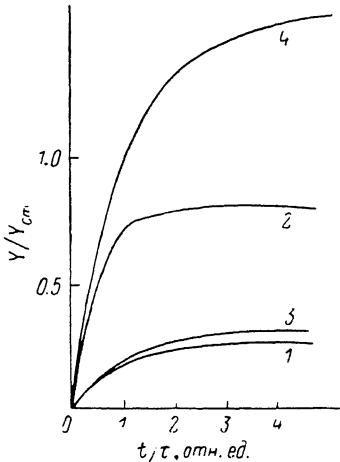


Рис. 1. Кинетика величины поля записи при различных  $x$ .

$F = \pi/8$ ,  $x_0 = 0.8$ . 1, 2 — с учетом самодифракции; 3, 4 — без учета.  $x$ : 1, 3 — 0.2; 2, 4 — 1.

Рис. 2. Изменение во времени структуры поля записи при тех же  $F$  и  $x_0$ .  
t: 1 — 0, 2 — 0.5, 3 — 1, 4 — 1.5, 5 —  $\infty$ .

записи при различных  $x$ , найденная с учетом самодифракции (кривые 1, 2) и в ее пренебрежении. Сравнение показывает, что самодифракция существенно снижает величину поля записи, почти в два раза при больших  $x$ . Существенно также различие во временах выхода на стационарный режим в различных точках кристалла. Наибольшее время записи в области малых  $x$  и соответственно малых полей записи, где по уровню  $0.7Y_{max}$  время выхода составляет  $\sim 1.2$   $t_0$ . В области больших  $Y$  время выхода на стационарный режим почти в два раза меньше.

Как следует из (11), пространственное распределение амплитуды записанной голографической решетки не совпадает с распределением интенсивности записываемой интерференционной картины. Кинетика этого различия иллюстри-

руется рис. 2. При  $t \rightarrow 0$  оба распределения очень близки. Затем с ростом поля записи за счет самодифракции происходит частичное сглаживание неравномерности поля записи. Решетка как бы «прорастает» в область малых полей, однако и при  $t \rightarrow \infty$  при небольших  $\chi_d$  полного сглаживания неравномерности не происходит. С ростом  $\chi_d$  степень однородности стационарного поля записи возрастает, но при этом уменьшается амплитуда записанной решетки.

Отметим также, что имеются и качественные различия в кинетике поля записи в области малых и больших полей. В то время как в области слабых полей поле монотонно возрастает, в области больших полей поле записи проходит через сладо выраженный максимум, который согласно численным расчетам достигается при  $t \approx 3\tau$ .

Указанные выше закономерности процесса записи акустоэлектронных волн в фотопрекращивых кристаллах существенны и, очевидно, должны учитываться как при обработке экспериментальных данных, так и при оценках возможностей материалов в устройствах голограммической записи акустических сигналов.

#### Список литературы

- [1] Чабан А. А. // Тез. докл. XII Всесоюз. конф. по акустоэлектронике и квантовой акустике. Саратов, 1983. С. 297—298.
- [2] Чабан А. А. / Акуст. журн. 1983. Т. 29. С. 837—839.
- [3] Зеленская Т. Е., Шандаров С. М. // Изв. вузов. Физика. 1987. № 7. С. 33—37.
- [4] Лямов В. Е. Поляризационные эффекты и анизотропия взаимодействия акустических волн в кристаллах. М., 1983. 220 с.
- [5] Богданов С. В., Балакирев М. К. Основы акустоэлектроники. Новосибирск, 1978. 76 с.
- [6] Зеленская Т. Е., Савицкий В. К. // Тез. докл. III Всесоюз. конф. «Применение лазеров в технологии и системах передачи и обработки информации». Таллин, 1987. С. 95—98.
- [7] Петров М. П., Степанов С. И., Хоменко А. В. Фоточувствительные электрооптические среды в голограммии и оптической обработке информации. Л.: Наука, 1983. 270 с.

Томский институт  
автоматизированных систем управления  
и радиоэлектроники

Поступило в Редакцию  
11 января 1989 г.