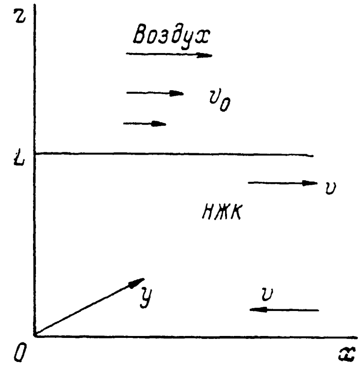
01 Журнал технической физики, т. 59, в. 11, 1989

ПЕРЕОРИЕНТАЦИЯ ДИРЕКТОРА НЕМАТИЧЕСКОГО ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВОЗДУШНЫХ ПОТОКОВ

Р. С. Акопян, Б. Я. Зельдович, В. С. Овсепян

Известно, что ориентация нематических жидких кристаллов (НЖК) чувствительна по отношению к различным внешним воздействиям: со стороны электрических, магнитных, радиочастотных и световых полей, тепловых и гидродинамических потоков и т. п. В настоящей работе мы рассмотрим воздействие воздушных потоков на ориентацию НЖК. Покажем податливость ориентации НЖК по отношению к ветру.

Рассмотрим сначала возможность беспороговой переориентации директора НЖК под действием сдвиговых напряжений со стороны воздушных потоков. Пусть одна граница $z=0$ НЖК жестко поддерживает ориентацию директора $\mathbf{n}$ и нулевое значение скорости течения, а другая граница $z=L$ свободна, т. е. соприкасается с воздухом и воспринимает от воздушного потока сдвиговое напряжение $\sigma_0=\sigma_{xz}=\eta_0\,(\partial v_x^0/\partial z)$. Здесь η_0 — вязкость воздуха, $\partial v_x^0/\partial z$ — градиент скорости в воздухе (см. рисунок). В результате возникает гидродинамическое движение и в НЖК. Обозначим вектор скорости течения НЖК через $\mathbf{v}=\mathbf{e}_x(z)$ и отклонение директора от невозмущенного значения через $\delta\mathbf{n}=\mathbf{n}-n_0=[\mathbf{e}_y\mathbf{n}_0]\,\psi(z)$, запишем линеаризованные уравнения нематодинамики (см., например, [1-3]) вместе с граничными условиями в виде



Слой нематического жидкого кристалла с одной свободной поверхностью, обдуваемой воздухом с градиентом скорости $\partial v_x^0/\partial z$.

$$\eta d^2v/dz^2 = dp/dx,\quad v(0)=0,\quad \eta dv/dz\,|_{z=L}=\sigma_0, \tag{1}$$

$$kd^2\psi/dz^2 = \alpha dv/dz,\quad \psi(0)=0,\quad d\psi/dz\,|_{z=L}=0. \tag{2}$$

Здесь для исходной планарной ($\mathbf{n}_0=\mathbf{e}_x$) ориентации НЖК $\eta=\eta_1$, $K=K_1$, $\alpha=\alpha_3$, для исходной гомеотропной ($\mathbf{n}_0=\mathbf{e}_z$) ориентации $\eta=\eta_2$, $K=K_3$ и $\alpha=\alpha_2$; η_i — коэффициенты вязкости Месовича, K_i — константы упругости Франца, α_i — коэффициенты Лесли.

Условие $d\psi/dz=0$ означает, что мы считаем ориентацию на поверхности $z=L$ свободной. Величина dp/dx, не зависящая от x (продольного градиента давления), определяется условиями замыкания потоков НЖК. Если потоки замыкаются поперечным растеканием, то можно считать $dp/dx=0$. Напротив, если поток должен замыкаться в пределах слоя, то величина dp/dx подбирается из условия отсутствия интегрального потока $Q=\int\limits_0^L v\,dz=0$ жидкости.

Получаем следующее решение системы линеаризованных уравнений (1), (2) с указанными граничными условиями

$$v(z)=\sigma_0 z/\eta, \tag{3а}$$

$$\psi(z)=\sigma_0\alpha z\,(z-2L)/2\eta K \tag{3б}$$

при $dp/dx=0$ и

$$v(z)=\sigma_0 z\,(3z-2L)/4\eta L, \tag{4а}$$

$$\psi(z)=\sigma_0\alpha z\,(z^2-zL-L^2)/4\eta KL \tag{4б}$$

при условии нулевого полного потока внутри слоя.

Если зондирующий световой пучок проходит сквозь слой с углом преломления β к оси z, то сдвиг фазы необыкновенной волны в 1-м порядке по возмущению директора ψ из (3б) и (4б) равен

$$\delta\Phi=m\,(n_\parallel-n_\perp)\,\frac{\alpha\sigma_0 L^3}{K\eta\lambda}\sin\beta, \tag{5}$$

где $\lambda=2\pi c/\omega$ — длина волны света в пустоте, $n_\parallel$ и $n_\perp$ — главные показатели преломления НЖК. Коэффициент $m\approx 4\pi/3$ для случая $dp/dx=0$ и $m\approx 7\pi/12$ для замыкания потока внутри слоя, т. е. во втором случае сдвиг фазы примерно вдвое ниже.

Рассмотрим теперь возможность пороговой переориентации директора НЖК. Пусть невозмущенный директор НЖК направлен вдоль оси y ($\mathbf{n}_0=\mathbf{e}_y$). Под действием градиента воздушного потока НЖК течет в направлении оси x с профилями скорости (3а) и (4а) при $dp/dx=0$ и $Q=0$ соответственно. Гидродинамический поток приведет к возмущению директора $\delta\mathbf{n}=(n_x,\ 0,\ n_z)$. Для n_x и n_z имеем систему линеаризованных уравнений (см., например, [3])

$$K_2\frac{d^2n_x}{dz^2}=\alpha_2 s n_z, \tag{6а}$$

$$K_1\frac{d^2n_z}{dz^2}=\alpha_3 s n_x, \tag{6б}$$

где $s=dv/dz=\sigma_0/\eta_3$ — градиент скорости гидродинамического потока при $dp/dx=0$ и $s=\sigma_0(3z-L)/2\eta_3L$ при $Q=0$. Отметим, что, как и выше, мы здесь пренебрегаем влиянием анизотропии НЖК на гидродинамический поток. Поэтому уравнение и граничные условия для скорости потока мы брали в виде (1). Граничные условия для n_x и n_z имеют вид

$$\delta\mathbf{n}=0 \text{ при } z=0 \text{ и } \frac{\partial n_z}{\partial z}=\frac{\partial n_x}{\partial z}=0 \text{ при } z=L. \tag{7}$$

При $dp/dx=0$ решение системы (6) нужно записать в виде

$$n_x=\tilde{n}_x\sin\frac{\pi z}{2L},\quad n_z=\tilde{n}_z\sin\frac{\pi z}{2L}. \tag{8}$$

Поэтому, чтобы система имела нетривиальное решение, должно выполняться условие

$$K_1K_2\left(\frac{\pi}{2L}\right)^4=\alpha_3\alpha_2s^2.$$

Откуда получаем порог для сдвиговых напряжений со стороны воздуха

$$\sigma_0^{\text{пор}}=\xi\frac{\eta_3}{L^2}\sqrt{\frac{K_1K_2}{\alpha_2\alpha_3}},\quad \xi=\left(\frac{\pi}{2}\right)^2, \tag{9}$$

выше которого имеет место пороговая переориентация директора НЖК.

Для решения системы (6) в случае $Q=0$ сделаем преобразование вида

$$\frac{3z}{L}-1\equiv Z,\quad n_x=\tilde{n}_x\sqrt{\frac{K_1\alpha_2}{K_2\alpha_3}},$$

$$n_z=\tilde{n}_z,\quad a=\frac{\sigma_0}{2\eta_0}\left(\frac{L}{3}\right)^2\sqrt{\frac{\alpha_2\alpha_3}{K_1K_2}}. \tag{10}$$

Переходя к новым переменным $U=a^{2/3}\cdot(\tilde{n}_x+\tilde{n}_z)$, $W=a^{2/3}(\tilde{n}_x-\tilde{n}_z)$ и $X=a^{1/3}\cdot Z$, из (6) получаем два несвязанных уравнения

$$\frac{d^2U}{dX^2}-XU=0, \tag{11а}$$

$$\frac{d^2W}{dX^2}+XW=0. \tag{11б}$$

В новых переменных граничные условия (7) принимают вид

$$U=W=0 \text{ при } X=-a^{1/3},$$
$$\frac{dU}{dX}=\frac{dW}{dX}=0 \text{ при } X=2a^{1/3}. \tag{12}$$

Общие решения уравнений (11) выражаются через функции Эйри

$$U(X)=A_1\cdot\mathrm{Ai}(X)+B_1\cdot\mathrm{Bi}(X),$$
$$W(X)=A_2\cdot\mathrm{Ai}(-X)+B_2\cdot\mathrm{Bi}(-X).$$

Константы A_1, A_2, B_1 и B_2 определяются из граничных условий (12). Чтобы система уравнений для A_1, A_2, B_1 и B_2 имела нетривиальное решение, должно удовлетворяться соотношение $(F_1-\Phi_2)(F_2-\Phi_1)=0$. Здесь $F_{1,\,2}=\mathrm{Ai}\,(\pm X_1)/\mathrm{Bi}\,(\pm X_1)$, $\Phi_{1,\,2}=\mathrm{Ai}'\,(\pm 2X_1)/\mathrm{Bi}'\,(\pm 2X_1)$, $X_1=a^{1/3}$. В результате получаем пороговое значение для $X_1: X_{\text{пор}}\approx 0.544$. Таким образом, порог, выше которого имеет место переориентация директора, выражается формулой (9) с $\xi\approx 2.998$.

Возможен еще один механизм переориентации директора воздушным потоком. В работе [4] было показано, что в плоскопараллельной ячейке НЖК в отсутствие внешних полей сохраняется величина

$$p=\frac{1}{2}\left(\frac{d\theta}{dz}\right)^2 (K_1 \sin^2\theta + K_3 \cos^2\theta). \tag{13}$$

Здесь θ — угол между директором НЖК и нормалью к стенкам. В деформированных НЖК эта величина соответствует давлению, которым НЖК стремится отталкивать стенки ячейки. Таким образом, было показано, что директора НЖК можно представить в виде упругой ленты, при отклонении которой возникает сила, стремящаяся возвратить ленту в исходное положение. Поэтому под действием давлении p ветра сверху на свободную поверхность НЖК директор должен отклоняться так, чтобы давление (6) со стороны директора уравновешивалось давлением ветра. Для гомеотропной ячейки угол отклонения есть θ и определяется формулой

$$z=\sqrt{\frac{K_3}{2p}}\,E\,(\theta\,(z)/a), \tag{14}$$

где $E\,(\theta/\alpha)$ — эллиптический интеграл, а $\sin^2\alpha=(K_3-K_1)/K_3$.

Максимальное отклонение имеет место при $z=L$. В случае планарной исходной ориентации директора угол отклонения есть $(\pi/2)-\theta$, поэтому в (6) нужно сделать замену $\theta\to$ $\to(\pi/2)-\theta$. Тогда интегрирование уравнения (6) дает

$$z=\sqrt{\frac{K_3}{2p}}\,E\,[\varphi\,(\theta\,(z))/a]-\sqrt{\frac{K_3-K_1}{2p}}\,\frac{\sin\theta\cos\theta}{\sqrt{1+\dfrac{K_3-K_1}{K_1}\sin^2\theta}},$$

$$\varphi\,(\theta\,(z))=\arcsin\frac{\sqrt{\dfrac{K_3}{K_1}}\sin\theta}{\sqrt{1+\dfrac{K_3-K_1}{K_1}\sin^2\theta}}. \tag{15}$$

В одноконстантном приближении ($K_1=K_3=K_0$) как в планарной, так и в гомеотропной ячейках имеем линейное распределение ориентации директора

$$\theta\,(z)=\sqrt{\frac{2p}{K_0}}\,z. \tag{16}$$

Из (16) при $K_0\sim 10^{-6}$ дин для ЖК ячейки с толщиной $L\sim 10^{-2}$ см необходимое давление ветра, чтобы получить переориентацию $\theta\sim 1$ рад, составляет $p\sim 0.5\cdot 10^{-2}$ дин/см^2. Конечно, это достаточно слабое давление для экспериментальной реализации больших переориентаций директора НЖК. Однако практическая трудность здесь заключается в получении ветрового давления в отсутствие сдвиговых напряжений.

Сделаем численные оценки переориентации директора под действием сдвиговых напряжений, передающихся от воздушного потока, для случая $dp/dx=0$. Градиент потока воздуха при беспороговой переориентации примем равным $\partial v_x^0/\partial z=1$ с$^{-1}$. Тогда при вязкости воздуха $\eta_0=2\cdot 10^{-4}$ П сдвиговое напряжение составляет $\sigma_0=2\cdot 10^{-4}$ дин/см^2. Примем $\lambda=0.63$ мкм, угол преломления $\beta=45°$, толщину ячейки $L=100$ мкм. Для нематика МББА $n_\parallel-n_\perp=0.2$; при гомеотропной ориентации $\alpha=\alpha_2=-0.77$ П, $K=K_3=7.5\cdot 10^{-7}$ дин, $\eta=\eta_2=1$ пуаз сдвиг световой фазы (см. формулу (5)) равен $\delta\Phi=-2$ рад. При планарной ориентации $\alpha=\alpha_3=$ $=-1.2\cdot 10^{-2}$ П, $K=K_1=6\cdot 10^{-7}$ дин, $\eta=\eta_1=0.25$ П, $\delta\Phi=-0.15$ рад, т. е. здесь эффект более чем на порядок слабее. Тепловые флуктуации директора приводят к флуктуациям фазы прошедшего света гораздо меньшей величины, $\langle\delta\Phi^2\rangle^{1/2}\sim 0.05$ рад при поперечном размере усреднения $a=5L$ [5].

Для случая пороговой переориентации директора и для НЖК МББА примем $K_2=$ $=4\cdot 10^{-7}$ дин, $\eta_3=0.43$ пуаз. Тогда из (9) получаем $\sigma_0^{\text{пор}}=5.4\cdot 10^{-2}$ дин/см^2 и соответственно для порогового значения градиента воздушного потока имеем $(\partial v_x^0/\partial z)_{\text{пор}}=270$ с$^{-1}$. И эта оценка представляется вполне разумной с точки зрения возможностей экспериментального обнаружения.

Отметим, что в настоящей работе мы сознательно не обсуждали достаточно сложную, но все же техническую проблему, как поддерживать пленку НЖК фиксированной толщины с одной свободной поверхностью, и ограничились лишь физическим аспектом явления.

Рассмотренная схема имеет чувствительность, пропорциональную кубу толщины пленки (см. формулу (5)), и при $L \propto 10^{-2}$ см она оказывается высокой $\delta\Phi \propto 1$ рад при $\sigma_0 = 2 \times 10^{-4}$ дин/см^2, что для границы НЖК с воздухом дает $\partial v_x^0/\partial z \propto 1$ с$^{-1}$, а для границы НЖК с жидкостью $\partial v_x^0/\partial z \propto 10^{-2}$ с$^{-1}$. К другим достоинствам обсуждаемого метода регистрации градиента скорости воздушного потока относятся высокая пространственная локальность, $\Delta r \propto L$, быстродействие ($\tau \propto \rho L^2/\eta \propto 10^{-4}$ с при $L \propto 10^{-2}$ см) и возможность невозмущающей регистрации одновременно во всех точках большой поверхности.

Авторы благодарят Е. И. Каца за обсуждения.

Список литературы

[1] *Чандрасекар С.* Жидкие кристаллы. М.: Мир, 1980. 344 с.
[2] *Vertogen G. Z.* // Naturfosch. 1983. Vol. 38a. P. 1273—1278.
[3] *Chilingaryan Yu. S., Hakopyan R. S., Tabiryan N. V., Zeldovich B. Ya.* // J. Phys. (Fr.). 1984. Vol. 45. N 3. P. 413—420.
[4] *Акопян Р. С., Зельдович Б. Я.* // ЖЭТФ. 1982. Т. 83. Вып. 6. С. 2137—2145.
[5] *Зельдович Б. Я., Табирян Н. В.* // ЖЭТФ. 1981. Т. 81. Вып. 5. С. 1738—1739.

Кироваканское научно-производственное объединение «Промавтоматика»

Поступило в Редакцию 31 января 1989 г.