[3] *Мурина Т. А., Розанов Н. Н.* // Квантовая электрон. 1981. Т. 8. № 6. С. 1186—1192.
[4] *Гайнер А. В., Сурдутович Г. И.* // Квантовая электрон. 1988. Т. 15. № 5. С. 975—977.
[5] *Гуревич А. Вл., Минц Р. Г.* // УФН. 1984. Т. 142. № 1. С. 61—99.

Ленинградский политехнический институт им. М. И. Калинина

Поступило в Редакцию 26 июля 1988 г.
В окончательной редакции 4 января 1989 г.

01; 05

Журнал технической физики, т. 59, в. 10, 1989

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТЕПЛОВЫХ ВОЛН В НОРМАЛЬНЫХ МЕТАЛЛАХ И СВЕРХПРОВОДНИКАХ С УЧЕТОМ ПРОЦЕССОВ РЕЛАКСАЦИИ

С. Л. Соболев

Волны переключения однородных состояний, распространяющиеся в нормальных металлах и сверхпроводниках [1], а также в других физических, химических и биологических системах [2], описываются обычно уравнениями параболического типа, не учитывающими процессы релаксации. Однако при низких температурах в твердых телах [3], нормальных металлах и сверхпроводниках [1] процессы релаксации начинают играть существенную роль. В этом случае температура в среде T и плотность теплового потока q связаны соотношением [4]

$$\tau \frac{\partial q}{\partial t} + q = -\lambda \operatorname{grad} T, \tag{1}$$

где τ — время релаксации, λ — коэффициент теплопроводности, t — время.

Из (1) и закона сохранения энергии можно получить уравнение для определения температуры, которое в одномерном случае при движении источника тепловыделения с постоянной скоростью V имеет вид

$$(\lambda - c\rho V^2\tau)\frac{d^2T}{dx^2} - \left(c\rho V + \tau V\frac{\alpha}{H}\right)\frac{dT}{dX} + \frac{1}{H}\left(Q - \alpha(T - T_0) + \tau V\frac{dQ}{dX}\right) = 0, \tag{2}$$

где c — теплоемкость; ρ — плотность; X — координата; Q — интенсивность источника тепловыделения; α — коэффициент теплоотдачи в окружающую среду; T_0 — начальная температура; H — толщина слоя, по которому движется источник.

Решение уравнения (2), полученное методом преобразования Фурье, запишем сразу в безразмерном виде

$$\Theta = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{(1 - iu\varphi)\exp(-iux)\int\limits_{-\infty}^{\infty}\omega(x)\exp(iux)\,dx}{u^2(1-\varphi^2) - iu\varphi(1+B) + B}\,du, \tag{3}$$

где $\varphi = V/v$ — безразмерная скорость движения источника, $v = (a/\tau)^{1/2}$ — скорость распространения теплового импульса в среде [4], a — коэффициент температуропроводности, $\Theta = (T - T_0)/(T_m - T_0)$, T_m — максимальная температура, $B = \alpha\tau/Hc\rho$, $\omega = Q\tau/Hc\rho\,(T_m - T_0)$.

Из (3) следует, что при любой функции тепловыделения безразмерная температура перед фронтом волны равна нулю, если $\varphi \geqslant 1$. Следовательно, автоволновые процессы с тепловым механизмом распространения возможны только со скоростями $\varphi < 1$.

Для ступенчатой функции тепловыделения $Q(X)$ [1], такой что $Q=0$ при $X < 0$ и $Q = Q^* = \text{const}$ при $X > 0$, из (3) получим

$$\underset{\varphi<1}{\Theta(x)} = \begin{cases} \dfrac{B(1+\gamma_1\varphi)\exp\gamma_1 x}{(1-\varphi^2)(\gamma_1-\gamma_2)\gamma_1}, & x < 0, \\ 1 - \dfrac{B(1+\gamma_2\varphi)\exp\gamma_2 x}{(1-\varphi^2)(\gamma_2-\gamma_1)\gamma_2}, & x > 0, \end{cases} \tag{4}$$

$$\theta(x) = \begin{cases} 0, & x<0, \\ 1 - \dfrac{B(1+\gamma_1\varphi)\exp\gamma_1 x}{(1-\varphi^2)(\gamma_1-\gamma_2)\gamma_1} + \dfrac{B(1+\gamma_2\varphi)\exp\gamma_2 x}{(1-\varphi^2)(\gamma_1-\gamma_2)\gamma_2}, & x>0, \end{cases} \quad \varphi>1 \tag{5}$$

$$\Theta(x) = \begin{cases} 0, & x<0, \\ 1, & x>0, \end{cases} \quad \varphi=1 \tag{6}$$

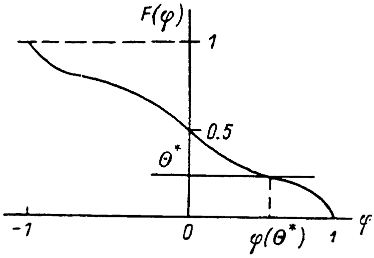
$$\gamma_{1,2} = \frac{\varphi(1+B)}{2(1-\varphi^2)} \pm \left(\frac{\varphi^2(1+B)^2}{(1-\varphi^2)^2} + \frac{4B}{1-\varphi^2}\right)^{1/2}.$$

Изменение характера поведения $\Theta(x)$ (4)—(6) при $\varphi=1$ связано с переменой направления «диффузии» тепла в волне (см. первый член в (2)). Если $\varphi<1$, то тепло от источника распространяется в направлении его движения, поэтому $\Theta>0$ при $x<0$ (4). Если $\varphi>1$, то знак перед d^2T/dX^2 в (2) меняется и тепло «диффундирует» в противоположную движению источника сторону за фронтом волны, а перед ним, следовательно, $\Theta=0$ (5). При $\varphi=1$ коэффициент перед d^2T/dX^2 в (2) равен нулю и «диффузия» тепла отсутствует. Температура (6) в этом случае определяется балансом тепла $Q=\alpha(T-T_0)$.

Поскольку $\Theta=0$ при $x>0$ и $\varphi>1$, а при $x=0$ и $\varphi=1$ существует скачок температуры, то для определения скорости распространения тепловых автоволн следует пользоваться равенством

$$\Theta^* = \lim_{x\to-0}\Theta(x) \equiv F(\varphi), \tag{7}$$

где Θ^* — безразмерная температура переключения однородных состояний системы [1]. График правой части (7) $F(\varphi)$, построенный с учетом (4), представлен на рисунке. Точка пересечения $F(\varphi)$ с прямой $\Theta^*=\text{const}$ определяет скорость распространения автоволны. При $\Theta^*\to 0$ $\varphi\to 1$. Если $\varphi>1$, то такая волна является либо фазовой, либо автоволной, механизм распространения которой имеет не тепловой, а какой-либо иной характер.



Зависимость температуры во фронте автоволны F от безразмерной скорости распространения φ.

В [5] на основе решения параболического уравнения показано, что для определенного типа источника спектр скоростей распространения фазовых волн имеет нижнюю границу $U_{\min}$. Функция источника, рассмотренная в данной работе, удовлетворяет условиям задачи [5] при $\Theta^*\to 0$ и соответствует максимальному значению $U_{\min}$. Поскольку при $\Theta^*\to 0$ $\varphi\to 1$ (или $V\to v$) и $V\to U_{\min}$, то $U_{\min}$ также ограничена скоростью распространения теплового импульса v.

Список литературы

[1] *Гуревич А. В., Минц Р. Г.* Тепловые автоволны в нормальных металлах и сверхпроводниках. М.: ИВТАН, 1987. 165 с.
[2] *Васильев В. А., Романовский Ю. М., Яхно В. Г.* // УФН. 1979. Т. 128. С. 625—666.
[3] *Гутфельд Р. В.* // Физическая акустика / Под ред. У. Мэзона. М.: Мир, 1973. Т. 5. 267 с.
[4] *Лыков А. В.* Тепломассообмен. М.: Энергия, 1978. 480 с.
[5] *Колмогоров А. Н., Петровский И. Г., Пискунов Н. С.* // Бюл. МГУ. 1937. Т. 1. Сер. А. Вып. Б. С. 1—26.

Отделение Института химической физики АН СССР
Черноголовка Моск. обл.

Поступило в Редакцию
14 июля 1988 г.
В окончательной редакции
6 декабря 1988 г.