

## РАСЧЕТ ВЛИЯНИЯ АКСИАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ОБРАЗОВАНИЕ АНОДНОГО ПЯТНА ВАКУУМНОЙ ДУГИ

*В. А. Немчинский*

Образование анодного пятна сильноточной вакуумной дуги связано со сжатием плазменной струи собственным магнитным полем (пинч-эффектом). Наложение внешнего аксиального магнитного поля, как известно, препятствует пинчеванию. Это объясняет экспериментальный факт увеличения критического тока образования анодного пятна при включении магнитного поля. Проведенные расчеты зависимости критического тока от магнитной индукции хорошо согласуются с экспериментом.

При увеличении тока вакуумной дуги выше некоторого критического  $I_{кр}$  напряжение на дуге резко поднимается и становится нестабильным, столб дуги сжимается у анода. Концентрация тепла на аноде вызывает локальный перегрев, на аноде возникает сильно нагретая область — анодное пятно (АП). Условию возникновения АП сильноточной вакуумной дуги посвящено большое количество работ (см. обзоры [1, 2]) главным образом в связи с разработкой вакуумных выключателей. Почти в первых же работах было замечено, что аксиальное магнитное поле увеличивает критический ток образования АП, однако какие-либо расчеты, позволяющие определить зависимость  $I_{кр}$  от поля, в настоящее время отсутствуют. Заполнению этого пробела посвящена настоящая статья.

### Качественное объяснение

Возникновение АП обычно исследуют в следующей геометрии, характерной для вакуумных выключателей: два плоских электрода, выполненных в виде дисков радиуса  $R$ , разделенных зазором  $d$ . Типичные значения  $R=3$  см,  $d=1$  см,  $I_{кр} \approx 10$  кА. При таких токах на катоде горит большое количество отдельных катодных пятен. Каждое катодное пятно является источником собственной катодной струи — высокоскоростного потока плазмы. На некотором расстоянии от катода отдельные катодные струи сливаются в общую струю. При токе, меньшем  $I_{кр}$ , эта струя равномерно заполняет межэлектродный зазор.

Согласно [3, 4], возникновение АП связано с воздействием на струю собственного магнитного поля тока (пинч-эффект). Аксиальная компонента тока  $j_z$  генерирует азимутальное поле  $B_\theta$  и взаимодействие тока с этим полем приводит к возникновению силы  $F_r = j_z B_\theta$ , сжимающей струю. С другой стороны, сжатие приводит к появлению радиального тока  $j_r$ . Взаимодействие этого тока с полем  $B_\theta$  порождает силу  $F_z = j_r B_\theta$ , тормозящую поток. Чем сильнее сжимается поток, тем больше оказывается  $B_\theta$ , тем больше сжимающая и тормозящая силы. В результате, как показано в [4], на некотором расстоянии от катода  $z_{кр}$  происходит резкое сжатие и торможение потока. При малом токе дуги  $z_{кр} > d$  кризис течения расположен за срезом анода и прохождение током межэлектродного зазора не связано ни с какими трудностями. Но увеличение тока приводит к тому, что сжатие и торможение происходят непосредственно перед анодом. Связав этот момент с появлением АП, в [4] удалось рассчитать  $I_{кр}$ . Результаты

расчета оказались в хорошем согласии с имевшимися экспериментальными данными.

Обнаруженное на опыте влияние аксиального магнитного поля укладывается в предложенное объяснение, поскольку известно, что аксиальное магнитное поле препятствует развитию пинч-эффекта [5]. В данном случае влияние объясняется следующим образом. При сжатии струи собственным магнитным полем  $B_\theta$  плазма пересекает силовые линии внешнего поля  $B_z$ . При этом индуцируется вихревое азимутальное электрическое поле  $E_\theta$  и возникает азимутальный ток  $j_\theta$ . Взаимодействие этого тока с полем  $B_z$  дает силу  $F_r' = j_\theta B_z$ , препятствующую сжатию, и тем самым задерживает возникновение АП.

### Основные уравнения

Уравнение движения квазинейтральной плазменной струи имеет вид

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\nabla p + \mathbf{j} \times \mathbf{B}, \quad (1)$$

где  $p$  — давление,  $\rho = n_i M$  — плотность ( $n_i$  и  $M$  — концентрация и масса ионов),  $\mathbf{j}$  — плотность тока. Оценки показывают, что при токах, характерных для образования АП, магнитные силы гораздо больше газодинамических, поэтому первым членом в правой части (1) можно пренебречь.

При определении воздействия магнитного поля на движение плазменной струи следует иметь в виду, что индуцированный в плазме вихревой ток  $i_\theta$  генерирует собственное аксиальное магнитное поле, так что результирующая величина  $B_z$  может сильно отличаться от приложенного поля  $B_{z0}$ . Максимальное отличие имеет место при большом магнитном числе Рейнольдса  $Re_m = \mu_0 \sigma v (R^2/d)$  ( $\sigma$  — проводимость плазмы,  $v$  — скорость потока). При  $Re_m \gg 1$  магнитное поле вморожено в вещество струи, так что величина  $B_z$  обратно пропорциональна сечению струи. Однако, как будет видно ниже, в практически интересном случае  $d < R$  сильного сжатия струи не происходит. Поэтому индуцированное аксиальное поле меньше внешнего и можно считать  $B_z = B_{z0}$ .

Плотность тока имеет аксиальную компоненту  $j_z$  и азимутальную

$$j_\theta = \sigma E_\theta = \sigma v_r B_z. \quad (2)$$

Тут  $v_r$  — радиальная скорость.

В цилиндрической системе координат (1) имеет вид

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 = \frac{1}{\rho} (-j_z B_\theta + \sigma v_r B_z^2), \quad (3)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left( r^2 \frac{d\theta}{dt} \right) = \frac{1}{\rho} j_r B_z, \quad (4)$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{1}{\rho} j_r B_\theta. \quad (5)$$

Эти уравнения описывают сжатие, вращение и торможение потока. Вообще говоря, вращение вызывает появление центробежной силы, препятствующей сжатию струи, и тем самым увеличивает критический ток образования пятна. Однако при тех значениях параметров, которые характерны для вакуумных выключателей, учет центробежной силы дает очень небольшую поправку и ее можно не учитывать.

Как и в [4], будем считать, что сжатие плазменной струи сопровождается таким же сжатием канала тока. При этом плотность тока  $\mathbf{j}$  можно выразить через скорость струи

$$\mathbf{j} = \frac{I}{I_i} \frac{eZ}{M} \rho \mathbf{v}. \quad (6)$$

Здесь  $Z$  — средний заряд ионов,  $I_i/I$  — доля ионов в полном токе струи (не на катоде).

Движение плазменной струи можно рассмотреть, усредняя параметры течения по сечению струи либо прослеживая траекторию частицы, движущейся по периферии струи. Зависимость радиуса этой частицы от расстояния от катода  $r_0(z)$  и даст нам форму плазменной струи. Мы, как и в [4], поступим именно таким способом. Азимутальное магнитное поле, действующее на периферии струи, равно

$$B_\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0(z)}. \quad (7)$$

Подставим (2), (6) и (7) в (3) и (5) и получим уравнения, описывающие  $r_0(t)$  и  $z(t)$  (индекс «0» у  $r_0$  в дальнейшем опускается),

$$\ddot{r} = -\beta \frac{\dot{z}}{r} - Ar^2 \dot{r} \dot{z}, \quad (8)$$

$$\ddot{z} = \beta \frac{\dot{r}}{r}, \quad (9)$$

где введены обозначения

$$\beta = \frac{\mu_0 e Z I}{2\pi M I_i / I}, \quad A = \frac{\pi e Z \sigma B_z^2}{M I I_i / I}. \quad (10)$$

Начальные условия к этим уравнениям следующие:

$$\begin{aligned} r(t=0) &= R, \quad \dot{r}(t=0) = 0, \\ z(t=0) &= 0, \quad \dot{z}(t=0) = v_0. \end{aligned} \quad (11)$$

Уравнение (9) легко интегрируется

$$\dot{z} = v_0 - \beta \ln \frac{R}{r}. \quad (12)$$

Подставим (12) в (8), тогда

$$\ddot{r} = -\left(v_0 - \beta \ln \frac{R}{r}\right) \left(\frac{\beta}{r} + Ar^2 \dot{r}\right). \quad (13)$$

Это уравнение решается в квадратурах, но, чтобы не усложнять изложение, ограничимся рассмотрением практически интересного случая, когда  $R$  в несколько раз превышает межэлектродный зазор. Из (12) видно, что радиус струи меняется от  $R$  у катода до  $R \exp(-v_0/\beta)$  у анода. Как показано в [4],  $I_{кр}$  определяется условием  $\beta = v_0 R/d$ . Таким образом, если  $R/d$  в несколько раз превышает единицу, то плазменная струя при движении от катода до анода слабо меняет свой радиус и можно положить  $r = R - \Delta$  ( $\Delta \ll R$ ). Для  $\Delta$  получаем уравнение

$$\ddot{\Delta} = \left(v_0 - \frac{\beta \Delta}{R}\right) \left(\frac{\beta}{R} - AR^2 \dot{\Delta}\right) \quad (14)$$

с начальными условиями  $\Delta(0) = 0$ ,  $\dot{\Delta}(0) = 0$ . Критический ток определяется условием, что при  $I_{кр}$  торможение и сжатие потока происходят непосредственно перед анодом, т. е.  $\dot{z}(z=d) = 0$ .

### Вычисление критического тока

Введем вместо  $\Delta$  новую переменную: скорость по  $z$ , а именно  $v_z = v_0 - (\beta \Delta/R)$ . Поскольку время в (14) явно не входит, то его порядок понижается введением новой неизвестной  $p(v_z) = \dot{v}_z$ . Тогда

$$p \frac{dp}{dv_z} = -v_z \frac{\beta^2}{R^2} \left(1 + \frac{AR^4}{\beta^2} p\right). \quad (15)$$

Уравнение (15) интегрируется

$$\frac{AR^4}{\beta^2} p - \ln \left(1 + \frac{AR^4}{\beta^2} p\right) = \frac{A^2 R^6}{2\beta^2} (v_0^2 - v_z^2). \quad (16)$$

Зависимость  $z(t)$  получается в результате интегрирования

$$z(t) = \int v_z dt = \int \frac{v_z dv_z}{p(v_z)}. \quad (17)$$

Условие перехода в АП (торможение происходит на срезе анода)

$$d = \int_{r_0}^0 \frac{v_z dv_z}{p(v_z)}, \quad (18)$$

где  $p(v_z)$  дается уравнением (16). Интеграл в (18) вычисляется переходом от интегрирования по  $v_z$  к интегрированию по  $p$ .

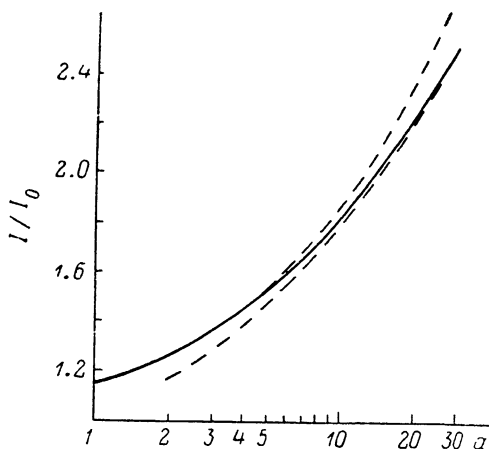


Рис. 1.

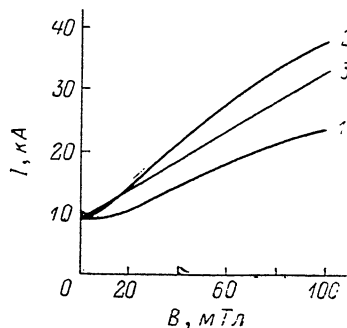


Рис. 2. Зависимость критического тока образования АП от магнитной индукции.

1, 2 — расчет при  $I_i/I = 0.08, 0.04$  соответственно; 3 — эксперимент [4].

После несложных математических преобразований имеем условие для критического тока

$$AR^2d = -\ln\left(1 + \frac{AR^4}{\beta^2} p_0\right), \quad (19)$$

где  $p_0$  — решение (16) при  $v_z=0$ , т. е.

$$\frac{AR^4 p_0}{\beta^2} - \ln\left(1 + \frac{AR^4}{\beta^2} p_0\right) = \frac{A^2 R^6 v_0^2}{2\beta^2}. \quad (20)$$

Исключим  $p_0$  из (19), (20). Тогда имеем уравнение

$$\beta = \frac{AR^3 v_0}{\sqrt{2}} [AR^2d + \exp(-AR^2d) - 1]^{-1/2}, \quad (21)$$

которое связывает  $\beta \sim I_{кр}$  с параметром  $A \sim B_x^2/I_{кр}$ , т. е. определяет  $I_{кр}(B)$ . В отсутствие магнитного поля критический ток удовлетворяет условию  $\beta \approx \approx Rv_0/d$ . Запишем (21) в виде

$$\frac{I}{I_0} = F\left(a \frac{I_0}{I}\right), \quad \text{где } F(x) = \frac{x}{\sqrt{2}} [x + \exp(-x) - 1]^{-1/2}. \quad (22)$$

Здесь  $I_0$  — критический ток при  $B=0$ .

$$a = \frac{\mu_0 \sigma R d^2}{2v_0} \left(\frac{eZB}{MI_i/I}\right)^2. \quad (23)$$

Уравнение (22) позволяет построить зависимость  $I(a)/I_0$ . Действительно, зададим некоторую величину  $x$  и из (22) найдем соответствующее значение

$I/I_0$ . Найденное  $I/I_0$  позволяет по исходному  $x = aI_0/I$  найти величину  $a$ . Построенная таким образом зависимость  $I/I_0(a)$  показана на рис. 1 сплошной линией. Там же штриховыми линиями показаны найденные разложением  $F$  в ряд при больших и малых значениях аргумента приближенные решения

$$\frac{I}{I_0} \cong \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{a}{6}} \quad (a \ll 1), \quad (24)$$

$$\frac{I}{I_0} \cong \left(\frac{a}{2}\right)^{1/3} \left(1 + \frac{1}{3} 2^{-1/3} a^{-2/3}\right)^{1/2} \quad (a \gg 1). \quad (25)$$

### Сравнение расчетов с экспериментом

Перейдем к сравнению результатов расчетов с экспериментом. Для сравнения мы выбрали сравнительно недавнюю работу [6], поскольку в ней единственной, насколько нам известно, приведена не отдельная точка, а зависимость  $I_{кр}(B)$ . Для проведения расчетов надо знать некоторые характеристики вакуумной дуги.

Данные по электропроводности можно извлечь из работы [7], где измерялась напряженность продольного поля  $E(B)$  и радиус столба в аксиальном поле  $B$ . Согласно этой работе,  $\sigma = 2 - 3 \cdot 10^4 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ , что соответствует температуре  $T = (3 - 5) \text{ эВ}$ . Мы в расчетах полагали  $\sigma = 2.5 \cdot 10^4 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ . Были использованы следующие величины [8]:  $v_0 = 1.6 \cdot 10^4 \text{ м/с}$ ,  $z = 1.8$ . Для доли ионов в токе струи в литературе приводятся данные:  $I_i/I = 0.08$  [8],  $0.04$  [9]. Нами проводился расчет при обоих значениях  $I_i/I$ . Результаты расчетов  $R = 3 \text{ см}$ ,  $d = 1 \text{ см}$  [6] показаны на рис. 2 вместе с экспериментальными данными [6]. Видно неплохое согласие, особенно если взять среднее значение  $I_i/I = 0.06$ , которое мы и использовали в дальнейших расчетах.

Интересно также провести сравнение расчетов с данными работы [10], в которой использовались две схемы питания соленоида создающего поле  $B_z$ . В первой схеме ток соленоида и тем самым  $B_z$  не зависел от тока дуги. В другом опыте соленоид питался током дуги, так что  $B_z = S \cdot I$ . В этих опытах были получены кардинально разные результаты, которые интересно сравнить с расчетом.

Начнем с опыта с постоянным  $B$ . Использовались медные электроды с радиусами  $R = 5, 3.5 \text{ см}$ , зазор равнялся  $1.4 \text{ см}$ . Согласно [4], критический ток в отсутствие магнитного поля

$$I_0 = \frac{2\pi M R v_0 I_i / I}{\mu_0 d e Z}, \quad (26)$$

что дает  $I_0(3.5 \text{ см}) = 4.1 \text{ кА}$  и  $I_0(5 \text{ см}) = 5.9 \text{ кА}$ . Опыт показал, что  $I_0 = 3 - 5 \text{ кА}$  в первом случае, измеренное значение  $I_0$  при  $R = 5 \text{ см}$  не приведено. Наложение поля  $B = 0.04 \text{ Тл}$ , согласно (25), должно увеличить критический ток до  $10.0$  и  $15.9 \text{ кА}$ . Эксперимент показал  $10 - 12$  и  $19 - 21 \text{ кА}$  соответственно. Если  $B_z$  пропорционально току  $B_z = S \cdot I$ , то из (25) для критического тока получаем выражение

$$\frac{I}{I_0} = \frac{a}{B^2} \frac{s^2 I_0^2}{2}. \quad (27)$$

Величина  $a/B^2$  от поля не зависит. Для параметров, использованных в [10] ( $R = 5 \text{ см}$ ,  $S = 3 \cdot 10^{-5} \text{ Тл/А}$ ), получаем  $I/I_0 = 360$ , так что из-за кризиса течения образование АП должно было бы наблюдаться при фантастически высоком токе  $2.1 \text{ МА}$ . В работе [10] при предельно больших использованных токах (порядка

<sup>1</sup> Выше упоминалось, что учет вращения плазмы как целого дает лишь малую поправку. Приведем без вывода результат расчета для случая  $a \gg 1$  с учетом вращения

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{a}{2} + \frac{2}{3} \frac{\omega^2 d^3}{R v_0^3}\right)^{1/3},$$

где  $\omega = e Z B / (M I_i / I)$ . Подстановка характерных величин показывает, что поправка к  $I_0/I$  не превышает  $10 \%$ .

60 кА) наблюдалось оплавление анода, но во всем исследованном диапазоне токов не происходило подъема напряжения, характерного для перехода в режим с АП.

Таким образом, мы видим, что приведенные выше формулы позволяют вполне удовлетворительно описать влияние аксиального магнитного поля на критический ток образования анодного пятна.

Автор глубоко благодарен Б. Я. Мойжесу за многочисленные обсуждения.

#### Список литературы

- [1] *Miller H. C.* // IEEE Trans. on Plasma Sci. 1977. Vol. PS-5. N 3. P. 181—196. 1983. Vol. PS-11. N 2. P. 76—89. 1985. Vol. PS-13. N 5. P. 242—252.
- [2] Вакуумные дуги. Теория и приложения / Под ред. Дж. Лафферти. М.: Мир, 1982. 432 с.
- [3] *Voxman R. L.* // J. Appl. Phys. 1977. Vol. 48. N 6. P. 2338—2345.
- [4] *Немчинский В. А.* // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 2. С. 235—240.
- [5] *Лукьянов С. Ю.* Горячая плазма и управляемый термоядерный синтез. М.: Наука, 1975. 408 с.
- [6] *Schellekens H.* // IEEE Trans. on Plasma Sci. 1985. Vol. PS-13. N 5. P. 291—295.
- [7] *Kimblin C. W., Voshall R. E.* // IEEE Trans. on Power. Apparatus and Systems. 1973. Vol. PAS-92. N 5. P. 1730—1731.
- [8] *Davis W. D., Miller H. C.* // J. Appl. Phys. 1969. Vol. 40. N 5. P. 2212—2221.
- [9] *Malik N. K., Edgley P. D., Malkin P.* // Proc. XI ISDEIV. Berlin, 1984. Vol. 1. P. 147—150.
- [10] *Перцев А. А., Гусева Л. Г., Куликов А. Е.* // ЖТФ. 1977. Т. 47. Вып. 10. С. 2112—2115.

Всесоюзный научно-исследовательский  
институт источников тока

Отделение в г. Ленинграде

Поступило в Редакцию  
22 июля 1988 г.

В окончательной редакции  
22 ноября 1988 г.