01; 10

О ВОЗМОЖНОСТИ УВЕЛИЧЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ УСИЛЕНИЯ В ПРОФИЛИРОВАННОМ УБИТРОНЕ

В. А. Базылев, А. В. Тулупов

Рассмотрена возможность эффективного усиления излучения в профилированном убитроне — ЛСЭ с аксиальным ведущим магнитным полем и с сильноточным электронным пучком. Для этого предлагается использовать режим однократного отражения частиц от пондеромоторного потенциала, когда все электроны независимо от начальных условий отдают энергию волне. Показано, что в этом режиме можно достигать высоких КПД, существенно превышающих КПД синхронизованных ЛСЭ. Увеличение КПД обусловлено возрастанием эффективного времени взаимодействия в условиях осуществления механизма автофазировки. Возможным также оказывается усиление волны немоноэнергетическим электронным пучком (со степенью немоноэнергетичности ~5 %).

Проблема повышения эффективности работы лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) в последние годы привлекает повышенное внимание. Это объясняется тем, что при высокой эффективности (КПД) ЛСЭ способны обеспечить наибольшую среднюю мощность излучения в диапазоне от миллиметровых до видимых длин волн по сравнению со всеми другими источниками. При этом ЛСЭ могут найти широкое применение, в частности низкоэнергетичные ЛСЭ — убитроны, для циклотронного нагрева плазмы в токамаке [1] (в литературе принято называть генераторы и усилители с высокоэнергетичными электронными пучками, работающие в ИК и видимом диапазоне, ЛСЭ, в то время как те же устройства с низкоэнергетичным (~1 МэВ) сильноточным пучком и миллиметровой рабочей длиной волны называют убитронами, характерной чертой которых является наличие продольного магнитного поля, удерживающего сильноточный пучок от рассыпания).

В работах [2, 3] была рассмотрена возможность увеличения эффективности работы убитрона за счет захвата электронов тормозящей волной пондеромоторного потенциала и показано, что КПД может возрасти в два и более раз. Этот режим реализуется при профилировании параметров вигглера или аксиального магнитного поля и требует электронных пучков с малыми импульсными разбросами.

В настоящей работе предложен другой режим усиления в профилированном убитроне — однократное отражение от пондеромоторного потенциала. В этом случае снижаются требования к моноэнергетичности электронного пучка, а величина КПД может быть достаточно высокой. Отметим, что рассмотренный режим работы убитрона в принципе близок к аналогичному режиму усиления в ЛСЭ с переменными параметрами [4] и в ЛСЭ с синхронизующим магнитным полем [5]. Однако наличие аксиального магнитного поля открывает новые возможности по сравнению с исследованными в [4, 5] и приводит к увеличению эффективности усиления.

Рассмотрим движение электрона с энергией $\mathcal{E}$ ($\gamma=\mathcal{E}/mc^2$) в магнитных полях вида

$$\mathbf{B}=(B_w+\delta B_w(z))(\mathbf{e}_x\cos k_wz+\mathbf{e}_y\sin k_wz)+(B_0+\delta B_0(z))\,\mathbf{e}_z \tag{1}$$

и поле электромагнитной волны

$$\mathbf{A}_s(z,\ t)=A_s[\mathbf{e}_x\cos(k_sz-\omega_st)-\mathbf{e}_y\sin(k_sz-\omega_st)], \tag{2}$$

где B_w, B_0 — напряженность поля вигглера и аксиального магнитного поля; δB_w, δB_0 — изменение полей B_w и B_0, $\delta B_{w,0}(L)/B_{w,0}\ll 1$; $k_w=2\pi/\lambda_w$, λ_w — период вигглера (во избежание слишком громоздких выражений здесь не предполагается зависимость λ_w от z, для этого случая рассмотрение проводится аналогично).

Введем ортогональную систему координат, вращающуюся вместе с полем вигглера $\mathbf{e}_1=\mathbf{e}_x\cos k_wz+\mathbf{e}_y\sin k_wz$, $\mathbf{e}_2=-\mathbf{e}_x\sin k_wz+\mathbf{e}_y\cos k_wz$, $\mathbf{e}_3=\mathbf{e}_z$. Тогда в этой системе координат уравнения движения электронов записываются следующим образом:

$$\dot p_1-k_wp_2v_3=\frac{eA_s\omega_s}{c}\sin\theta-\frac{e}{c}v_2(B_0+\delta B_0)-\frac{e}{c}v_3k_sA_s\sin\theta,$$

$$\dot p_2=k_wp_1v_3=\frac{eA_s\omega_s}{c}\cos\theta-\frac{e}{c}v_3k_sA_s\cos\theta-\frac{e}{c}v_3(B_w+\delta B_w)+\frac{e}{c}v_1(B_0+\delta B_0),$$

$$\dot p_3=\frac{e}{c}v_2(B_w+\delta B_x)+\frac{e}{c}(v_1k_sA_s\sin\theta+v_2k_sA_s\cos\theta),$$

$$\dot{\mathscr{E}}=\frac{eA_s\omega_s}{c}v_1\sin\theta+\frac{eA_s\omega_s}{c}v_2\cos\theta, \tag{3}$$

здесь точка сверху означает дифференцирование по времени, $\theta\equiv kz-\omega_st=(k_s+k_w)z-\omega_st$ — фаза комбинационной волны.

Перейдем от амплитуд полей к частотам $\Omega_{w,0}=eB_{w,0}/mc$, $\Omega s=ek_sA_s/mc$, $\delta\Omega_{w,0}=e\delta B_{w,0}/mc$ и, учитывая, что Ω_s, $\delta\Omega_{w,0}\ll\Omega_{w,0}$, представим движение электрона в виде стационарных орбит и малых возмущений, обусловленных воздействием полей δB_w, δB_0 и A_s: $v_1=v_w+\delta v_1$, $v_2=v_{20}+\delta v_2$, $v_3=v_z+\delta v_3$. Стационарные орбиты могут быть получены из (3) при A_s, δB_w, $\delta B_0=0$ [6]

$$v_w=v_z\Omega_w/(\Omega_0-k_w\gamma_0v_z),\quad v_{20}=0,\quad v_z=\mathrm{const},$$
$$v_w^2+v_z^2=(1-\gamma_0^{-2})c^2, \tag{4}$$

при этом движение на них устойчиво при выполнении условия [6]

$$(k_wv_z-\omega_0)(k_wv_z-\omega_0(1+(v_w/v_z)^2)>0,\quad \omega_0=\Omega_0/\gamma_0,$$

Включая возмущения A_s, δB_w, δB_0, из (3) имеем

$$\delta\ddot V_2+\omega_2^2\delta V_2=A\sin\theta-B+C, \tag{5}$$

где $\delta V_2=\delta v_2+(\Omega_s/k_s\gamma_0)\sin\theta$, $B=(v_z^2/\gamma_0)d\delta\Omega_w/dz$, $C=(v_wv_z/\gamma_0)d\delta\Omega_0/dz$, $\omega_2^2=(k_wv_z-\omega_0)(k_wv_z-\omega_0(1+\alpha_\perp^2))$, $A=(\Omega_s\omega_0/k_s\gamma_0)[(1+\alpha_\perp^2)(\omega_0-kv_z)+\omega_s-k_wv_z]$, $\alpha_\perp=v_w/v_z$.

Рассмотрим движение вблизи резонанса $\dot\theta\approx 0$ и положим $\ddot B=0$, $\ddot C=0$, тогда решение (5) представимо в виде

$$\delta V_2=(A\sin\theta-B+C)/\omega_2^2. \tag{6}$$

Переходя к переменным фаза—лорец-фактор и учитывая $d^2\theta/dz^2\equiv\theta''=(\omega_s/v_z^3)\delta\dot v_3$, получаем уравнение для фазы

$$\theta''=\frac{k_s^2a_s}{\gamma_0\gamma_z^2}\left(\frac{c}{v_z}\right)^2\alpha_\perp\Phi\sin\theta-(\Phi-1)\frac{k_sc}{\gamma_z^2v_z}\delta\omega_0-(1-\Phi)\frac{ck_s}{v_z\gamma_z^2}\frac{1}{\alpha_\perp}\frac{B_w}{B_0}\delta\omega_w, \tag{7}$$

где $a_s=\Omega_s/k_sc$, $\gamma_z^2=(1-v_z^2/c^2)^{-1}$, $\delta\omega_0=B_0^{-1}d\delta B_0/dz$, $\delta\omega_w=B_w^{-1}d\delta B_w/dz$, $\Phi=1-\omega_0\alpha_\perp^2\gamma_z^2/[\omega_0(1+\alpha_\perp^2)-k_n v_z]$.

Введем резонансную энергию $\gamma_r(z)$, которая меняется вдоль z таким образом, чтобы при изменении параметров вигглера (аксиального магнитного поля) продольная скорость электронов не менялась и все время была равна резонансной скорости $v_{zr}\equiv\omega_s/k$ (фазовой скорости комбинационной волны). Резонансная энергия может быть определена из интеграла движения

$$1-\beta_{zr}^2-\frac{\beta_{zr}^2\Omega_w^2(z)}{(\Omega_1-k_w\gamma_r v_{zr})^2}=\frac{1}{\gamma_r^2}, \tag{8}$$

где $\beta_{zr}=v_{zr}/c$.

Дифференцируя (8), получаем закон изменения резонансной энергии (для определенности положим $\delta\omega_0=0$)

$$\gamma_r'=\left(\frac{v_z}{c}\right)^2\frac{\gamma_0}{\alpha_\perp}\frac{B_w}{B_0}\frac{1-\Phi}{\Phi}\delta\omega_w. \tag{9}$$

Полученное выражение позволяет ввести резонансную фазу θ_r, которая представляет собой фазу частицы, находящейся все время в резонансе с комбинационной волной

$$\sin\theta_r=\frac{1}{k_s a_s}\frac{\gamma_0}{\alpha_\perp^2}\left(\frac{v_z}{c}\right)^2\frac{1-\Phi}{\Phi}\frac{B_w}{B_0}\delta\omega_w. \tag{10}$$

Формулы (9), (10) определяют конструкцию профилированного убитрона: задание значений θ_r ($\sin\theta_s\leqslant 1$) и амплитуды волны сигнала на входе позволяют найти степень профилирования параметров убитрона.

Введя отклонение от резонансной энергии $\delta\gamma=\gamma-\gamma_r$, можно свести уравнения, описывающие взаимодействие в профилированном убитроне, к гамильтоновой форме, традиционной для ЛСЭ [4, 5],

$$(\delta\gamma)'=-\partial H_\theta/\partial\theta,\quad \theta'=\partial H_\theta/\partial(\delta\gamma),$$

$$H_\theta=\frac{k_s}{2\gamma_0\gamma_z^2}\left(\frac{c}{v_z}\right)^2\Phi(\delta\gamma)^2+V(\theta),\quad V(\theta)=k_s a_s\alpha_\perp(\cos\theta+\theta\sin\theta_r). \tag{11}$$

Характерной особенностью в отличие от ЛСЭ здесь является знакопеременность функции Ф. Вследствие этого в одном и том же профилированном убитроне путем изменения продольного магнитного поля можно реализовать как режим захвата, так и режим отражения.

Действительно, рассмотрим взаимодействие с волной частиц, движущихся по различным группам стабильных траекторий: 1) $\Phi>1$, $k_w v_z>\omega_0(1+\alpha_\perp^2)$; 2а) $k_w v_z<\omega_0$, $\Phi<0$; 2б) $k_w v_z<\omega_0$, $0<\Phi<1$. Для реализации режима захвата необходимо, чтобы $\gamma_r'<0$ [5], тогда для групп 1, 2б из (9) следует $\delta\omega_w<0$, т. е. B_w должно уменьшаться. В то время как для группы 2а $\delta\omega_w>0$ и B_w должно возрастать. Это отличие связано с тем, что с уменьшением γ для частиц группы 2а продольная скорость электронов увеличивается (за счет поперечной скорости) в противоположность группам 1 и 2б.

В режиме отражения необходимо, чтобы резонансная энергия возрастала, проходя через значение начальной энергии пучка [5]. В этом случае из (9) следует, что для групп 1 и 2б $\delta\omega_w>0$ (B_w возрастает), а для группы 2а $\delta\omega_w<0$ (B_w падает). Таким образом, при неизменной конструкции убитрона, работая на траекториях либо групп 1, 2б либо 2а можно осуществить различные режимы усиления.

Рассмотрим более подробно режим отражения. Согласно [5], КПД определяется формулой

$$\eta_e=\frac{1}{2\pi\gamma_0}\oint(\delta\gamma)_m\,d\theta, \tag{12}$$

где $(\delta\gamma)_m$ описывает сепаратрису, ограничивающую область захвата, и не зависит от начального разброса $(\Delta\gamma/\gamma)_0$.

Используя уравнения движения (11), нетрудно получить выражение для КПД профилированного убитрона в данном случае

$$\eta_e=\frac{8}{\pi}\left(\frac{\gamma_z^2}{\gamma_0}\left(\frac{v_z}{c}\right)^2\frac{a_s|\alpha_\perp|}{|\Phi|}\right)^{1/2}J(\theta_r),$$

$$J(\theta_r)=\frac{1}{4\sqrt{2}}\int_{\theta_1}^{\theta_2}[\cos\theta_r+\cos\theta-(\pi-\theta_r-\theta)\sin\theta_r]^{1/2}\,d\theta, \tag{13}$$

где θ_1, θ_2 — точки поворота при движении по сепаратрисе.

Из (13) следует, что величина КПД зависит от двух параметров, характеризующих движение электрона в полях B_w и B_0: $\alpha_\perp$ и Φ. Увеличение параметра $\alpha_\perp$ (при условии прохождения через резонанс $v_z \doteq \omega_s/k$) может быть достигнуто путем увеличения поля вигглера ($\Omega_w \to \infty$), однако одновременное уменьшение γ_z приводит к снижению КПД. В результате в каждом конкретном случае существует оптимальное значение B_w. Аналогичная картина наблюдается в ЛСЭ без ведущего магнитного поля [7].

Представляется интересным сравнить эффективность работы в режиме отражения синхронизованного ЛСЭ и профилированного убитрона, имея в виду анализ влияния продольного магнитного поля на КПД. Для этого представим выражение для КПД (13) в виде

$$\eta_e = \eta_e^0 K, \tag{14}$$

где η_e^0 — КПД синхронизованного ЛСЭ в режиме отражения [5], $\eta_e^0 = (8/\sqrt{2}\pi) \times (\gamma_z/\gamma)\sqrt{a_s a_w}\, J(\theta_r)$, параметр $K = (|\Phi|^{-1}(\gamma/a_w) v_z v_w/c^2)^{1/2}$ определяет изменение эффективности усиления.

Очевидно, что $K \gg 1$ при $|\Phi| \to 0$, что может реализовываться в двух случаях: 1) $v_z \to 0$, тогда $\Phi \sim 1 - \gamma_z^2 \approx \beta_z^2$ и $K \sim (\gamma/a_w) v_w/v_z \gg 1$, однако резонансное взаимодействие частицы с комбинационной волной невозможно, так как $v_z \ll \omega_s/k$; 2) $\Phi \to 0$ при $k_w v_z \to \omega_{cr} = \omega_0 [1 - (\gamma_z^2 - 1)^{1/3} (B/B_0)^{2/3}]$ [6]. В этом случае имеем

$$K = \left[\frac{1}{|\Phi|} \frac{\gamma}{a_w} \left(\frac{v_z}{c}\right)^2 \frac{1}{(\gamma_z^2 - 1)^{1/3}} \left(\frac{B_0}{B_w}\right)^{1/3}\right]^{1/2}. \tag{15}$$

Нетрудно усмотреть, что параметр K может быть существенно больше единицы. Действительно, при $\gamma_z \sim \gamma$ $K \sim |\Phi|^{-1} a_n^{-1} (\gamma B_0/B_n)^{1/3}$. Обычно, $a_w \approx 1$ и $\gamma B_0/B_w > 1$, поэтому при $|\Phi| \to 0$ $K \gg 1$.

Однако, согласно (10), $\sin\theta_r \sim \Phi^{-1}$, тогда при $\Phi \to 0$ правая часть равенства (10) становится больше единицы, т. е. резонансной фазы у частицы не существует. Это означает, что исчезает неравномерность распределения частиц по фазам в точке отражения (не происходит автофазировка) и, следовательно, КПД стремится к нулю. Математически это соответствует ситуации, когда $J(\theta_r) = 0$, значит, $\eta_e^0 = 0$. Таким образом, для получения высокого КПД необходимо одновременное выполнение двух условий $K \gg 1$ и $(k_s a_s)^{-1} (\gamma_0/\alpha_\perp^2)(v_z/c)^2 \times (1 - \Phi)/\Phi (B_w/B_0)\, \delta\omega_w < 1$. Отсюда следует, что параметры профилированного убитрона должны удовлетворять двойному неравенству

$$\frac{1}{a_s} \frac{\delta\omega_w}{2k_w} \leqslant \frac{\gamma_z^2}{(\gamma_z^2 - 1)^{2/3}} \frac{|\Phi|}{\gamma} \left(\frac{B_0}{B_w}\right)^{5/3} \left(\frac{c}{v_z}\right)^2 \ll \frac{1}{a_w} \left(\frac{B_0}{B_w}\right)^2 \frac{\gamma_z^2}{\gamma_z^2 - 1}. \tag{16}$$

При $\gamma_z \sim \gamma \gg 1$ неравенство (16) сводится к виду

$$\frac{1}{a_s} \frac{\delta\omega_w}{2k_w} \leqslant \frac{|\Phi|}{\gamma^{1/3}} \ll \frac{1}{a_w} \left(\frac{B_0}{B_w}\right)^2. \tag{17}$$

Правая часть неравенства легко удовлетворяется выбором величины B_0 при заданном B_w, выполнение левой части достигается подбором степени профилирования и величины амплитуды усиливаемой волны.

Итак, эффективность усиления в профилированном убитроне в режиме отражения при прочих равных условиях может быть существенно выше, чем эффективность в синхронизованном ЛСЭ. Физической причиной увеличения эффективности является изменение характера движения электрона за счет наличия продольного магнитного поля. В результате этого изменения возрастает эффективное время нахождения частицы в области выполнения резонансного условия при сохранении режима автофазировки, а следовательно, растет энергоотдача в усиливаемую волну. Естественное ограничение на возрастающую длину эффективного резонансного взаимодействия $l_{\mathrm{eff}} < L$ (L — длина устройства) оказывается слабее условия существования резонансной фазы.

Как выше указывалось, КПД профилированного убитрона не зависит от разброса пучка по энергиям, необходимо лишь, чтобы все частицы успевали пройти через точку отражения (фазового синхронизма). Нетрудно получить, что допустимый разброс составляет $(\Delta\gamma/\gamma)_0 \approx 0.5\ \Delta\gamma_r/\gamma_0$, где $\Delta\gamma_r$ — изменение резонансной энергии на длине убитрона. Поскольку $\Delta\gamma_r$ может быть достаточно велико, то и начальный разброс может быть достаточно значительным. При этом необходимо отметить, что наличие разброса по поперечным скоростям оказывает негативное влияние, поскольку часть электронов будет двигаться не по убитронным траекториям.

Необходимо также отметить, что, несмотря на то что, согласно (14), КПД профилированного убитрона значительно превосходит КПД синхронизованного ЛСЭ, окончательный ответ на вопрос о численном значении КПД может быть получен после проведения детальных численных расчетов. Дело в том, что оценка КПД (13) справедлива при относительно небольших значениях фактора, стоящего перед интегралом J. Для ЛСЭ без продольного магнитного поля при увеличении указанного фактора наблюдается частичный захват частиц волной при прохождении ими точки синхронизма [8]. В принципе подобное явление может иметь место и в рассматриваемой системе, приводя к снижению величины КПД.

Список литературы

[1] *Jong R. A., Scharleman E. T.* // Nucl. Instr. Meth. 1987. Vol. A259. N 1-3. P. 254—260.
[2] *Freund H. P., Gold S. H.* // Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 52. N 11. P. 926—929.
[3] *Freund H. P., Ganguly A. K.* // Phys. Rev. A. 1986. Vol. 33. N 2. P. 1060—1072.
[4] *Kroll N. M., Morton P. L., Rosenbluth M. N.* // IEEE T. Quant. Electr. 1981. Vol. QE-17. N 8. P. 1496—1507.
[5] *Базылев В. А., Тулупов А. В.* // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 11. С. 2222—2226.
[6] *Friedland L.* // Phys. Fluids. 1980. Vol. 23. N 12. P. 2376—2382.
[7] *Базылев В. А., Тулупов А. В.* // Квантовая электрон. 1988. Т. 15. № 1. С. 101—105.
[8] *Гинзбург Н. С.* // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький: Изд-во ИПФ АН СССР, 1987. Вып. 5. С. 37.

Поступило в Редакцию
10 мая 1988 г.
В окончательной редакции
15 декабря 1988 г.