напряженность электрического поля. В результате возникает некоторая зависимость k_β от поля, однако она оказывается слабой. Так, при изменении напряженности поля в диапазоне 1—10 кВ/см k изменяется на 5 %. Поэтому в результатах расчетов приводятся средние значения, а разброс включен в погрешность. Суммарная погрешность определения величин k_γ и k_β составляет ~ 10 %.

Данных о k_γ для гамма-квантов с энергией больше 0.662 МэВ в литературе нет. Однако в [13] показано, что для гамма-квантов с энергиями в интервале 0.662—2.614 МэВ наблюдается очень хорошая линейность между энергией и выходным сигналом. Это дает основание считать, что при $\mathcal{E}_\gamma \sim 0.662$ МэВ коэффициент k_γ практически не меняется, а k_β, следовательно, слегка возрастает (с 0.37 для $\mathcal{E}_\beta = 0.627$ МэВ до 0.43 для $\mathcal{E}_\beta = 2.585$ МэВ), что естественно, так как растет плотность ионизации в треках фотоэлектронов.

На рис. 3 построена зависимость k от плотности ионизации в треках электронов. На график нанесены как вычисленные значения k_β, так и взятые с пунктирного участка.

Полученные в данной работе значения k_β могут использоваться для расчетов линейности и энергетического разрешения спектрометров, если напряженность электрического поля в спектрометре превышает несколько кВ/см. В противном случае надо пользоваться непосредственно коэффициентом f — выходом с трека. Однако в большинстве реальных случаев в спектрометрах стараются работать с бóльшими напряженностями поля, поэтому параметр k_β оказывается вполне подходящим для расчетов.

Литература

[1] *Mozumder A.* // J. Electrostat. 1982. Vol. 12. P. 45—57.
[2] *Huang S., Freeman G. R.* // Can. J. Chem. 1977. Vol. 55. P. 1838—1846.
[3] *Gruhn C. R., Mozumder A.* // Phys. Rev. B. 1979. Vol. B20. N 8. P. 3520—3522.
[4] *Ободовский И. М., Покачалов С. Г.* // ФНТ. 1979. Т. 5. № 8. С. 829—836.
[5] *Воронова Т. Я.* // Методы экспериментальной ядерной физики в исследовании процессов и продуктов деления. М.: Энергоатомиздат, 1983. С. 98—108.
[6] *Гущин Е. М.* // ЖЭТФ. 1979. Т. 76. № 5. С. 1685—1689.
[7] *Григорьев В. А., Ободовский И. М.* // ПТЭ. 1969. № 1. С. 188—189.
[8] *Shibamura E.* // Nucl. Instr. Meth. 1975. Vol. 131. N 1. P. 249—258.
[9] *Tojo T.* // Nucl. Instr. Meth. 1985. Vol. A241. N 1. P. 177—180.
[10] *Zerby C. D., Meyer A., Murray R. B.* // Nucl. Instr. Meth. 1961. Vol. 12. P. 115—123.
[11] *Collinson A., Hill R.* // Proc. Phys. Soc. 1963. Vol. 81. N 3. P. 883—892.
[12] *Егоров В. В., Ермилова В. К., Родионов Б. У.* Препринт ФИАН. № 166. М., 1982.
[13] *Masuda E.* // Nucl. Inst. Meth. 1980. Vol. 174. N 2. P. 439—446.

Московский
инженерно-физический институт

Поступило в Редакцию
20 мая 1987 г.

05; 08; 10

Журнал технической физики, т. 59, в. 7, 1989

ЧЕРЕНКОВСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ УЛЬТРАЗВУКА В КРИСТАЛЛЕ РЕЛЯТИВИСТСКИМ ПУЧКОМ КВАЗИКАНАЛИРОВАННЫХ ЧАСТИЦ

В. В. Белошицкий, Н. Г. Попков

1. В работе [1] было экспериментально обнаружено возбуждение ультразвуковых волн в кристалле алмаза при прохождении через него релятивистского пучка электронов. Проведенные измерения зависимости эффекта от ориентации кристалла показали, что максимальное возбуждение ультразвука наступает при углах влета частиц, равных нескольким углам Линдхарда. Такая ориентационная зависимость, видимо, не может быть объяснена в рамках термоупругой модели [2] (на это справедливо указывается в [1]), где интенсивность звуковых волн оказывается пропорциональной ионизационным потерям, которые, как известно, максимальны в режиме каналирования. В данной работе мы попытаемся дать объяснение этого эффекта с помощью теории черенковского возбуждения звуковых волн.

2. Пусть пучок релятивистских электронов плотностью n_b входит в кристалл под углом, бо́льшим критического угла ($\psi > \psi_c$, ψ_c — критический угол) плоскостного каналирования. Так как $\psi \ll 1$, то поперечное по отношению к направлению каналирования движение частиц пучка будет нерелятивистским. В этом случае функция распределения f частиц пучка по поперечным скоростям будет подчиняться уравнению Власова

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_x \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{F}{m} \frac{\partial f}{\partial v_x} = 0, \tag{1}$$

где $m = m_0\gamma$ — релятивистская масса электрона, m_0 — масса покоя, γ — релятивистский фактор, ось x мы направили перпендикулярно плоскости каналирования, рассеянием частиц пренебрегли. В (1) $F = -\partial U/\partial x$, где U — усредненный по продольному движению потенциал, описывающий взаимодействие электронов пучка с кристаллическими плоскостями. Выберем его в виде

$$U = -U_0 \cos kx, \tag{2}$$

где $k = 2\pi/d$, d — расстояние между кристаллическими плоскостями.

Пусть в кристалле есть небольшой уровень продольных звуковых волн, благодаря которым кристаллические плоскости колеблются относительно друг друга. Учитывая это, потенциал U запишем в виде

$$U = -U_0 \cos (kx + b(x, t)),$$
$$b(x, t) = k\zeta_0 \cos (k_1 x - \omega t), \tag{3}$$

где ω — частота звуковых волн, k_1 — ее волновое число ($k_1 \ll k$), а ζ_0 — амплитуда.

Используя условие $k\zeta_0 \ll 1$, уравнение (1) можно записать в виде

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_x \frac{\partial f}{\partial x} - \left(\frac{U_0 k}{m} \cos kx - \frac{\varphi_1}{m}\right) \frac{\partial f}{\partial v_x} = 0,$$

$$\varphi_1 = -\frac{U_0 k\zeta_0}{2} \{(k - k_1) \cos ((k - k_1) x + \omega t) + (k + k_1) \cos ((k + k_1) x - \omega t)\} \tag{4}$$

и решать по теории возмущений, считая $\varphi_1/(U_0 k) \ll 1$. Тогда в нулевом приближении имеем равновесное решение

$$f = f_0\left(\frac{m v_x^2}{2} + U\right).$$

Выберем f_0 следующим образом:

$$f_0 = A \exp\left\{-\frac{(\sqrt{\mathscr{E}} - \sqrt{\mathscr{E}_0})^2}{\mathscr{E}_T}\right\}, \tag{5}$$

где $\mathscr{E} = m v_x^2/2 + U$; $\mathscr{E}_T$ — константа, характеризующая угловой разброс частиц пучка; A — нормировочная постоянная.

Считая $U_0 \gg \mathscr{E}_T$, f_0 можно представить в виде

$$f_0 dv_x = \frac{n_b}{\sqrt{\pi \mathscr{E}_T}\,(1 - U/\mathscr{E})} \exp\left\{-\frac{(\Delta\chi)^2}{\mathscr{E}_T}\right\} d\Delta\chi, \tag{6}$$

где $\Delta\chi = \sqrt{\mathscr{E}} - \sqrt{\mathscr{E}_0}$.

В следующем приближении по $\varphi_1/(U_0 k)$, используя технику интегрирования по траекториям [3], получаем

$$f_1 = -\frac{1}{m} \int_0^t \varphi_1 \frac{\partial f_0}{\partial v_x} dt. \tag{7}$$

В дальнейшем нас будет интересовать только та гармоника функции f_1, частота которой соответствует ультразвуку

$$f_1 = f_{10} \exp\{ik_1 x - i\omega t\}.$$

Осцилляции возмущенной функции распределения f_1 приведут к соответствующим осцилляциям электрического поля E_1, которое в свою очередь будет воздействовать на ультразвуковые волны в кристалле. Уравнение, описывающее эволюцию ультразвуковых волн с учетом электрического поля, создаваемого осцилляциями пучка, будет иметь следующий вид:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} - c_s^2 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} = \frac{Ze}{M} E_1, \tag{8}$$

где c_s — скорость звука в кристалле; M — масса иона, составляющего узел кристаллической решетки; Ze — его эффективный заряд. Считая, что $\zeta \sim \zeta_0(t) \exp\{ik_1 x - i\omega t\}$ и $E_1 \sim E_{10} \exp\{ik_1 x - i\omega t\}$, где $\omega = c_s k_1$, а также считая, что за время пролета частиц через кристалл ($\tau = L/c$, L — размер кристалла) ζ_0 изменится слабо, получим

$$\Delta\zeta_0 = -\frac{4\pi e^2 Z}{2\omega M k_1} \int\limits_0^{L/c} f_{10}\, dv_x dt, \tag{9}$$

при получении (9) учтено, что $\operatorname{div} E_1 = -4\pi e \int f_1 dv_x$.

Подставляя (7) в (9), получаем

$$\Delta\zeta = \frac{4\pi e^2 Z}{2\omega M k_1} \frac{U_0 \zeta_0 k^2}{4\mathscr{E}_T} \int\limits_{-\infty}^{\infty} d(\Delta\chi) \int\limits_0^{L/c} dt \int\limits_0^{t} dt' \int\limits_0^{2\pi} \frac{d(kx_0)}{2\pi} \times$$

$$\times [(k + k_1) \exp\{ik_1(x(t') - x(t)) + ikx(t') - i\omega(t' - t)\} +$$

$$+ (k - k_1) \exp\{ik_1(x(t') - x(t)) - ikx(t') - i\omega(t' - t)\}] \times$$

$$\times v_x(t') \exp\left\{-\frac{(\sqrt{\mathscr{E}} - \sqrt{\mathscr{E}_0})^2}{\mathscr{E}_T}\right\} \frac{n_b}{\sqrt{\pi\mathscr{E}_T(1 - U(x(t'))/\mathscr{E})}}, \tag{10}$$

где

$$x(t) = \frac{2}{k} \operatorname{am}\left[\frac{k}{2}\sqrt{\frac{2\mathscr{E}}{m}(1 + U_0/\mathscr{E})}\,(t - t_0)\right],$$

$$v_x(t) = \frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{2\mathscr{E}}{m}(1 + U_0/\mathscr{E})} \operatorname{dn}\left[\frac{k}{2}\sqrt{\frac{2\mathscr{E}}{m}(1 + U_0/\mathscr{E})}\,(t - t_0)\right],$$

t_0 — константа интегрирования, am и dn — эллиптические функции Якоби.

Усреднение по (kx_0) фактически соответствует усреднению по поперечной координате влета частиц в кристалл. Для интегрирования (10) удобно воспользоваться следующим разложением [4]:

$$v_x(t) = v_0 + 4v_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q^n}{1 + q^{2n}} \cos[kn(v_0 t + x_0)], \tag{11}$$

$$x(t) = v_0 t + \frac{4}{k} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q^n}{1 + q^{2n}} \sin[kn(v_0 t + x_0)] + x_0, \tag{12}$$

где

$$v_0 = \frac{\pi\sqrt{\frac{2\mathscr{E}}{m}(1 + U_0/\mathscr{E})}}{2K\left(\sqrt{\frac{2U_0/\mathscr{E}}{1 + U_0/\mathscr{E}}}\right)}, \qquad q = \exp\left\{-\frac{\pi K\left(\sqrt{\frac{1 - U_0/\mathscr{E}}{1 + U_0/\mathscr{E}}}\right)}{K\left(\sqrt{\frac{2U_0/\mathscr{E}}{1 + U_0/\mathscr{E}}}\right)}\right\},$$

K — полный эллиптический интеграл.

Уравнение (10) интегрируется в двух предельных случаях: а) $0 < 1 - U_0/E_0 \ll 1$ и б) $U_0/E_0 \ll 1$ методом, рассмотренным в [5] при исследовании условий генерации лазера на свободных электронах.

В случае а, которому соответствуют углы влета частиц в кристалл, близкие к критическому, интегрирование (10) дает следующее выражение для коэффициента усиления за время пролета частицы через кристалл:

$$G = \frac{\Delta\zeta}{\zeta_0} = \frac{Zk^2 v_0^2 L^3 \omega_b^2}{32c^3\pi(1 - U_0/\mathscr{E}_0)k_1 c_s} \frac{m}{M} \prod_{n=1}^{\infty} J_0\left(\frac{2}{n}\right) \frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{\sin^2\theta}{\theta^2}\right), \tag{13}$$

где $\theta = (c_s - v_0)\dfrac{k_1 L}{2c}$, $\omega_b^2 = \dfrac{4\pi e^2 n_b}{m}$, J_0 — функции Бесселя.

В рассматриваемом приближении $v_0 \simeq \pi \sqrt{\frac{4\mathscr{E}_0}{m}} \Big/ \ln\left(\frac{32}{1-U_0/\mathscr{E}_0}\right)$.

В предельном случае б получим

$$G = \frac{\Delta\zeta}{\zeta_0} = Z\omega_b^2 \frac{L^2}{c^2} \frac{m}{M} \frac{U_0^2}{\mathscr{E}_0^2} \frac{k^2}{16k_1^2} \frac{v_0}{c_s} \left(\frac{k_1 L v_0}{4c} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\frac{\sin^2\theta}{\theta^2} \right) - \frac{\sin^2\theta}{\theta^2} \right), \tag{14}$$

где $v_0 \simeq \sqrt{\frac{2\mathscr{E}_0}{m}}$

3. Обсудим полученные результаты. В соотношения (13) и (14) входит резонансный множитель $\partial/\partial\theta\ (\sin^2\theta/\theta^2)$, который достигает своего максимума, равного ~ 0.54, при $\theta \simeq -1.3$ и отрицателен при $\theta > 0$, а при $\theta \ll -1$ он быстро убывает. Наличие такого множителя показывает, что раскачка ультразвуковых волн может быть только при $v_0 > c_s$. Кроме того, отсюда следует резкое убывание коэффициента усиления при больших углах влета частиц (оценки дают здесь следующую асимптотическую зависимость $G \sim 1/\psi$), а также отсутствие усиления для каналированных частиц. Второе слагаемое в (14) приводит к тому, что усиление звуковых волн может идти только для достаточно коротковолновой части спектра ($k_1 L v_0/c > 4$), в формуле (13) это слагаемое отсутствует, поскольку должно было бы в нее входить с малым весом $\sim 1 - U_0/\mathscr{E}_0 \ll 1$. Другой важной особенностью формул (13) и (14) является рост коэффициента усиления с ростом длины волны звуковых колебаний при условии, что $k_1 L v_0/4c \gg 1$, поэтому максимальный коэффициент усиления будет достигнут при нарушении этого условия, т. е. при $k_1 L v_0/4c \sim 1$. Исследование формул (13) и (14) показывает, что максимальная раскачка звуковых волн достигается при $\mathscr{E}_0 - U_0 \simeq \mathscr{E}_T$, а характерное волновое число раскачиваемых колебаний при этом будет $k_1 \simeq (2.6—4)/L\psi$. Остановимся на конкретном численном примере, который соответствует данным работы [1]. Пусть $\omega_b^2 \simeq 1.8 \cdot 10^{12}$ с$^{-2}$, $L \simeq 0.03$ см, $U_0/\mathscr{E}_0 \simeq 1$, энергия пучка 900 МэВ, пучок проходит через алмаз, так что $m/M \simeq 1/14$, $k \simeq 4 \cdot 10^8$ см$^{-1}$. В работе [1] представлены данные об углах отклонения от кристаллической оси каналирования. Ясно, что угол отклонения пучка от плоскости каналирования будет меньшим. Поскольку ориентация относительно кристаллических плоскостей в [1] не указана, оценим этот угол как $\psi = \psi_c + \Delta\psi \simeq (0.3+0.1) \cdot 10^{-3} = 0.4 \cdot 10^{-3}$, где $\Delta\psi$ — угловая расходимость пучка. Подставляя эти данные в (14) и считая $Z \simeq 6$, получаем $G \simeq 4 \cdot 10^{-7}$. Учитывая, что импульс длится $\tau_и = 40$ мкс, получим, что за это время исходное возмущение усилится в e^{NG} раз, где $N \simeq \tau_и c/L = 4 \cdot 10^7$. Другой важной характеристикой процесса является усиление пакета звуковых волн G_s за время прохода им расстояния L, простые оценки показывают, что $G_s \simeq 4 \cdot 10^{-3}$.

4. Проведенное исследование показывает, что наблюдаемая на эксперименте раскачка ультразвуковых волн релятивистским пучком квазиканалированных частиц в принципе может быть объяснена черенковским механизмом. В рамках этого механизма, в частности, укладывается ориентационная зависимость эффекта, обнаруженная в [1]. Однако следует помнить, что построенная теория является весьма приближенной: в ней не исследовано влияние размеров кристалла и пучка на коэффициент усиления, а также рассеяния частиц, потенциал кристаллического поля задавался весьма приближенно. Все эти особенности могут быть учтены в более детальных расчетах при наличии экспериментальных данных о зависимости усиления звука от угла ориентации пучка относительно атомных плоскостей и его спектра.

Литература

[1] *Воробьев С. А., Денисов Ф. П., Забаев В. Н.* и др. // Письма в ЖТФ. 1980. Т. 6. Вып. 3. С. 165—168.
[2] *Воловик В. Д., Лазурин-Эльцуфин В. Т.* // ФТТ. 1973. Т. 15. Вып. 8. С. 2305—2307.
[3] *Михайловский А. Б.* Теория плазменных неустойчивостей. М.: Атомиздат, 1975. Т. 1. 272 с.
[4] *Градштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1963. 1100 с.
[5] *Sprangle P., Smith R. A.* // Phys. Rev. A. 1980. Vol. 21. N 1. P. 293—301.

Поступило в Редакцию
14 декабря 1987 г.