

## О ВЫВОДЕ ПУЧКА ИЗ ИНДУКЦИОННЫХ ЦИКЛИЧЕСКИХ УСКОРИТЕЛЕЙ С ПОСТОЯННЫМ ВЕДУЩИМ ПОЛЕМ

*А. Л. Дейнеженко, В. Н. Канунников, А. В. Козловских*

Выбран и обоснован резонансный метод вывода пучка электронов из индукционных циклических ускорителей (ИЦУ) с радиально-секторной магнитной системой и постоянным во времени ведущим полем. Показаны преимущества использования резонанса радиальных колебаний на границе области устойчивости ( $m=N/2$ ). Приведены теоретические исследования динамики пучка при совместном действии целого и кратных резонансов более высокого порядка. В результате численного моделирования получены оценки для параметров пучка при выводе электронов из ИЦУ на энергию 1.5 МэВ.

### Введение

Индукционный циклический ускоритель (ИЦУ) с постоянным ведущим полем при энергиях ускоренных электронов в несколько мегаэлектрон-вольт позволяет получать средний ток пучка в десятки микроампер [<sup>1-4</sup>] — в сотни раз больше, чем в обычном бетатроне.

В ИЦУ применяется радиально-секторная магнитная система, которая создает глубокую азимутальную вариацию ведущего поля для обеспечения аксиальной устойчивости. Выбор при расчете ИЦУ числа секторов магнита  $N$  и показателя роста среднего поля  $n_0 = (r/B_0)(dB_0/dr)$  зависит от максимальной энергии и определяет размеры ускорителя. ИЦУ на 1.5 МэВ, который был создан и исследован в результате совместных работ Лаборатории проблем новых ускорителей ФИАН и НИИ ядерной физики при Томском политехническом институте [<sup>2</sup>], имеет следующие параметры:  $N=4$ ,  $n_0=0.73$ , радиус орбиты инжекции  $r_i=9$  см, орбиты максимальной энергии  $r_m=25$  см, частоты бетатронных колебаний  $\nu_r \approx 1.8$ ,  $\nu_z \approx 0.7$ .

На примере этого ускорителя была рассмотрена задача о выборе наиболее целесообразного метода вывода ускоренного пучка из ИЦУ с учетом особенностей его магнитной системы и проведен расчет траекторий в реальном магнитном поле [<sup>5</sup>]. В результате предложено использовать резонанс  $\nu_r = N/2$ , раскачивающий радиальные колебания. Последующие подробные теоретические исследования подтвердили правильность такого выбора.

### 1. Выбор метода

Одна из особенностей магнитной системы ИЦУ состоит в том, что, стремясь уменьшить размеры ускорителя, показатель поля выбирают по возможности большим. При этом рабочая точка ( $\nu_r$ ,  $\nu_z$ ) располагается вблизи границы радиальной устойчивости  $\nu_r = N/2$ .

Другая особенность ИЦУ — наличие свободных промежутков между магнитными секторами (в этих промежутках располагаются ускоряющие индукционные сердечники). В такой радиально-секторной системе для формирования гармоники поля с номером  $m=N/2$  при четном числе секторов достаточно ввести одинаковые возмущения в каждый второй сектор (при  $N=4$  — в два противо-

лежащих сектора). Изменяя знак возмущения или используя другую половину секторов, можно изменять на  $2\pi/N$  азимут вывода пучка из магнита.

Чтобы проверить действие резонанса  $m=N/2$  и получить качественную оценку необходимой амплитуды возмущения поля, были проведены расчеты траекторий при постоянной энергии электронов [5]. Пример траектории в поле с резонансным возмущением приведен на рис. 1, где схематически показаны также контуры магнитных секторов и полюсных наконечников (в плане) и построена неискаженная орбита, по форме близкая к квадрату со скругленными углами. В нижней части рисунка приведена зависимость от азимута величины радиального отклонения показанной траектории от неискаженной орбиты. Однако для практической реализации резонансного метода необходимы дополнительные исследования с применением методики фазовой плоскости, чтобы рассмотреть возможные альтернативные варианты, обосновать более строго выбранный метод и получить количественные оценки параметров выведенного пучка. В работе [6], посвященной формированию электронного пучка беадефлекторной системой вывода, в частности, показано, что для реализации эффективного вывода из ИЦУ необходим дефлектор.

Для уменьшения потерь при забросе пучка в дефлектор в ускорителях с орбитами циклотронного типа используют три механизма: возбуждение амплитуд свободных радиальных колебаний частиц, возбуждение когерентных колебаний пучка и расширение орбит на радиусах заброса в дефлектор [7, 8]. В принципе каждый из этих механизмов может быть использован и в ИЦУ. Однако возбуждение когерентных колебаний и расширение орбит позволяют выводить  $\sim 100\%$  пучка только при выполнении ряда жестких ограничений, в частности энергетический разброс в пучке не должен превышать  $10^{-3}$ . В ИЦУ набор энергии электронами за оборот мал (сотни электрон-вольт), следовательно, при обычной инжекции [2] энергетический разброс значительно превышает допустимый. Поэтому ниже рассматривается использование для вывода из ИЦУ метода резонансной раскачки свободных радиальных колебаний.

## 2. Исследование резонансного вывода

Как уже упоминалось, компактность ИЦУ достигается благодаря большому показателю поля, поэтому в типичном случае  $\nu_r$ , близко к границе области устойчивости  $m=N/2$ . Для раскачки колебаний возможно использование целого резонанса  $\nu_r=m$  и (или) кратных резонансов второго, третьего и четвертого порядков  $\nu_r=km/k$ , а также резонансов  $\nu_r=m-(1/k)$ ,  $k=2, 3, 4$ .

Использование резонанса  $\nu_r=m$  для вывода из ИЦУ имеет ряд преимуществ по сравнению с другими резонансами. В отличие от кубического резонанса отсутствует перезахват частиц в устойчивую область, что снижает допуски на формирование резонансного возмущения  $\Delta B_z(r, \theta)$ . Использование полуцелого резонанса  $\nu_r=2m/2$  требует дополнительных мер по исправлению ведущего поля, так как в области вывода  $d^3B_0(r)/dr^3 < 0$ . При наведении на резонанс снизу это мешает организовать эффективный вывод даже при дополнительном действии компоненты поля  $\sim x^3 \sin 2m\theta$ . Резонансы  $\nu_r=m-(1/k)$  использовать также нежелательно, поскольку возможна раскачка вертикальных колебаний

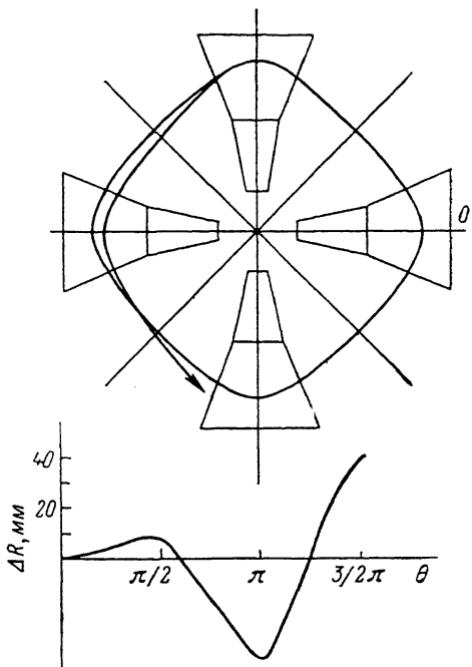


Рис. 1.

при прохождении суммовых резонансов, возбуждаемых нечетными гармониками.

Аналогично [9] запишем усредненный по  $\theta$  при  $\nu_r = m + \Delta$  гамильтониан радиальных колебаний в переменных действие — угол ( $I$ ,  $w$ ) с учетом кратных гармоник  $m_k = km$  ( $k=2, 3, 4$ ) резонансного возмущения  $\Delta B_z$

$$\begin{aligned} H_m(I, w) = & \Delta I + h_{2,0}(2I) + \frac{1}{2}h_{1,m}(2I)^{1/2} \cos(w + \beta_{1,m}) + \\ & + \frac{3}{8}h_{3,m}(2I)^{3/2} \cos(w + \beta_{3,m}) + \frac{1}{4}h_{2,2m}(2I) \cos(2w + \beta_{2,2m}) + \\ & + \frac{1}{4}h_{4,2m}(2I)^2 \cos(2w + \beta_{4,2m}) + \frac{1}{8}h_{3,3m}(2I)^{3/2} \cos(3w + \beta_{3,3m}) + \\ & + \frac{1}{16}h_{4,4m}(2I)^2 \cos(4w + \beta_{4,4m}) + \frac{3}{8}h_{4,0}(2I)^2, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $h_{p,s}$  и  $\beta_{p,s}$  — амплитуда и фаза  $s$ -й гармоники, которые при нелинейном члене степени  $p$  связаны с компонентами  $B_z(r, \theta)$ ,  $\Delta B_z(r, \theta)$  магнитного поля;  $h_{2,0}$  — поправка к частоте. Как обычно, полагаем, что она учтена в  $\nu_r$  [9].

Действие кратных резонансов при выводе пучка из ускорителей анализировалось и раньше. В работах [9, 10] рассмотрено совместное действие резонансов первого и второго порядков, в работе [11] — второго и четвертого. При этом учитывалась только часть членов гамильтониана (1), возбуждающих соответствующие резонансы.

Сделаем в (1) замену переменных

$$u = (2I)^{1/2} \cos w, \quad v = -(2I)^{1/2} \sin w.$$

Новые переменные связаны с отклонением  $x(\theta_0)$  и углом  $x'(\theta_0)$  частицы относительно равновесной траектории, которые фиксируются через оборот на азимуте  $\theta_0$ . Если выбрать  $\theta_0$  в середине сектора, то получаем

$$x(0) \simeq |f|_m u, \quad x'(0) \simeq |f|_m^{-1} v,$$

где  $|f|_m$  — максимальное значение модуля Флеке.

Обозначим через  $\langle\Phi\rangle$  фазовую плоскость с переменными  $u, v$ , а через  $\Phi$  секущую плоскость пространства  $\Phi(r, r', \theta)$ , в котором расположены фазовые траектории точного уравнения движения. При анализе резонансной раскачки частиц и заброса их в дефлектор можно пренебречь различием структур  $\langle\Phi\rangle$  и  $\Phi_\theta$  [12].

Исследуем на плоскости  $\langle\Phi\rangle$  динамику пучка в ИЦУ с четным числом полюсов при совместном действии целого и полуцелого резонансов. Резонансное возмущение  $\Delta B_z$  удобно создавать, располагая на полюсах электромагнита витки с током, или шиммы, через сектор. Выберем  $\theta_0 = 0$  в середине одного из таких секторов. Тогда в (1) можно положить  $\beta_{p,s} = 0$ , а система с гамильтонианом  $H_m(u, v)$  примет вид

$$\begin{aligned} u' = & \left( \Delta - \frac{1}{2}h_{2,2m} \right) v + \frac{3}{4}h_{3,m}uv - h_{4,2m}v^3 + \frac{3}{2}h_{4,0}v(u^2 + v^2), \\ v' = & - \left[ \frac{1}{2}h_{1,m} + \left( \Delta + \frac{1}{2}h_{2,2m} \right) u + \frac{3}{8}h_{3,m}(v^2 + 3u^2) + h_{4,2m}u^3 + \right. \\ & \left. + \frac{3}{2}h_{4,0}u(u^2 + v^2) \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Рассмотрим сначала вывод, пренебрегая в уравнениях (2) членами третьей степени. Для типичной формы  $\Delta B_z(r)$  [5] параметры  $h_{1,m}, h_{3,m}, h_{4,2m}$  положительны. Если выполняются неравенства

$$\left( \Delta + \frac{1}{2}h_{2,2m} \right)^2 > \frac{9}{4}h_{1,m}h_{3,m}, \quad \Delta + \frac{1}{2}h_{2,2m} < 0, \quad (3)$$

то на плоскости  $\langle\Phi\rangle$  система (2) имеет две особые точки:  $F_0$  типа центр,  $F_1$  типа седло. Вид плоскости  $\langle\Phi\rangle$  показан на рис. 2. Через точку  $F_1$  проходит сепаратриса, охватывающая точку  $F_0$ , которой соответствует равновесная орбита. При наведении на резонанс устойчивая область вокруг  $F_0$  сжимается, частицы теряют устойчивость и двигаются по сепаратрисе. Из первого уравнения системы (2) и выражения для сепаратрисы можно получить оценку для шага раскачки  $\Delta u_s$  на заданной координате  $u=u_s$ . Из неравенств (3) видно, что наведение на резонанс возможно путем увеличения параметров  $h_{p,s}$  либо путем уменьшения  $|\Delta|$ .

Величина эмиттанса пучка в дефлекторе  $\epsilon_{rd}$  зависит от  $\Delta u_s$  и положения сепаратрисы в момент начала и конца вывода. Вдоль первой сепаратрисы выводятся частицы с энергией  $W$  и максимальной амплитудой радиальных колебаний  $a_r^{\max}$ . Вдоль второй — частицы с «нулевой» амплитудой, набравшие дополнительную энергию  $\delta W_d$  за время сжатия устойчивой области. Для простоты при оценке  $\epsilon_{rd}$  набором энергии можно пренебречь. На рис. 2 заштрихована область, определяющая радиальный эмиттанс пучка в дефлекторе  $\epsilon_{rd}(W)$  при постоянной энергии частиц. Благодаря действию дипольного возмущения точки

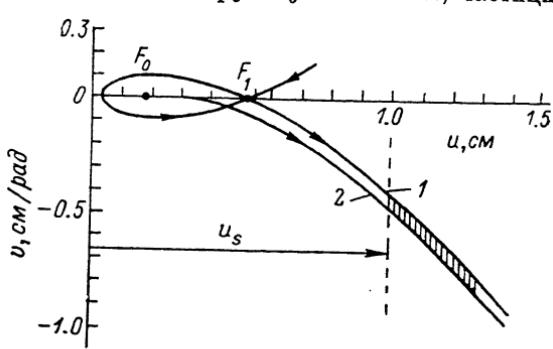


Рис. 2. Положение сепаратрисы на фазовой плоскости при  $h_{4,0} = h_{4,2} = 0$ .

1 —  $a_r = a_r^{\max}$ , 2 —  $a_r = 0$ .

при  $h_{4,0} = h_{4,2} = 0$  сдвигаются вправо, сепаратриса сдвигается вправо, и устойчивая область сжимается. Для уменьшения радиального эмиттанса пучка необходимо уменьшить  $|\Delta|$ . Благодаря действию дипольного возмущения точки

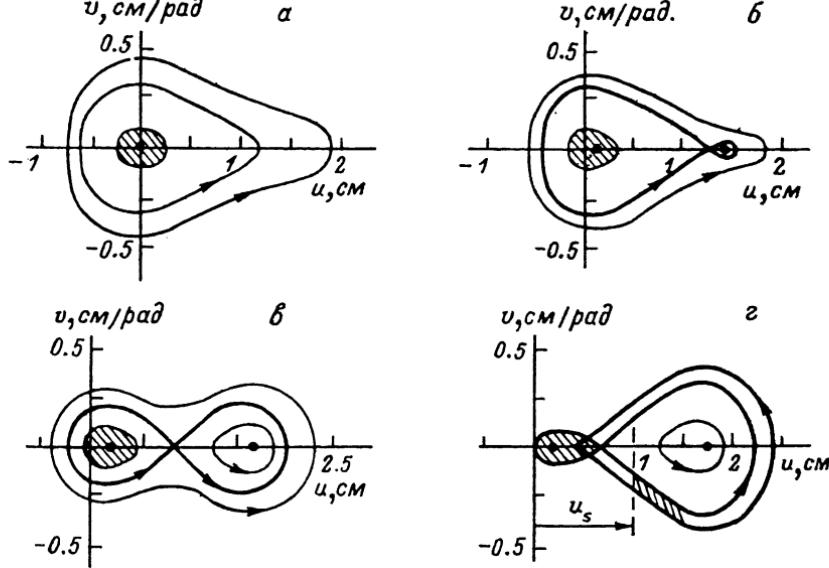


Рис. 3. Фазовая плоскость при увеличении параметров  $h_{1,m}, h_{2,m}$ .

*a* — рабочая точка далеко от резонанса; *b*, *c* — рабочая точка вблизи резонанса; *d* — начало резонансной раскачки частиц.

$F_0, F_1$  в процессе вывода сближаются. Расстояние между сепаратрисами 1, 2 получается меньше, чем без возмущения, что приводит к уменьшению эмиттанса пучка в дефлекторе по сравнению с исходным  $\epsilon_{rd}(W)$  [10]. Если учесть  $\delta W_d$ , то расстояние между сепаратрисами становится больше, поэтому эмиттанс  $\epsilon_{rd}$  увеличивается по сравнению с  $\epsilon_{rd}(W)$ . При этом выполняются неравенства  $\epsilon_{rd}(W) < \epsilon_{rd} < \epsilon_{rd}(W)$ . Если имеем  $\Delta B_s$  вида [6], то параметры  $h_{p,s}$  возрастают одновременно, устойчивая область сжимается быстро и энергетический разброс  $\delta W_d$  оказывается мал.

При учете в (2) кубических членов  $h_{4,0}$ ,  $h_{4,2m}$ , которые определяются главным образом постоянной составляющей и основной гармоникой октупольной нелинейности ведущего поля и возбуждения, аналитическое исследование системы становится слишком сложным, поэтому фазовые траектории (2) моделировались на аналоговой машине АВК-2. Структура плоскости  $\langle\Phi\rangle$  зависит от знака выражения  $K=3/2h_{4,0}+h_{4,4}$ . В практически важном случае  $K < 0$ , координаты особых точек являются корнями уравнения

$$(3h_{4,0} + 2h_{4,2m})u^3 + \frac{9}{4}h_{3,m}u^2 + (2\Delta + h_{2,2m})u + h_{1,m} = 0. \quad (4)$$

На рис. 3 показаны результаты моделирования фазовых траекторий в зависимости от параметров  $h_{1,m}$ ,  $h_{2,2m}$ . Когда система далека от резонанса, уравнение (4) имеет один действительный корень (точка  $F_0$ ). При увеличении параметров появляются еще два корня. Им соответствуют точки  $F_1$  (типа седло),  $F_2$  (типа центр). Область под сепаратрисой вокруг  $F_0$  сжимается, а вокруг  $F_2$  расширяется. Рис. 3, г показывает начало раскачки частиц пучка, заштрихованы эмиттансы  $\epsilon_{r0}(W)$  и  $\epsilon_{rd}(W)$ . При изменении азимута наблюдения  $\theta_0$  ориентация сепаратрис меняется, так как при увеличении  $\theta_0$  плоскость  $\langle\Phi\rangle$  вращается вокруг начала координат с периодом  $2\pi/m$ .

Полученные результаты позволяют выбрать радиальное и азимутальное расположение дефлектора, согласовать эмиттанс пучка с адmittансом дефлектора, оценить эффективность заброса пучка в дефлектор.

### 3. Численное моделирование

Исследование фазовой плоскости системы (2) дает качественное представление о динамике пучка при выводе, позволяет учесть влияние различных составляющих  $B_z$  и  $\Delta B_z$  и оценить радиальный эмиттанс пучка при выводе. Для

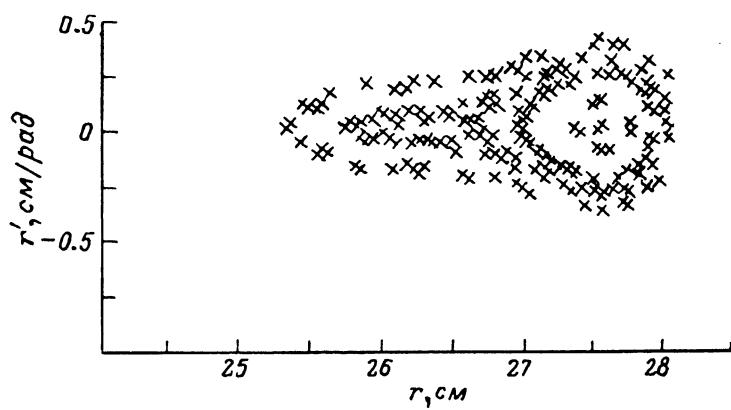


Рис. 4. Сечение пространства  $\Phi(r, r', \theta)$  в окрестности равновесной орбиты при  $v_r \leq 2$  для ИЦУ на 1.5 МэВ.

получения более точных численных характеристик пучка в реальном магнитном поле ИЦУ и для формирования  $\Delta B_z$  необходимо моделировать вывод на ЭВМ. Для этого разработан комплекс программ, позволяющий проводить обработку измерений магнитного поля, моделировать динамику пучка в двумерной  $r\theta$  и трехмерной  $r\theta z$  геометрии [18].

Приведем некоторые результаты использования этого комплекса для проектирования системы вывода пучка из четырехсекторного ИЦУ [2]. При энергии  $W \leq W = 1.5$  МэВ частоты  $v_r \approx 1.8$ ,  $v_z \approx 0.7$ . При исследовании резонансной раскачки в возмущении учитывались, кроме основной, кратные гармоники. Величина  $\Delta B_z^{\max} = 20$  Гс, что составляет  $\sim 0.04 B_z^{\max}$ .

Численные расчеты показали, что в интересующем нас диапазоне параметров структура сечения  $\Phi_0$  близка к структуре  $\langle\Phi\rangle$ . Динамика пучка при на-

ведении на резонанс аналогична рассмотренной в разделе 2. На рис. 4 показаны результаты интегрирования уравнений движения. Для частиц с энергией  $W$  и различных начальных условий фиксировали через оборот координаты  $r$ ,  $r'$  при  $\theta = \theta_0$ . Результаты соответствуют моменту вывода (рис. 3, г).

При моделировании в трехмерной геометрии интегрировались 96 частиц, распределенные по фазам с амплитудами  $a_r = a_{r'} = 0.2$  см,  $a_\theta = a_{\theta'} = 0.1$  см. Набор энергии за оборот задавался  $\Delta W = 0.5$  кэВ. Шаг резонансной раскачки при отклонении от равновесной орбиты  $x_\theta = 1$  см составил  $\Delta x = 0.6$  см. Радиальный эмиттанс пучка в дефлекторе  $\epsilon_{rd} \simeq 3\pi$  мм·мрад, что в  $\sim 2$  раза меньше  $\epsilon_{r0}$ , однако на 20 % больше оценки для величины  $\epsilon_{rd}$  ( $W$ ). Вертикальный эмиттанс сохранился:  $\epsilon_{zd} \simeq \epsilon_{z0} \simeq 9.6\pi$  мм·рад. Величина энергетического разброса пучка в дефлекторе составила  $\delta W \simeq 3.5$  кэВ. Это дает относительный энергетический разброс  $\sim 0.4\%$ . При эффективной толщине внутренней пластины дефлектора 1 мм эффективность вывода пучка оценивается величиной  $\sim 80\%$ . Расчет динамики пучка в трехмерной геометрии на БЭСМ-6 занимает около 40 мин.

### Заключение

Анализ возможных схем вывода пучка из ИЦУ с постоянным полем показал, что для эффективного вывода предпочтительно использовать резонансную раскачу частиц при забросе в дефлектор. Применение целого резонанса  $v_r = N/2$  на границе области устойчивости, действующего совместно с кратными резонансами более высокого порядка, имеет ряд преимуществ и позволяет сохранить компактность и простоту ИЦУ при работе с выведенным пучком. Численное моделирование подтвердило проведенный анализ и высокую эффективность вывода.

### Литература

- [1] Канунников В. Н. // Тр. VI Всесоюзн. совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1979. Т. 2. С. 315—318.
- [2] Канунников В. Н., Михалев П. С., Симухин Н. Ф., Чахлов В. Л. // Тр. VI Всесоюзн. совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1979. Т. 2. С. 319—322.
- [3] Канунников В. Н., Михалев П. С., Симухин Н. Ф., Чахлов В. Л. // Краткие сообщ. по физике. 1981. № 3. С. 33—39.
- [4] Канунников В. Н. // ЖТФ. 1982. Т. 52. Вып. 9. С. 1825—1831.
- [5] Канунников В. Н. // Краткие сообщ. по физике. 1979. № 7. С. 36—41.
- [6] Дайнеженко А. Л. // Методы расчета электронно-оптических систем. Новосибирск, 1985. С. 37—41.
- [7] Joho W. // Proc. V. Intern. Cyclotron Conf. London: Butterworths, 1969. Р. 159—179.
- [8] Дмитриевский В. П., Колга В. В., Полумордвинова Н. И. Препринт ОИЯИ. № Д9-81-280. Дубна, 1981. 7 с.
- [9] Коломенский А. А., Лебедев А. Н. Теория циклических ускорителей. М., 1962. 352 с.
- [10] Kobayashi Y. // Nucl. Instr. Meth. 1970. Vol. 83. P. 77—87.
- [11] Dmitrievsky V. P., Kolga V. V., Polumordvinova N. I. et al. // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1966. Vol. 13. N 4. P. 84—87.
- [12] Дайнеженко А. Л., Кошевров В. А. // Новые методы расчета электронно-оптических систем. М.: Наука, 1983. Р. 92—96.
- [13] Дайнеженко А. Л. // Моделирование электронных пучков. Томск, 1986. С. 72—74.

Томский политехнический институт  
Учебно-производственный  
комплекс «Кибернетика»

Поступило в Редакцию  
8 октября 1987 г.  
В окончательной редакции  
17 июня 1988 г.