

01; 09; 07; 11

КОГЕРЕНТНОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ШЕРОХОВАТОЙ ГРАНИЦЕ СЛОИСТОГО ОДНООСНОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА

Н. П. Жук

Рассматривается плоскостойкое одноосное полупространство с шероховатой наружной границей и произвольным кусочно-гладким профилем материальных параметров. Получены выражения для коэффициентов когерентного отражения и прохождения и для величин, характеризующих сдвиг волновых чисел и деполяризацию нормальных волн среднего поля под действием неровностей. Показано, что когерентное рассеяние волн шероховатой границей можно описать замкнутым образом с помощью «внешних» параметров гладкой границы и функции корреляции шероховатостей.

1. Применительно к шероховатой границе раздела двух однородных сред коэффициенты когерентного отражения и прохождения плоской волны рассчитаны в [1-2]. В данной работе рассмотрена значительно более общая модель, когда одна из сред плоскостойкая и одноосная. Оптическая ось плоскостойкой среды для простоты полагается перпендикулярной структурным границам раздела. Профиль материальных параметров этой среды считается кусочно-гладким, явный вид его мы не конкретизируем. Последнее обстоятельство делает нашу модель пригодной для обширного круга физико-технических приложений (интегральная оптика, физика конденсированных сред).

В рамках принятой модели в работе решены две задачи: 1) о трансформации плоской волны, падающей из однородной среды в когерентную компоненту; 2) об искажении нормальных волн плоскостойкой среды под действием неровностей. Эти задачи являются ключевыми при исследовании свойств поверхностей конденсированных сред методом светорассеяния [3], в спектроскопии поверхностных поляритонов [4] и интегральной оптике [5].

Предположение о произвольности профиля материальных параметров плоскостойкой среды влечет принципиально новый по сравнению с [1-2] момент теоретико-расчетного характера, т. е. возникает вопрос, в какой степени индивидуальность этого профиля сказывается на описании когерентного рассеяния. Довольно неожиданный ответ на него, полученный в данной работе, состоит в том, что когерентное рассеяние волн шероховатостями определяется наряду с функцией корреляции шероховатостей только «внешними» характеристиками гладкой границы, которые не зависят явно от конкретного профиля материальных параметров. «Внешними» характеристиками выступают коэффициенты отражения от гладкой границы и значения материальных параметров плоскостойкой среды на ней.

Приведенные в статье численные результаты подтверждают вывод о существенном влиянии слоистости среды на когерентное рассеяние волн шероховатостями.

2. Отнесем трехмерное пространство к прямоугольной декартовой системе координат x, y, z . Ось z считается направленной вертикально вверх, $\mathbf{R} = (x, y, z)$. Нижнее полупространство заполнено плоскостойкой одноосной средой с вер-

тикальной оптической осью. Оно характеризуется диадными материальными параметрами

$$\hat{\varepsilon}(z) = \varepsilon_t(z)\hat{I}_t + \varepsilon_x(z)\hat{I}_x, \quad \hat{\mu}(z) = \mu_t(z)\hat{I}_t + \mu_x(z)\hat{I}_x. \quad (1)$$

Здесь $\varepsilon_{t,x}(z)$ и $\mu_{t,x}(z)$ — произвольные кусочно-гладкие функции переменного z , $\hat{I}_t = \hat{I} - \hat{I}_x$, $\hat{I}_x = z_0 z_0$, \hat{I} — единичная диада, z_0 — орт оси z . В целях большей общности примем, что нижняя среда диссипативная $\text{Im } \varepsilon_{t,x}(z) > 0$, $\text{Im } \mu_{t,x}(z) > 0$. Случай среды без диссипации входит в наше рассмотрение как предельный. Функции $\text{Re } \varepsilon_{t,x}(z)$, $\text{Re } \mu_{t,x}(z)$ могут принимать как положительные, так и отрицательные значения. Верхнее полупространство заполнено однородной и изотропной средой с положительными материальными параметрами ε и μ , не зависящими от z : $\varepsilon, \mu \equiv \text{const}$.

В отсутствие шероховатостей граница раздела этих полупространств совпадает с плоскостью $z=0$. При наличии случайных неровностей она считается заданной уравнением $z=\zeta(\mathbf{r})$, где ζ — случайная функция с нулевым средним значением, средним квадратом, равным σ^2 , и функцией корреляции $\langle \zeta(\mathbf{r})\zeta(\mathbf{r}') \rangle = B(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$. Здесь угловые скобки означают усреднение по ансамблю реализаций ζ , $\mathbf{r}=(x, y, 0)$.

Поместим в описанную статистически нерегулярную среду монохроматические ($e^{-i\omega t}$) детерминированные источники. Нас интересует статистически среднее значение $\mathbf{E}(\mathbf{R})$, $\mathbf{H}(\mathbf{R})$ возбуждаемого ими электромагнитного поля (т. е. когерентная компонента последнего).

3. Приведем основные уравнения для когерентной компоненты. Предположим, что характерные горизонтальные размеры отдельной неровности и длины волны в верхнем полупространстве значительно превосходят среднеквадратичную высоту шероховатостей σ . Тогда в соответствии с результатами работы [6], перенесенными на рассматриваемую ситуацию, упомянутые уравнения приобретают следующий вид:

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{R}) - ik_0 \hat{\mu}(z) \cdot \mathbf{H}(\mathbf{R}) = 0, \quad \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{R}) + ik_0 \hat{\varepsilon}(z) \mathbf{E}(\mathbf{R}) = 0, \\ (-\infty < z < 0, \quad 0 < z < +\infty), \quad k_0 = \omega/c, \quad (2)$$

$$\{\mathbf{E}_t(\mathbf{x}, z)\} = \{\hat{M}_{ss}(\mathbf{x}, z) \cdot z_0 \times \mathbf{E}(\mathbf{x}, z) + \hat{M}_{sm}(\mathbf{x}, z) \cdot z_0 \times \mathbf{H}(\mathbf{x}, z)\}, \\ \{\mathbf{H}_t(\mathbf{x}, z)\} = \{\hat{M}_{mm}(\mathbf{x}, z) \cdot z_0 \times \mathbf{H}(\mathbf{x}, z) - \hat{M}_{ms}(\mathbf{x}, z) \cdot z_0 \times \mathbf{E}(\mathbf{x}, z)\}. \quad (3)$$

Соотношения (2) представляют собой уравнения Максвелла в совокупной среде, заполняющей все пространство. Материальные параметры последней записаны в виде выражений (1), где полагается, что функции $\varepsilon_{t,x}(z)$ и $\mu_{t,x}(z)$ при $0 < z < +\infty$ обращаются в постоянные ε и μ соответственно. Считается, что сторонние источники поля находятся в бесконечности.

Соотношения (3) выступают в поле эквивалентных граничных условий (ЭГУ) на подстилающей поверхности $z=0$. Они учитывают наличие шероховатостей и построены в приближении Бурре теории многократного рассеяния [6]. ЭГУ предполагают, что когерентное поле имеет вид пространственной гармоник

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}) = \mathbf{E}(\mathbf{x}, z) \exp(i\mathbf{x} \cdot \mathbf{r}), \quad \mathbf{H}(\mathbf{R}) = \mathbf{H}(\mathbf{x}, z) \exp(i\mathbf{x} \cdot \mathbf{r}), \quad (4)$$

где $\mathbf{x}=(x_x, x_y, 0)$ — волновой вектор (возможно, комплекснозначный), а $\mathbf{E}(\mathbf{x}, z)$, $\mathbf{H}(\mathbf{x}, z)$ — векторные амплитуды.

Отметим, что любое поле представимо как суперпозиция гармоник указанного вида. Фигурные скобки в (3) и всюду далее означают разность заключенной в них функции вертикальной координаты при $z=+0$ и $z=-0$. Индекс t сопровождает горизонтальную компоненту вектора. Выражения для диадных функций $\hat{M}_{\alpha\beta}(\alpha, \beta=e, m)$ переменных x и z вынесены в Приложение. В дополнение к приведенным уравнениям величины $\mathbf{E}_t(\mathbf{R})$, $\mathbf{H}_t(\mathbf{R})$ должны сохранять непрерывность на всех поверхностях разрыва функций $\hat{\varepsilon}(z)$, $\hat{\mu}(z)$ в области $z < 0$.

Нетрудно проверить по прямой подстановкой, что общее решение уравнений Максвелла для пространственной гармоник определено выражениями

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, z) = \mathbf{z}_0 \times \mathbf{n} \mathcal{E}(z) - \varepsilon_i^{-1}(z) \mathbf{w}_\varepsilon(z, \mathbf{x}) \mathcal{H}(z),$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}, z) = \mathbf{z}_0 \times \mathbf{n} \mathcal{H}(z) + \mu_i^{-1}(z) \mathbf{w}_\mu(z, \mathbf{x}) \mathcal{E}(z), \quad -\infty < z < 0, \quad 0 < z < +\infty. \quad (5)$$

Здесь $\mathcal{E}(z)$, $\mathcal{H}(z)$ — решения уравнений

$$(\partial_z^2 + k^2 - x^2) \mathcal{E}(z), \quad \mathcal{H}(z) = 0, \quad (0 < z < +\infty), \quad (6)$$

$$[\varepsilon_x(z) \partial_x \varepsilon_i^{-1}(z) \partial_x + k_0^2 \varepsilon_x(z) \mu_i(z) - x^2] \mathcal{H}(z) = 0,$$

$$[\mu_x(z) \partial_x \mu_i^{-1}(z) \partial_x + k_0^2 \mu_x(z) \varepsilon_i(z) - x^2] \mathcal{E}(z) = 0, \quad (-\infty < z < 0), \quad (7)$$

непрерывные при $z < 0$ вместе с величинами $\varepsilon_i^{-1}(z) \partial_x \mathcal{H}(z)$, $\mu_i^{-1}(z) \partial_x \mathcal{E}(z)$. Используются также обозначения: $\mathbf{n} = \mathbf{x}/x$, $k = k_0 \sqrt{\varepsilon \mu}$, $\mathbf{w}_\varepsilon(z, \mathbf{x}) = k_0^{-1} [z_0 \times \varepsilon_i(z) / \varepsilon_x(z) + i \mathbf{n} \partial_x]$, $\mathbf{w}_\varepsilon \rightarrow \mathbf{w}_\mu$ ($\varepsilon \rightarrow \mu$).

4. Применим общую постановку к решению задачи о когерентном рассеянии плоской волны. Пусть из верхней области в направлении единичного вектора $\mathbf{l}_0 = [\mathbf{x} - z_0 \gamma(\mathbf{x})] / k$ падает плоская волна

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{R}) = \mathbf{e}_0 \exp(ik\mathbf{l}_0 \cdot \mathbf{R}), \quad \mathbf{H}_i(\mathbf{R}) = \mathbf{h}_0 \exp(ik\mathbf{l}_0 \cdot \mathbf{R}). \quad (8)$$

Здесь вектор $\mathbf{x} = (x_x, x_y, 0)$ определяет горизонтальное направление распространения волны; \mathbf{e}_0 , \mathbf{h}_0 — заданные векторные амплитуды, ортогональные к \mathbf{l}_0 : $\mathbf{l}_0 \cdot \mathbf{e}_0 = 0$, $\mathbf{l}_0 \cdot \mathbf{h}_0 = 0$, которые связаны равенством $w\mathbf{h}_0 = \mathbf{l}_0 \times \mathbf{e}_0$; $w = \sqrt{\mu/\varepsilon}$; $\gamma(\mathbf{x}) = \sqrt{k^2 - x^2} \operatorname{Im} \sqrt{\varepsilon} \geq 0$, $x = \sqrt{x_x^2 + x_y^2}$.

В силу статистической однородности шероховатостей ($\mathbf{B} \equiv \mathbf{B}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$) когерентная компонента возникающего случайного поля представляет собой пространственную гармонику вида (4) с тем же волновым вектором \mathbf{x} , что и у падающей волны. Из условий для поля при $z \rightarrow \pm\infty$ вытекает, что требуемое решение уравнений (6), (7) имеет вид при $0 < z < +\infty$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(z) &= A_p (e^{-i\gamma z} + R_{pp} e^{i\gamma z}) + A_s R_{ps} e^{i\gamma z}, \\ \mathcal{H}(z) &= A_s (e^{-i\gamma z} + R_{ss} e^{i\gamma z}) + A_p R_{sp} e^{i\gamma z}, \end{aligned} \quad (9)$$

а при $-\infty < z < 0$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(z) &= (A_p T_{pp} + A_s T_{ps}) \Psi_\mu(z, \mathbf{x}) / \Psi_\mu(-0, \mathbf{x}), \\ \mathcal{H}(z) &= (A_s T_{ss} + A_p T_{sp}) \Psi_\varepsilon(z, \mathbf{x}) / \Psi_\varepsilon(-0, \mathbf{x}). \end{aligned} \quad (10)$$

В этих формулах $\Psi_\mu(z, \mathbf{x})$ и $\Psi_\varepsilon(z, \mathbf{x})$ — произвольные решения уравнений (7) для \mathcal{E} и \mathcal{H} соответственно, которые стремятся к 0 при $z \rightarrow -\infty$; A_p и A_s — коэффициенты, определяющие величину составляющих падающей плоской волны горизонтальной (p) и вертикальной (s) поляризацій: $A_p = z_0 \times \mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_0$, $A_s = z_0 \times \mathbf{n} \cdot \mathbf{h}_0$; $R_{\alpha\beta}$ и $T_{\alpha\beta}$ ($\alpha, \beta = e, m$) — неизвестные коэффициенты когерентного отражения и прохождения.

В отличие от задачи для однородного полупространства [1] в данном случае мы не располагаем явным видом функций $\Psi_{\mu, \varepsilon}(z, \mathbf{x})$. Однако коэффициенты $R_{\alpha\beta}$ и $T_{\alpha\beta}$ не зависят от произвола в выборе этих функций. Подстановка выражения (4) с учетом (5), (9), (10) в ЭГУ (3) доставляют систему уравнений относительно $R_{\alpha\beta}$ и $T_{\alpha\beta}$. Решив ее с помощью теории возмущений по малому параметру ε^2 , после громоздких вычислений, которые здесь опущены, получаем следующий результат:

$$\begin{aligned} R_{ss}(\mathbf{x}) &= (\gamma - k\beta_s) / \Delta_{1s}, \quad T_{ss} = 2\gamma(1 - t_1) / \Delta_{1s}, \\ R_{ps}(\mathbf{x}) &= -\frac{2wk\gamma\rho}{\Delta_{1s}\Delta_{2s}}, \quad T_{ps}(\mathbf{x}) = \frac{2w\alpha k\gamma v_2}{\Delta_{1s}\Delta_{2s}}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$R_{pp}(\mathbf{x}) = (\alpha_e \gamma - k) / \Delta_{2e}, \quad T_{pp}(\mathbf{x}) = 2\alpha\gamma(1 - t_2) / \Delta_{2e},$$

$$R_{sp}(\mathbf{x}) = -w^2 R_{ps}(\mathbf{x}), \quad T_{sp}(\mathbf{x}) = -\frac{2w^{-1}k\gamma v_1}{\Delta_{1e}\Delta_{2e}}. \quad (12)$$

Здесь $\Delta_{1e}(\mathbf{x}) = \gamma + k\beta_e$, $\Delta_{2e}(\mathbf{x}) = \alpha_e\gamma + k$, $\beta_e = \beta + \delta\beta$, $\alpha_e = \alpha + \delta\alpha$,

$$\alpha(\mathbf{x}) = \frac{k_0 \mu_z(z) \Psi_\mu(z, \mathbf{x})}{i\mu \partial_x \Psi_\mu(z, \mathbf{x})|_{z=0}}, \quad \beta(\mathbf{x}) = \frac{i\varepsilon \partial_x \Psi_\varepsilon(z, \mathbf{x})}{k_0 \varepsilon_z(z) \Psi_\varepsilon(z, \mathbf{x})|_{z=0}}. \quad (13)$$

Малые (порядка σ^2) величины $\delta\alpha$, $\delta\beta$ даются выражениями

$$\delta\alpha(\mathbf{x}) = (k\sigma)^2 [n_e - n_\mu + (n_\mu - m_\mu)(x/k)^2] \alpha + k^2 \int d\mathbf{x}' \tilde{B}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \times$$

$$\times [Q_{22}/\Delta'_2 + (\mathbf{n} \times \mathbf{n}')^2 Q_{21}/\Delta'_1],$$

$$\delta\beta(\mathbf{x}) = (k\sigma)^2 [n_e - n_\mu + (m_e - n_e)(x/k)^2] \beta +$$

$$+ k^2 \int d\mathbf{x}' \tilde{B}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') [Q_{11}/\Delta'_1 + (\mathbf{n} \times \mathbf{n}')^2 Q_{12}/\Delta'_2]. \quad (14)$$

Коэффициенты $t_{1,2}$ определены формулами

$$t_1(\mathbf{x}) = (k\sigma)^2 n_e [(1 - m_e)(x/k)^2 - q_\mu] +$$

$$+ k^2 q_e \int d\mathbf{x}' \tilde{B}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') [k(\mathbf{n} \times \mathbf{n}')^2 P/\Delta'_2 - \gamma'(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}')/\Delta'_1],$$

$$t_2(\mathbf{x}) = (k\sigma)^2 q_\mu [m_\mu(x/k)^2 - n_e] + k^2 \int d\mathbf{x}' \tilde{B}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \times$$

$$\times [kl_\mu \tilde{Q}/\Delta'_2 - q_e \gamma'(\mathbf{n} \times \mathbf{n}')^2 \tilde{P}/\Delta'_1]. \quad (15)$$

Величины $v_{1,2}$ и ρ получаются в виде

$$v_1(\mathbf{x}) = k \int d\mathbf{x}' \tilde{B}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') z_0 \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{n}' [(k^2 l_e - q_e \gamma \gamma' \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}') \tilde{P}/\Delta'_1 + k(q_\mu \gamma' - q_e \gamma) \tilde{Q}/\Delta'_2],$$

$$v_2(\mathbf{x}) = k \int d\mathbf{x}' \tilde{B}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') z_0 \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{n}' [(k^2 l_\mu - q_\mu \gamma \gamma' \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}') P/\Delta'_2 + k(q_e \gamma' - q_\mu \gamma) Q/\Delta'_1],$$

$$\rho(\mathbf{x}) = -k^2 \int d\mathbf{x}' \tilde{B}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') z_0 \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{n}' (P_1/\Delta'_1 + P_2/\Delta'_2). \quad (16)$$

В этих формулах интегрирование по переменной $\mathbf{x}' = (x', y', 0)$ проводится в бесконечных пределах; $\mathbf{n}' = \mathbf{x}'/x'$, $V_1 = \gamma + k\beta$, $\Delta_2 = \alpha\gamma + k$, $\alpha \equiv \alpha(\mathbf{x})$, $\beta \equiv \beta(\mathbf{x})$, $\gamma \equiv \gamma(\mathbf{x})$; штрихом помечена зависимость соответствующих функций от переменной x' : $\Delta'_1 \equiv \Delta_1(x')$ и т. д. «Энергетический» спектр шероховатостей $\tilde{B}(\mathbf{x})$ определен как Фурье-образ корреляционной функции $\tilde{B}(\mathbf{x}) = (2\pi)^{-2} \int d\mathbf{r} \times \exp(i\mathbf{x} \cdot \mathbf{r}) B(\mathbf{r})$. Использованы также обозначения $q_e = 1 - n_e$, $n_e = \varepsilon_z(-0)/\varepsilon$, $m_e = \varepsilon/\varepsilon_z(-0)$ и аналогичные с индексом μ , которые получаются из приведенных заменой $\varepsilon \rightarrow \mu$. Выражения для остальных величин из (14)–(16) вынесены в Приложение.

5. Как показывает анализ выражений (14)–(16), коэффициенты когерентного отражения и прохождения включают следующие величины, зависящие от свойств плоскослойной среды: предельные значения материальных параметров последней на гладкой границе при $z = -0$; параметры β и α , которые определяются через надлежащие решения уравнений (7) с переменными коэффициентами.

При $\sigma^2 \rightarrow 0$ соотношения (11), (12) переходят в формулы Френеля для гладкой границы. В частности,

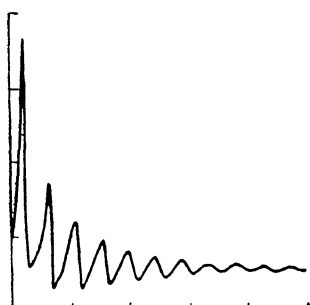
$$R_{ss}(\mathbf{x}) \rightarrow R_s(x) = (\gamma - k\beta)/\Delta_1, \quad R_{pp}(\mathbf{x}) \rightarrow R_p(x) = (\alpha\gamma - k)/\Delta_2, \quad (17)$$

откуда

$$\beta(x) = \frac{\gamma}{k} \frac{1 - R_s(x)}{1 + R_s(x)}, \quad \alpha(x) = \frac{k}{\gamma} \frac{1 + R_p(x)}{1 - R_p(x)}. \quad (18)$$

Таким образом, параметры β и α сводятся к коэффициентам отражения s и p -поляризованных волн от гладкой границы. В результате приходим к важному выводу: для любого профиля материальных параметров плоскослойной среды коэффициенты когерентного отражения и прохождения в случае шероховатой границы определяются функцией корреляции неровностей, коэффициентами отражения от гладкой границы и значениями материальных параметров слойной среды на этой границе.

Рассмотрим простейшую структуру в виде однородного изотропного слоя толщиной b , лежащего на полубесконечной однородной и изотропной подложке. Диэлектрические проницаемости слоя и подложки равны $3+i0.35$ и $1.4+i0.3$ соответственно, их магнитная проницаемость равна 1. Верхнее полупространство считается свободным. Шероховатости являются изотропными и коррелированы по гауссовскому закону $\beta(r) = \sigma^2 \exp(-r^2/l^2)$ ($2l$ — характерный горизонтальный размер отдельной неровности). На рисунке представлена зависимость разности $\Delta = |R_{ss}| - |R_s|$ от толщины слоя в случае нормального падения волны (при этом $R_{ss} = R_{pp}$, $R_s = R_p$). Принято $k_0 \sigma = 0.09$, $\sigma/l = 0.18$. Расчет на ЭВМ выполнен А. Г. Яровым. Видно, что «сдвиг» модуля коэффициента отражения под действием неровностей существенно зависит от местоположения внутренней границы. Вследствие интерференционных эффектов эта зависимость носит осциллирующий характер. По мере погружения границы в глубь среды заметным становится затухание волн, отраженных от внутренней границы, интерференционные эффекты ослабевают и «сдвиг» выходит на постоянное значение, свойственное однородному полупространству.



«Сдвиг» модуля коэффициента когерентного отражения под действием неровностей в зависимости от толщины слоя.

6. Рассмотрим теперь нормальные волны слоистого полупространства с шероховатой границей. Волновые числа нормальных волн совпадают с полюсами коэффициентов когерентного отражения в комплексной плоскости x при фиксированном направлении распространения n . Согласно (11), (12), полюса даются одним из следующих дисперсионных уравнений (ДУ): а) $\Delta_1(x, n) = 0$, б) $\Delta_2(x, n) = 0$. В силу четности левых частей ДУ по x их корни расположены симметрично относительно точки $x = 0$. Поэтому далее мы ограничимся теми корнями, которые лежат в правой полуплоскости $\text{Re } x > 0$ или на положительной части мнимой оси. Пусть $x^{(j)}(n)$ — один из таких корней соответственно ДУ (а) ($j=1$) или (б) ($j=2$). Из-за четности функций $\Delta_j(x, n)$ по n имеем $x^{(j)}(-n) = x^{(j)}(n)$, т. е. волновые числа одинаковых нормальных волн, идущих в противоположных направлениях, совпадают, как и должно быть.

Подставив в (5), (9), (10) $A_s = \Delta_1(x)/2\gamma$, $A_p = 0$, совершим предельный переход $x \rightarrow x^{(1)}(n)$. В результате получаем

$$\mathcal{H}(z) = \begin{cases} \exp[i\gamma(x^{(1)}z)], & z > 0, \\ [1 - t_1(x^{(1)})] \Psi_s(z, x^{(1)}) / \Psi_s(-0, x^{(1)}), & z < 0, \end{cases}$$

$$\mathcal{E}(z) = \frac{k\omega}{\Delta_2(x^{(1)})} \begin{cases} -\rho(x^{(1)}) \exp[i\gamma(x^{(1)}z)], & z > 0, \\ \alpha(x^{(1)}) \nu_2(x^{(1)}) \Psi_\mu(z, x^{(1)}) / \Psi_\mu(-0, x^{(1)}), & z < 0. \end{cases} \quad (19)$$

Совершенно аналогично после замены в (5), (9), (10) $A_s = 0$, $A_p = -\Delta_2(x)/2k$ и предельного перехода $x \rightarrow x^{(2)}(n)$ к решению ДУ (б) получаем функции

$$\mathcal{E}(z) = \begin{cases} \exp[i\gamma(x^{(2)}z)], & z > 0, \\ -\alpha(x^{(2)}) \gamma(x^{(2)}) [1 - t_2(x^{(2)})] \Psi_\mu(z, x^{(2)}) / \Psi_\mu(-0, x^{(2)}), & (z < 0), \end{cases}$$

$$\mathcal{H}(z) = \frac{\omega^{-1}\gamma(x^{(2)})}{\Delta_1(x^{(2)})} \begin{cases} -\rho(x^{(2)}) \exp[i\gamma(x^{(2)}z)], & z > 0, \\ \nu_1(x^{(2)}) \Psi_s(z, x^{(2)}) / \Psi_s(-0, x^{(2)}), & z < 0. \end{cases} \quad (20)$$

При $\sigma^2 \rightarrow 0$ и фиксированном $j=1, 2$ величина $x^{(j)}$ (n) имеет пределом волновое число $x_0^{(j)}$ нормальной волны слоистого полупространства с гладкой границей. Из ДУ (а), (б) для разности $\delta_j = x^{(j)} - x_0^{(j)}$ получаем следующие полезные выражения, справедливые с точностью до членов порядка σ^2 :

$$\begin{aligned} \delta_1(n) &= k\gamma(x) \delta\beta(x) [x - k\gamma(x) \partial\beta/\partial x]^{-1} |_{x=x^{(1)}(n)}, \\ \delta_2(n) &= \gamma^2(x) \delta\alpha(x) [x\alpha(x) - \gamma^2(x) \partial\alpha(x)/\partial x]^{-1} |_{x=x^{(2)}(n)}. \end{aligned} \quad (21)$$

Из выражений (19) следует, что магнитное поле соответствующей нормальной волны содержит поперечную к направлению распределения горизонтальную компоненту и малые ($\sim \sigma^2$) продольную вдоль n , и вертикальную, вдоль z_0 , компоненты. Волна такого вида относится к квази-ТМ-типу. Аналогично волна, определяемая выражением (20), относится к квази-ТЕ-типу.

Таким образом, шероховатости приводят к деполаризации нормальных волн и к сдвигу волновых чисел на комплекснозначные добавки (21). Проведенное рассмотрение охватывает нормальные волны различного физического происхождения (моды диэлектрических волноводов [5], поверхностные и волноводные поляритоны в твердом теле [4, 7], спектральные и неспектральные волны). Известные ранее методы решения задачи об искажении нормальных волн [5] позволяют рассчитать только мнимую часть добавки δ_j и непригодны для диссипативных сред.

Приложение

Диады \hat{M}_{ee} , \hat{M}_{em} из соотношений (3) равны

$$\begin{aligned} \hat{M}_{ee}(x, z) &= k^{-2} \int dx' \tilde{B}(x - x') [k^2 q_\mu \hat{I}_z + (m_e - 1) xx'] \times \\ &\times \left(z_0 \times n' n' \frac{\alpha' \gamma'}{\Delta_2'} - n' z_0 \times n' \frac{k\beta'}{\Delta_1'} \right) \frac{\mu}{\mu_x(z)} \cdot [k_\mu^2(z) \hat{I}_z - xx'] + \\ &+ \sigma^2 (n_\mu^{-1} \hat{I}_z - m_e xx k^2) \cdot z_0 \times [k_\mu^2(z) \hat{I}_z - xx] \mu / \mu_x(z), \\ \hat{M}_{em}(x, z) &= (k_e k)^{-1} \int dx' \tilde{B}(x - x') [k^2 q_\mu \hat{I}_z + (m_e - 1) xx'] \times \\ &\times \left(z_0 \times n' z_0 \times n' \frac{\gamma'}{\Delta_2'} + n' n' \frac{k}{\Delta_1'} \right) \cdot [k_\mu^2(z) \hat{I}_z - xx'] \varepsilon^{-1}(z). \end{aligned}$$

При $z > 0$ функции $\varepsilon_{i,s}(z)$, $\mu_{i,s}(z)$, $k_{s,\mu}(z)$ принимают значения ε , μ и k соответственно. При $z < 0$ $k_s(z) = k_0 \sqrt{\varepsilon_s(z) \mu_s(z)}$, $k_\mu(z) = k_0 \sqrt{\mu_s(z) \varepsilon_s(z)}$. Диады \hat{M}_{me} , \hat{M}_{mm} получаются из \hat{M}_{em} , \hat{M}_{ee} заменой в приведенных выше выражениях $\varepsilon \leftrightarrow \mu$, $1/\Delta_1' \rightarrow \alpha'/\Delta_2'$, $\beta'/\Delta_1' \rightarrow 1/\Delta_2'$.

Формулы (14)–(16) содержат следующие величины:

$$\begin{aligned} Q_{11} &= (kl_e + q_e \beta \gamma' n \cdot n') Q, & Q_{12} &= -(kq_e \beta + q_e \gamma') P, \\ Q_{21} &= (kq_\mu + q_e \alpha \gamma') \bar{P}, & Q_{22} &= -(kl_\mu \alpha + q_\mu \gamma' n \cdot n') \bar{Q}, \\ P_1 &= (kl_e + q_e \beta \gamma' n \cdot n') \bar{P}, & P_2 &= (kq_e \beta + q_e \gamma') \bar{Q}, \\ Q &= l_e - q_e \beta \beta' n \cdot n', & P &= q_e \beta \alpha' - q_\mu, \\ \bar{Q} &= l_\mu \alpha \alpha' - q_\mu n \cdot n', & \bar{P} &= q_\mu - q_e \alpha \beta', \\ l_e &= (m_e - 1) xx' / k^2 + q_e n \cdot n', \\ l_\mu &= (m_\mu - 1) xx' / k^2 + q_\mu n \cdot n'. \end{aligned}$$

Литература

- [1] Жук Н. П. // Опт. и спектр. 1986. Т. 61. Вып. 3. С. 560–565.
- [2] Schiffer R. // Appl. Opt. 1987. Vol. 26. N 4. P. 704–712.
- [3] Кагановский Ю. С., Фрейлихер В. Д., Юрченко С. П. // Опт. и спектр. 1984. Т. 56. Вып. 3. С. 472–477.
- [4] Мирлин Д. Н., Лагуа Дж., Фишер Б. и др. // Поверхностные поляритоны. М.: Мир, 1985. 528 с.
- [5] Маркузе Д. Оптические волноводы. М.: Мир, 1971. 576 с.
- [6] Жук Н. П., Третьяков О. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1981. Т. 24. С. 1476–1483.
- [7] Буршта Н. И., Пасечник Ю. А., Снитко О. В. // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 3. С. 423–426.

Харьковский государственный университет им. А. М. Горького

Поступило в Редакцию
6 апреля 1988 г.