

## СЖАТИЕ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ УСИЛЕНИИ В НЕОДНОРОДНОМ ПОЛЕ НАКАЧКИ

А. В. Белинский, А. С. Чуркин

Предметом настоящей работы является развитие теории генерации сжатых состояний в параметрических процессах с учетом пространственной ограниченности накачки и дифракции взаимодействующих пучков.

На изучении квантовых сжатых состояний, характеризующихся минимально возможным уровнем квантовых флуктуаций одной из квадратурных компонент световой волны, в последние годы сосредоточены интенсивные усилия исследователей (например, [1-6]). Этот интерес обусловлен сочетанием новизны данного явления с перспективами его практического использования, например возможностью подавления уровня шумов фоторегистрации ниже дробового с соответствующим повышением чувствительности, и надеждами на обнаружение гравитационных волн [3, 4].

Одним из наиболее эффективных путей изготовления сжатых состояний является параметрическое усиление, обладающее способностью подавления фазовых флуктуаций и квантования фазы [5, 7]. Именно с использованием вырожденного параметрического усилителя произведен, пожалуй, самый успешный до настоящего времени эксперимент [2], показавший 50%-ное сокращение уровня шумов ниже дробового.

Существующее в литературе описание сжатия строится лишь в приближении плоских взаимодействующих волн [1-5]. Однако ограниченная апертура приводит к формированию некоторой пространственной структуры, попытке выявления которой посвящена данная работа.

Для простоты ограничимся рассмотрением вырожденного параметрического усиления в поле заданной накачки. Тогда усиливаемую волну, распространяющуюся в направлении  $z$ , можно описывать уравнением

$$\frac{\partial a}{\partial z} - \frac{i}{2k} \Delta_{\perp} a = \beta a^{\dagger}, \quad (1)$$

где  $a^{\dagger}(\rho, z)$  и  $a(\rho, z)$  — операторы рождения и уничтожения фотона,  $\rho = \{x, y\}$ ;  $k$  — волновое число;  $\Delta_{\perp}$  — поперечный лапласиан;  $\beta(\rho)$  — коэффициент связи, пропорциональный амплитуде накачки, которую в дальнейшем считаем гауссовой  $\beta(\rho) = \beta_0 e^{-\rho^2/R^2}$ ;  $R$  — радиус пучка накачки.

Вначале рассмотрим режим слабого усиления, когда  $\beta_0 z \ll 1$ . Тогда, представляя  $a(\rho, z)$  в виде ряда

$$a(\rho, z) = \sum_{n=0}^{\infty} (\beta_0 z)^n a_n(\rho) \quad (2)$$

и подставляя (2) в (1), для искомого  $a_n$  получим рекуррентное соотношение

$$a_{n+1} = \frac{1}{n+1} \left( \beta a_n^{\dagger} + \frac{i}{2k} \Delta_{\perp} a_n \right). \quad (3)$$

Дифракционные эффекты проявляются при учете третьего порядка разложения (2), которым мы и ограничимся. Предположим далее, что на входе усилителя  $z=0$  имеется плоская волна, описываемая оператором  $a_0$  и находящаяся в вакуумном или когерентном состоянии. Тогда, вводя квадратуры  $X_1 = (a + a^{\dagger})/2$ ,  $X_2 = (a - a^{\dagger})/i2$  и полагая  $\beta$  действительной (при этом в приведенных обозначениях сжатие будет максимальным), для дисперсии квадратурных компонент после громоздких преобразований и квантового усреднения получим

$$\begin{aligned} \langle \Delta X_1^2 \rangle &= \langle \Delta X_{1r}^2 \rangle - \frac{1}{48} z^3 k^{-2} \Delta_{\perp} \Delta_{\perp} \beta, \\ \langle \Delta X_2^2 \rangle &= \langle \Delta X_{2r}^2 \rangle + \frac{1}{48} z^3 k^{-2} \Delta_{\perp} \Delta_{\perp} \beta, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\langle \Delta X_{1,2r}^2 \rangle$  — дисперсии квадратурных компонент в геометрикооптическом приближении

$$\langle \Delta X_{1r}^2 \rangle = \frac{1}{4} e^{2\beta x}, \quad \langle \Delta X_{2r}^2 \rangle = \frac{1}{4} e^{-2\beta x}. \quad (5)$$

Отметим, что (4) справедливо и для произвольной пространственной конфигурации  $\beta(\rho)$ . В случае же гауссова пучка наоборот

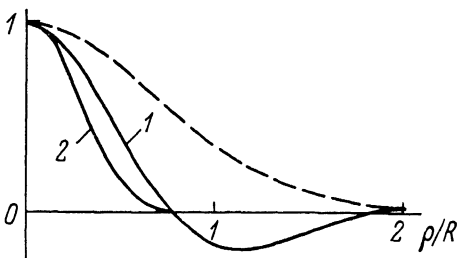
$$\Delta_{\perp} \Delta_{\perp} \beta = \beta_0 \left( \frac{2}{R} \right)^4 \left[ \left( 2 - \frac{\rho^2}{R^2} \right)^2 - 2 \right] e^{-\rho^2/R^2}, \quad (6)$$

откуда видно, что дифракция приводит к увеличению флуктуаций второй квадратурной компоненты вблизи оси, т. е. является дополнительным источником шума и снижает эффективность сжатия. Причем максимальное «зашумление» пучка происходит в его центре, т. е. в области, на первый взгляд, оптимальной с точки зрения получения сжатия. График зависимости (6) от  $\rho/R$  приведен на рисунке (кривая 1).

Анализ (4), (6) позволяет также заключить, что дифракция не выводит выходную волну из состояния с минимальной неопределенностью, т. е.  $\langle \Delta X_1^2 \rangle \langle \Delta X_2^2 \rangle = 1/16$ , а вызываемая ей добавка к  $\langle \Delta X_{2r}^2 \rangle$  сравнительно мала. Например, при  $\beta_0 z = 1$ ,  $\beta_0 = 1 \text{ см}^{-1}$ ,  $k^{-2} R^{-4} = 10^{-6} \text{ см}^{-2}$  на оси она составляет  $6.7 \cdot 10^{-7}$ .

Обратимся далее к ограничению усиления  $\beta_0 z \geq 1$ , где нельзя ограничиваться третьим порядком разложения (2). По-прежнему полагая  $\beta$  действительной, запишем (1) в виде

$$\frac{\partial X_1}{\partial z} + \frac{\Delta_{\perp} X_2}{2k} = \beta X_1, \quad \frac{\partial X_2}{\partial z} - \frac{\Delta_{\perp} X_1}{2k} = -\beta X_2, \quad (7)$$



Зависимость шумовой добавки к дисперсии второй квадратурной компоненты, нормированная по максимальному значению, от относительного удаления от центра пучка.

1 — приближение слабого усиления, 2 — сильное усиление, штриховая кривая — профиль амплитуды накачки.

откуда видно, что дифракция одной из квадратурных компонент влияет на режим усиления другой, и наоборот. Это связано с тем, что дифракция прежде всего вызывает изменение фазы волны, а квадратурные компоненты как раз и представляют собой сдвинутые по фазе друг относительно друга составляющие комплексной амплитуды.

Перепишем первое уравнение системы (7) в виде

$$\frac{\partial (X_1 e^{-\beta z})}{\partial z} = -e^{-\beta z} \frac{\Delta_{\perp} X_2}{2k}. \quad (8)$$

Правую часть (8) при больших усилениях можно приближенно считать равной нулю. Таким образом, мы пренебрегаем влиянием подавляемой в процессе усиления второй квадратурной компоненты на первую. Тогда решение системы (7) можно представить в виде

$$X_2 = e^{-\beta z} \left[ X_{20} + \frac{1}{2k} \int_0^z e^{\beta z} \Delta_{\perp} X_1 dz \right], \quad X_1 = X_{10} e^{\beta z}, \quad (9)$$

где  $X_{10}$  и  $X_{20}$  — квадратуры волны на входе.

После громоздких промежуточных преобразований для дисперсии выходной волны второй квадратуры при плоской входной волне, находящейся в вакуумном или когерентном состоянии, получим

$$\langle \Delta X_{2r}^2 \rangle = \langle \Delta X_{2r}^2 \rangle_0 + \langle \Delta X_{2r}^2 \rangle_1, \quad \langle \Delta X_{2r}^2 \rangle = \frac{1}{16k^2 \beta_0^2} \{ (\beta z e^{\beta z} - \text{sh } \beta z) \beta \Delta_{\perp} \beta + [\beta z e^{\beta z} (\beta z - 1) + \text{sh } \beta z] \text{grad}^2 \beta \}^2, \quad (10)$$

а для гауссова накачки

$$\langle \Delta X_{2r}^2 \rangle = \frac{1}{4} k^{-2} R^{-4} \beta_0^{-2} \left[ \beta z e^{\beta z} \left( \frac{\rho^2}{R^2} \beta z - 1 \right) + \text{sh } \beta z \right]^2. \quad (11)$$

Для осевой точки  $\rho = 0$  «дополнительный» шум

$$\langle \Delta X_{2r}^2 \rangle = \frac{1}{4} k^{-2} R^{-4} \beta_0^{-2} (\beta_0 z e^{\beta_0 z} - \text{sh } \beta_0 z)^2. \quad (12)$$

График зависимости  $\langle \Delta X_{\lambda}^2 \rangle$  от поперечной координаты также представлен на рисунке (кривая 2). Величина  $\langle \Delta X_{\lambda}^2 \rangle$  на оси при тех же исходных данных, что и в рассмотренном выше приближении слабого усиления, составляет  $5.9 \cdot 10^{-7}$ . Таким образом, оба приближения очень хорошо «спиваются» в точке их «соприкосновения»  $\beta_0 z = 1$ .

В заключение отметим, что ограниченность пучка накачки и дифракция сигнальной волны приводят в общем случае к снижению эффективности сжатия. Этот отрицательный эффект особенно силен на оси, т. е. в центре пучка, где усиление максимально и условия, на первый взгляд, оптимальны с точки зрения получения сжатия. Вместе с тем следует признать, что эффект довольно слаб, хотя при больших усилениях в соответствии с (12) «дополнительный» шум растет экспоненциально. Например, при увеличении  $\beta_0 z$  и  $z$  до 5 см  $\langle \Delta X_{\lambda}^2 \rangle$  составит уже 0.11, т. е. превысит  $\langle \Delta X_{\lambda}^2 \rangle$ . Естественно, что при регистрации светового пучка по всей его апертуре неоднородность эффективности сжатия в поперечном сечении неизбежно отразится на его интегральном значении.

### Литература

- [1] Смирнов Д. Ф., Трошин А. С. // УФН. 1987. Т. 153. С. 233—271.
- [2] Wu L. A., Kimble H. J., Hall J. L. // Phys. Rev. Lett. 1986. Vol. 57. P. 2520—2523.
- [3] Колобов М. И., Соколов И. В. // ЖЭТФ. 1986. Т. 90. С. 1889—1899.
- [4] Caves C. M. // Phys. Rev. D. 1981. Vol. 23. P. 1693—1708.
- [5] Yurke B. // Phys. Rev. A. 1985. Vol. 32. P. 300—310.
- [6] Ахманов С. А. // УФН. 1986. Т. 149. С. 361—390.
- [7] Ахманов С. А., Хохлов Р. В. // РИЭ. 1961. Т. 6. С. 1813—1821.

Московский государственный  
университет им. М. В. Ломоносова  
Физический факультет

Поступило в Редакцию  
14 января 1988 г.  
В окончательной редакции  
8 июня 1988 г.

12; 07

Журнал технической физики, т. 59, в. 4, 1989

### ФОТОПЛАСТИНКА БИОХРОМ В ГОЛОГРАФИЧЕСКОМ ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ

Н. Н. Всеволодов, В. А. Полторацкий, Л. А. Разумов

Исследование биологического фотокромного материала биохром указывает на наличие у этого материала ряда свойств, выделяющих его среди известных фотокромов. Это высокие чувствительность и цикличность, широкие спектральный диапазон и диапазон регистрируемых интенсивностей и др. [1]. Замечено, что в процессе эксплуатации в течение нескольких лет не происходит каких-либо заметных изменений характеристик этого материала. По мнению авторов, наиболее характерным применением биохрома в ближайшее время может стать использование этого материала в голографической интерферометрии фазовых объектов [2, 3]. Для регистрации отражающих объектов потребуются соответственно более мощные лазеры. Ниже рассмотрена типичная схема используемой авторами голографической установки, на которой проверялись условия работы с фотопластинкой биохром.

Схема интерферометра (см. рисунок) выполнена в симметричном варианте, позволяющем работать как на сопутствующих, так и на встречных пучках. Изменение режима работы достигается поворотом пластинки биохром на прямой угол. Интерференционные полосы легко сформировать, например, поворотом между экспозициями плоскопараллельной пластинки на угол 10—20 град.

Использовался одноимодовый гелий-неоновый лазер мощностью до 10 мВт. Выбор лазера связан с удовлетворительной чувствительностью биохрома в этой спектральной области. Пучки света смешивались на площадке размером 3—5 см<sup>2</sup>. Длительность каждой экспозиции составляла примерно 15 с, при этом дифракционная эффективность для некоторых образцов достигала 5 %. Уровень фона, наблюдавшийся при восстановлении изображения, зависит от качества полива и однородности фотослоя.

Восстановленное изображение наблюдалось при перекрытии одного из пучков в течение десятков секунд. Несколько минут было достаточно для возвращения биохрома в исходное