

04; 10

## ОТРИЦАТЕЛЬНОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО ДИОДА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*В. Т. Астрелин, И. А. Котельников, С. Л. Синицкий*

В настоящей работе мы покажем, что вольт-амперная характеристика вакуумного плоского диода, помещенного во внешнее магнитное поле, может иметь S-образную форму, характерную для электронных приборов с отрицательным дифференциальным сопротивлением. Это означает, что при одном и том же приложенном напряжении  $U$  диод может находиться в трех состояниях (одно из которых, однако, неустойчиво), различающихся величиной диодного тока. Во избежание недоразумений сразу подчеркнем, что диодный промежуток имеет отрицательное дифференциальное сопротивление в сравнительно узком диапазоне напряжений  $U$  и только при большом наклоне магнитного поля, когда угол  $\theta$  между его направлением и поверхностью катода <sup>1</sup> не превышает  $8.5^\circ$ . По-видимому, по этой причине отрицательное сопротивление и сопутствующие ему явления (такие, как генерация колебаний), насколько нам известно, не обнаружены в электронных диодах до сих пор.

Рассмотрим плоский нерелятивистский диод, к которому приложено постоянное напряжение  $U$  и внешнее однородное магнитное поле  $H$ . Для простоты пренебрежем собственным магнитным полем тока, протекающего через диод. Тогда можно считать, что электрическое поле направлено по нормали к обкладкам диода и зависит только от координаты  $\xi$  вдоль нормали  $E = E(\xi)$ . Нормальная к поверхности составляющая плотности тока не зависит от координат (и времени) и равна плотности эмиттируемого тока  $j_0$ , а электроны, как будет видно из дальнейшего, все время удаляются от катода, никогда не совершая возвратного движения. Поэтому их плотность в диодном промежутке есть

$$n(\xi) = j_0 / e\dot{\xi}, \quad (1)$$

где  $\dot{\xi} \geq 0$  — проекция скорости на нормаль, одинаковая для всех электронов, стартовавших одновременно и, следовательно, удалившихся от катода на одинаковое расстояние  $\xi$ . Комбинируя (1) с уравнением

$$\frac{dE}{d\xi} = 4\pi en,$$

получаем

$$\frac{dE}{dt} = \dot{\xi} \frac{dE}{d\xi} = 4\pi j_0.$$

Отсчитывая время  $t$  от момента старта электрона с поверхности катода, находим электрическое поле, действующее на электрон в той точке, куда он попал к моменту времени  $t$  (ср. [1-3]).

$$E(t) = 4\pi j_0 t. \quad (2)$$

<sup>1</sup> Для определенности мы считаем, что перенос тока осуществляется электронами. Тогда катод является эмиттирующей поверхностью.

Введем теперь систему координат с началом старта. Ось  $z$  направим вдоль вектора магнитного поля  $\mathbf{H}$ , составляющего угол  $\theta$  с поверхностью катода, а плоскость  $xz$  ориентируем так, чтобы нормаль  $\xi$  лежала в этой плоскости (рис. 1)

$$\xi = x \cos \theta + z \sin \theta.$$

Подставив функцию (2) в уравнения движения

$$m\ddot{x} = eE \cos \theta + \frac{e}{c} \dot{y}H, \quad m\dot{y} = -\frac{e}{c} \dot{x}H, \quad m\ddot{z} = eE \sin \theta,$$

находим скорость электрона

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{4\pi c j_0}{\omega_H H} \cos \theta [1 - \cos \tau], \\ \dot{y} &= \frac{4\pi c j_0}{\omega_H H} \cos \theta [\sin \tau - \tau], \\ \dot{z} &= \frac{4\pi c j_0}{\omega_H H} \sin \theta \frac{\tau^2}{2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\tau = \omega_H t$ ,  $\omega_H = eH/mc$ .

Нетрудно убедиться, что проекция скорости на нормаль

$$\dot{\xi}(\tau) = \frac{4\pi c j_0}{\omega_H H} \left[ \cos^2 \theta (1 - \cos \tau) + \sin^2 \theta \frac{\tau^2}{2} \right]$$

всегда неотрицательна (так как  $j_0/\omega_H H > 0$ ). Отсюда с очевидностью следует, что нормальная координата

$$\xi(\tau, j_0) = \frac{4\pi c j_0}{\omega_H^2 H} \left[ \cos^2 \theta (\tau - \sin \tau) + \sin^2 \theta \frac{\tau^3}{6} \right] \quad (4)$$

и электрический потенциал

$$\begin{aligned} \varphi(\tau, j_0) &= -\int_0^\tau \frac{d\tau}{\omega_H} E(\tau) \dot{\xi} = -\left(\frac{4\pi j_0}{\omega_H}\right)^2 \frac{c}{\omega_H H} \times \\ &\times \left[ \cos^2 \theta \left(\frac{\tau^2}{2} - \tau \sin \tau + 1 - \cos \tau\right) + \frac{\tau^4}{8} \sin^2 \theta \right] \end{aligned} \quad (5)$$

монотонно возрастают вдоль траектории электрона. Поэтому зависимость  $\varphi(\xi)$  также монотонная и однозначная функция. Из этого тем не менее не следует, что вольт-амперная характеристика  $j_0(U)$  также однозначна.

Прежде чем перейти к ее определению, подчеркнем, что используемый нами способ расчета, основывающийся на соотношении (2), ранее уже применялся в работах [1-3]. Однако в одной из них [1] в конечном итоге были использованы укороченные уравнения, получающиеся из (3) после отбрасывания осциллирующих слагаемых, а в других [2, 3] вычисления не были проведены до конца.

Плотность тока  $j_0$  через диод определяется из очевидного условия, что в момент времени  $\tau_*$ , когда электрон достигает поверхности анода,

$$\xi(\tau_*, j_0) = d, \quad \varphi(\tau_*, j_0) = U, \quad (6)$$

где  $d$  — ширина диодного промежутка.

В пределе  $\tau_* \operatorname{tg} \theta \gg 1$  в правой части каждого из соотношений (4), (5) достаточно удерживать только последнее слагаемое. Тогда равенства (6) упрощаются

$$d = \frac{4\pi c j_0}{\omega_H^2 H} \sin^2 \theta \frac{\tau_*^3}{6}, \quad U = -\left(\frac{4\pi j_0}{\omega_H^2 H}\right)^2 c \omega_H H \sin^2 \theta \frac{\tau_*^4}{8}$$

и имеют единственное решение

$$j_0 = \frac{\sin \theta}{9\pi} \sqrt{-\frac{2e}{m} \frac{U^{3/2}}{d^2}}, \quad \tau_* = \frac{3}{\sin \theta} \frac{d}{\rho}, \quad (7)$$

где  $\rho = \sqrt{-2eU/m} / \omega_H$  — ларморовский радиус электронов, вычисленный по полной энергии. Условие  $\tau_* \operatorname{tg} \theta \gg 1$ , таким образом, означает, что  $3d \gg \rho \cos \theta$ .

В другом предельном случае  $\tau_* \ll 1$  получаем обычный закон Чайлда—Ленгмюра

$$j_0 = \frac{1}{9\pi} \sqrt{-\frac{2e}{m} \frac{U^{3/2}}{d^2}} \equiv j_{3/2} \quad (8)$$

и  $\tau_* = 3d/\rho$ .

Два предельных решения не перекрывают интервал  $1 < \tau_* < 1/\operatorname{tg} \theta$ , который при  $\theta \ll 1$  становится очень широким. Именно в этом интервале зависимость  $j_0(U)$  может быть неоднозначной. Для доказательства исключим  $j_0$  из уравнений (6), преобразовав их к виду

$$G(\tau_*, \theta) = d/\rho, \quad (9)$$

где

$$G(\tau, \theta) = \frac{\cos^2 \theta (\tau - \sin \tau) + \sin^2 \theta \tau^3/6}{\left[ 2 \cos^2 \theta \left( \frac{\tau^2}{2} - \tau \sin \tau + 1 - \cos \tau \right) + \sin^2 \theta \frac{\tau^4}{4} \right]^{1/2}}, \quad (10)$$

и покажем, что при достаточно малом угле  $\theta$  функция  $G(\tau_*, \theta)$  немонотонна по  $\tau_*$ . Ее немонотонность означает, что при некоторых значениях  $d/\rho$  уравнение (9)

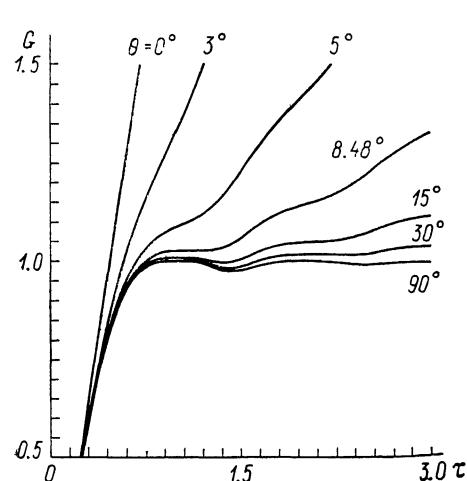


Рис. 2.

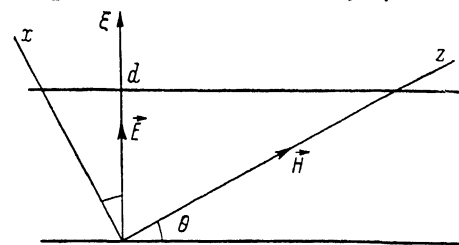


Рис. 1.

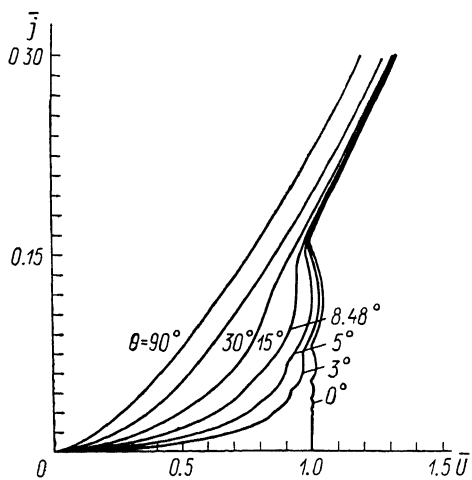


Рис. 3.

имеет более одного решения  $\tau_*$ . Этим решениям, очевидно, соответствуют разные значения плотности тока  $j_0$  (которые можно затем найти из уравнения  $\xi(\tau_*, j_0) = d$ ), так как функция  $\xi(\tau_*, j_0)$  монотонна по обоим аргументам.

Преобразование монотонной функции  $G(\tau, \theta)$  в немонотонную происходит через образование при некотором  $\theta = \theta_n$  перегиба

$$\dot{G}(\tau_n, \theta_n) = 0, \quad \ddot{G}(\tau_n, \theta_n) = 0, \quad (11)$$

где точками, как и выше, обозначено дифференцирование по времени.

При  $\theta < \theta_n$  из перегиба выделяется пара локальных экстремумов, состоящая из максимума и минимума (рис. 2). Преобразовав уравнения (11) с учетом (10) к простой форме

$$\tau_n \sin \tau_n - 2 + 2 \cos \tau_n = \frac{\operatorname{tg}^2 \theta_n}{12} \tau_n^4,$$

$$\tau_n \cos \tau_n - \sin \tau_n = \frac{\operatorname{tg}^2 \theta_n}{3} \tau_n^3,$$

нетрудно найти их приближенное решение

$$\tau_n \approx 2\pi \left( n + \frac{1}{4} \right) - \frac{5}{2\pi \left( n + \frac{1}{4} \right)},$$

$$\theta_n \approx \sqrt{\frac{3}{2\pi^3}} \left( n + \frac{1}{4} \right)^{-3/2}, \quad (12)$$

где  $n=1, 2, 3, \dots$  — целочисленный номер перегиба.

Первая пара экстремумов появляется при  $\theta_1=8.48^\circ$ , вторая — при  $\theta_2=3.56^\circ$  и т. д. Появлению каждой пары соответствует возникновение очередной  $S$ -петли на вольт-амперной характеристике, как это показано на рис. 3, где по осям отложены безразмерные комбинации  $j = 4\pi c j_0 / \omega_H^2 H d$  и  $U = \rho^2 / d^2$ . Поскольку в петле есть участок с отрицательным дифференциальным сопротивлением, то диод может работать в режиме генерации. Как видно из рис. 3, диодный ток

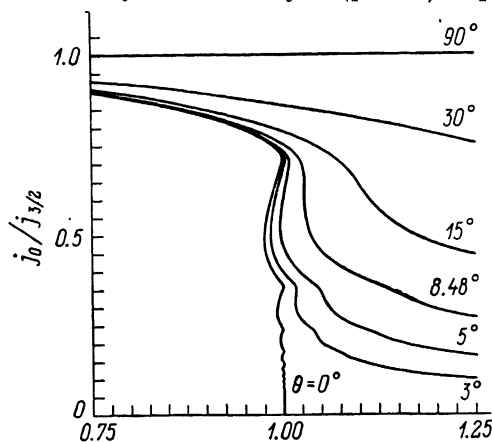


Рис. 4.

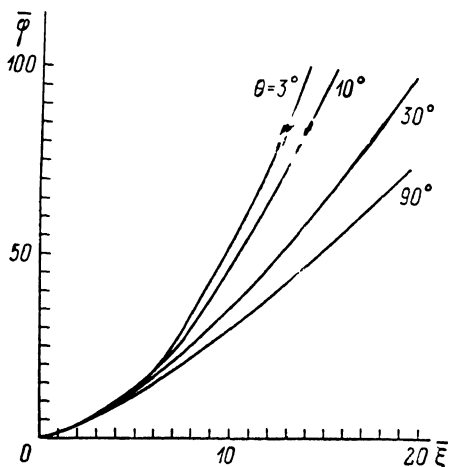


Рис. 5.

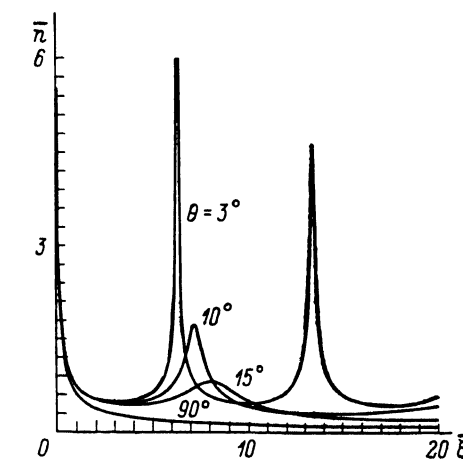


Рис. 6.

может модулироваться в 2 раза, а относительная модуляция напряжения на диоде значительно меньше. На рис. 4 показана зависимость диодного тока от безразмерной напряженности магнитного поля  $H = d/\rho$ , причем ток нормирован на величину  $j_{0.5}$ , определяемую законом Чайлда—Ленгмюра (8).

На рис. 5, 6 показаны графики безразмерного потенциала

$$\bar{\varphi} = \left( \frac{\omega_H}{4\pi j_0} \right)^2 \frac{|\omega_H H|}{c} \varphi$$

и безразмерной плотности электронов

$$\bar{n} = 4\pi m c^2 n / H^2$$

в диодном промежутке в зависимости от безразмерной координаты  $\xi = \omega_H^2 H \xi / 4\pi j_0 c$ . На распределении плотности  $n(\xi)$  при достаточно малом угле  $\theta$

возникают пики. Учитывая, что  $n=j_0/e\xi$ , легко показать, что момент образования очередного пика плотности можно найти из уравнений  $\xi=0$ ,  $\xi=0$ , т. е.

$$\begin{aligned}\sin^2\theta\tau + \cos^2\theta \sin\tau &= 0, \\ \sin^2\theta + \cos^2\theta \cos\tau &= 0.\end{aligned}$$

Их приближенное решение есть

$$\begin{aligned}\tau_l &= 2\pi\left(l - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{2\pi\left(l - \frac{1}{4}\right)}, \\ \theta_l &= \frac{1}{2\pi\left(l - \frac{1}{4}\right)}, \quad l = 1, 2, 3, \dots\end{aligned}\quad (13)$$

Сравнивая его с (12), приходим к выводу, что при возникновении на вольт-амперной характеристике диода  $l$ -й петли в диодном промежутке находится  $l$  пиков плотности. Пики плотности тем уже, чем выше их порядковый номер  $l$ . Любые процессы рассеяния приводят к размыванию пиков. Поэтому следует ожидать, что даже небольшое тепловое движение и рассеяние электронов приведет к исчезновению петель с высоким порядковым номером.

В заключение отметим, что собственное магнитное поле диодного тока, вообще говоря, уменьшает угол  $\theta$  между направлением суммарного магнитного поля и поверхностью катода на периферии диодного промежутка. Поэтому прежде всего там возникают описанные выше явления. Что касается релятивистского диода, то в этом случае собственным магнитным полем нельзя пренебрегать во всем диодном промежутке, так как оно порядка электрического.

#### Литература

- [1] Алямовский И. В. Электронные пучки и электронные пушки. М.: Сов. радио, 1966. 289 с.
- [2] Кириштейн П. Т., Кайно Г., Уотерс У. Формирование электронных пучков. М.: Мир, 1970. 87 с.
- [3] Рютов Д. Д. Препринт Института ядерной физики СО АН СССР. № 83-16. Новосибирск, 1983. 17 с.

Институт ядерной физики  
СО АН СССР  
Новосибирск

Поступило в Редакцию  
3 марта 1983 г.