

01; 09; 10

## ОПТИМИЗАЦИЯ ВХОДА В СПИРАЛЬНЫЙ ОНДУЛЯТОР

В. К. Семенов

Рассмотрен спиральный ондулятор, в котором поперечная компонента магнитного поля на входном участке нарастает линейно (вдоль оси) на целом числе периодов с сохранением спиральной симметрии. Показано, что в таком поле продольное движение параксиальных электронов переходит в движение по раскручивающейся винтовой траектории, направление оси которой совпадает с направлением влета частиц в ондулятор. Рассчитано распределение плотности тока на цилиндрической поверхности ондулятора, формирующего такое поле. Указана минимальная длина входного участка, при которой расчетное распределение поверхностного тока удается достаточно хорошо приблизить, надлежащим образом располагая проводники на поверхности ондулятора. По результатам расчета изготовлен спиральный ондулятор, измеренное распределение магнитного поля в котором достаточно хорошо совпадает с расчетным. Численный расчет траекторий электронов показывает, что амплитуды бетатронных колебаний в таком ондуляторе мало отличаются от минимальных при заданных условиях инжекции.

## Введение

При влете в периодическое магнитное поле, формируемое ондулятором, электронный пучок испытывает боковое отклонение, способное, вообще говоря, увести его достаточно далеко от электронно-оптической оси системы. Существенной особенностью спирального ондулятора является то, что поле внутри него обладает фокусирующим действием, поэтому электроны, которые после прохождения входного участка приобретают поперечную дрейфовую скорость, будут лишь осциллировать вокруг оси ондулятора, совершая бетатронные колебания [1]. Тем не менее их амплитуды должны быть сведены к минимуму, так как бетатронные колебания ухудшают спектральные и угловые характеристики ондуляторного излучения, а в лазерах на свободных электронах (ЛСЭ) приводят к уменьшению коэффициента усиления [2]. Амплитуды бетатронных колебаний в ондуляторе определяются не только качеством пучка и параметрами однородного ондулятора, но и конфигурацией магнитного поля на входе в ондулятор. Поэтому особенно для пучков относительно малых энергий ( $\gamma \sim 10$ ) серьезное внимание уделяется формированию на входном участке плавно нарастающего магнитного поля (адиабатический вход) [3-7].

В ряде экспериментальных работ по генерации излучения в ЛСЭ с использованием спирального ондулятора применялся вход рупорного типа, в котором токонесущие шины расположены на расширяющейся конической поверхности (например, [4, 5]). В работе [6] предложен, а в [7] использован адиабатический вход, созданный при помощи делителей тока в виде перемычек между спиралами. Достигнуть удовлетворительного качества ввода электронного пучка в ондулятор для обоих этих типов входа удается тогда, когда входной участок занимает шесть или более периодов поля.

С практической точки зрения входной участок следует стремиться сделать как можно более коротким, так как при этом увеличивается эффективная длина ондулятора. Можно, например, использовать ондулятор с резким нарастанием поля до амплитудного значения и корректировать траектории электронов при помощи компенсирующего магнита (как и для плоского ондулятора [8]). В слу-

чае применения компенсирующего магнита с токовым спиральным ондулятором следует иметь в виду, что поле магнита имеет симметрию, отличную от спиральной, и малое отклонение траектории от расчетной может привести к значительному росту амплитуд бетатронных колебаний.

Ниже рассмотрен вариант, когда спиральная симметрия поля сохраняется также и на входном участке ондулятора. Распределение поверхностного тока, формирующего такое поле, восстанавливается так, чтобы вдали от концов ондулятора оно описывало токи по бифилярной спирали из тонких проводников.

### Оптимальное распределение магнитного поля на входном участке ондулятора

На оси спирального ондулятора, намотанного тонким проводом, отлична от нуля лишь поперечная компонента первой гармоники магнитного поля, которая внутри ондулятора (вдали от его концов) обладает спиральной симметрией с трансляционным периодом  $\Lambda$ . При приближении к концу ондулятора структура поля существенно изменяется. Например, если спирали соединены между собой перемычкой в виде кольца, то на оси вблизи перемычки наблю-

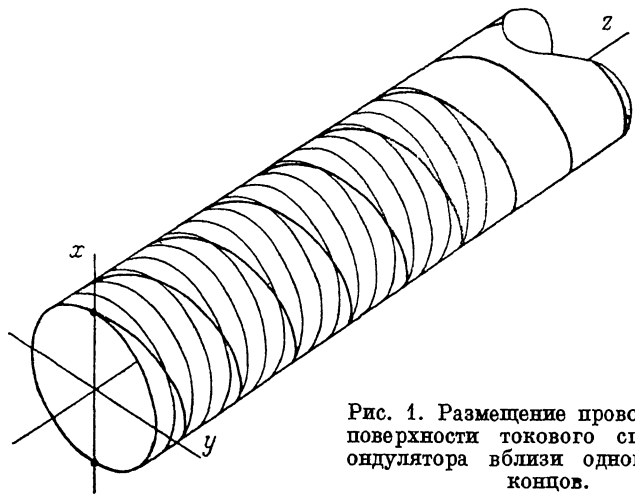


Рис. 1. Размещение проводников на поверхности токового спирального ондулятора вблизи одного из его концов.

дается всплеск магнитного поля, относительная величина которого зависит от соотношения радиуса ондулятора  $a$  и шага  $\Lambda$  намотки спиралей [6]. Наличие этого всплеска для пучков малых энергий обычно приводит к выбрасыванию пучка на стенку канала транспортировки. Если же поле вдоль оси нарастает достаточно медленно, то вносимое им отклонение пучка можно сделать достаточно малым.

Рассмотрим электрон, влетающий в ондулятор строго вдоль его оси. В декартовой системе координат, ось  $z$  которой направлена вдоль оси ондулятора (рис. 1), уравнения движения в комплексной форме имеют вид

$$\ddot{Z} = i \frac{e}{\gamma mc} (\dot{z}B - \dot{Z}B_x), \quad \dot{z} = \frac{e}{\gamma mc} \text{Im}(\dot{Z}^*B),$$

$$Z = x + iy, \quad B = B_x + iB_y, \quad (1)$$

где  $\gamma mc^2$  — энергия электрона;  $B_x$ ,  $B_y$ ,  $B_z$  — компоненты магнитного поля.

Обозначим амплитуду поперечного магнитного поля на оси ондулятора вдали от его концов через  $B_0$ . Предполагая малость параметра  $eB_0\Lambda/\gamma mc^2$  (что соответствует ультрарелятивистским электронам), решим систему уравнений (1) методом последовательных приближений. В нулевом приближении электрон пролетает через входной участок с постоянной скоростью, не испытывая никакого возмущения магнитным полем ондулятора  $z = \beta_z ct$ ,  $Z = 0$ . В первом приближении возникает быстрое круговое движение по разворачивающейся вин-

говой траектории, а также боковое смещение ведущего центра траектории, которое далее переходит к бетатронным колебаниям. Ограничившись этим приближением, выпишем выражения для угла отклонения  $\alpha$  и смещения центра  $\xi$  от оси ондулятора после прохождения входного участка

$$\alpha = \frac{1}{\beta_z \rho} \left( i \int_{-\infty}^z \frac{B(z)}{B_0} dz - \frac{e^{ikz}}{k} \right),$$

$$\xi = \frac{1}{\beta_z \rho} \left( i \int_{-\infty}^z dz \int_{-\infty}^z \frac{B(z)}{B_0} dz + \frac{i e^{ikz}}{k^2} \right), \quad (2)$$

где  $\rho = \gamma m c^2 / e B_0$  — циклотронный радиус в поле  $B_0$ ,  $k = 2\pi/\Lambda$ , а верхний предел интегрирования  $z$  выбирается в области, где амплитуда поперечного магнитного поля постоянна.

Обычно подбирают такое распределение магнитного поля на входном участке, для которого по крайней мере первое из выражений (2) равно нулю. Если ондулятор намотан тонким проводом, то этого можно добиться, например, деформируя витки спиралей. Тогда амплитуда медленных осцилляций винтовой траектории вокруг оси ондулятора определяется смещением  $\xi$ . Для внеосевых электронов при параллельном влете такое поле, вообще говоря, может приводить к значительному отклонению оси винтовой траектории от оси ондулятора. Поэтому для пучка конечного эмиттанта вопрос оптимальности распределения при таком подходе остается открытым. Правильнее было бы сначала обосновать преимущества того или иного распределения поля, в том числе для слабонапараксиальных электронов, а затем подобрать распределение тока на поверхности ондулятора, формирующее такое поле хотя бы приближенно.

Прежде чем исследовать трехмерный случай, отыщем при помощи оценки (2) подходящее распределение поля на оси  $z$ . Запишем это распределение в общем виде  $B(z) = B_0 f(z) e^{ikz}$ . Поскольку нас интересуют распределения, для которых везде сохраняется спиральная симметрия единичного вектора в направлении поперечной компоненты поля, то функция  $f(z)$  должна быть вещественной. Если к тому же  $f(z)$  нарастает строго на заданной длине  $l$ , т. е.  $f(z) = 0$  при  $z \leq 0$  и  $f(z) = 1$  при  $z \geq l$ , то выражения (2) можно привести к виду

$$\alpha = -\frac{1}{k\beta_z \rho} \int_0^l f'(z) e^{ikz} dz,$$

$$\xi = \alpha(z-l) - \frac{i\alpha}{k} - \frac{1}{k\beta_z \rho} \int_0^l dz \int_0^z f'(z) e^{ikz} dz. \quad (3)$$

Проще всего анализировать случай, когда  $f(z)$  нарастает на целом числе периодов ( $l = p\Lambda$ ). Тогда, если  $f'(z)$  постоянна на отрезке  $[0, l]$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\xi = -ir_0$ , где  $r_0 = 1/k^2 \beta_z \rho$  — радиус круговой орбиты в однородном ондуляторе. Отклонение  $\alpha$  остается равным нулю также и в случае, когда в разложении в ряд Фурье  $f'(z)$ , продолженной периодически вне отрезка  $[0, l]$ , присутствуют только гармоники с периодом  $l/n$  ( $n=1, 2, \dots, n \neq p$ ) вне зависимости от их амплитуд. При правильном выборе амплитуд этих гармоник можно свести к нулю боковое смещение  $\xi$ . Например, при  $f'(z) = 1/l [1 + (1/p^2 - 1) \cos kz/p]$  получаем  $\alpha = 0$ ,  $\xi = 0$ . Однако  $r_0$  обычно мал, и поэтому стремиться к смещениям  $|\xi|$ , меньшим  $r_0$ , смысла не имеет. Кроме того, пространственное распределение магнитного поля обладает наименьшими поперечными градиентами и соответственно большей областью однородности в поперечной плоскости, если вдоль  $z$  поле нарастает равномерно. Поэтому ниже рассмотрено поперечное поле, нарастающее линейно на целом числе периодов с сохранением спиральной симметрии. К тому же такое поле наиболее просто осуществить практически.

Пространственное распределение магнитного поля будем искать в виде частичных сумм ряда Фурье—Бесселя, предельной функцией которых является

линейно нарастающая вдоль оси на целом числе периодов функции. Следуя методике работы [6], рассмотрим бесконечную систему расположенных соосно спиральных ондуляторов длины  $2M\Lambda$ , расстояние между центрами которых равно  $2N\Lambda$  ( $M$  и  $N$  — целые числа). Поместим начало отсчета в центр одного из ондуляторов и направим ось  $z$  вдоль оси системы. Воспользовавшись обозначением « $\gtrsim$ », где значок « $\gtrsim$ » означает область  $r > a$  вне ондулятора, « $\lesssim$ » — область  $r < a$ , представим скалярный магнитный потенциал в виде

$$\Phi^{\gtrsim} = \sum_{nm} \{e_{nm}^{\gtrsim} \cos(m\varphi - nhz) + f_{nm}^{\gtrsim} \cos(m\varphi + nhz)\} R_m^{\gtrsim}(nhr),$$

$$\mathbf{B}^{\gtrsim} = -\text{grad } \Phi^{\gtrsim}, \quad (4)$$

где  $r, \varphi, z$  — цилиндрические координаты;  $h = k/2N = \pi/N\Lambda$ ;  $e_{nm}^{\gtrsim}$  и  $f_{nm}^{\gtrsim}$  — коэффициенты Фурье—Бесселя;  $R_m^{\lesssim}(z) = I_m(z)$  — модифицированные функции Бесселя;  $R_m^{\gtrsim}(z) = K_m(z)$  — функции Макдональда;  $m, n = 1, 2, \dots$ . Накладываем условие непрерывности нормальной к поверхности  $r = a$  компоненты магнитного поля, находим

$$e_{nm}^{\gtrsim} = e_{nm}^{\lesssim} \frac{I'_m(nha)}{K'_m(nha)}, \quad f_{nm}^{\gtrsim} = f_{nm}^{\lesssim} \frac{I'_m(nha)}{K'_m(nha)}. \quad (5)$$

Соответствующее потенциалу (4) магнитное поле на оси системы ( $r = 0$ ) в комплексных обозначениях (1) имеет вид

$$B = - \sum_n \frac{nh}{2} \{e_{n1} e^{inhz} + f_{n1} e^{-inhz}\}. \quad (6)$$

Здесь мы опускаем значок « $\lesssim$ » у коэффициентов  $e_{nm}^{\lesssim}$  и  $f_{nm}^{\lesssim}$ , поскольку далее нас будет интересовать только область  $r < a$ . Для того чтобы распределение (6) приближало поле  $B(z) = B_0 f(z) e^{ikz}$ , где  $f(z)$  — кусочно-аналитическая функция, линейно нарастающая на длине  $p\Lambda$  ( $p$  — целое) у концов ондуляторов, необходимо положить

$$e_{n1} = \frac{2B_0}{\pi^2 n p k} \frac{\sin\left(\pi p \left(1 - \frac{n}{2N}\right)\right)}{\left(1 - \frac{n}{2N}\right)^2} \sin\left(\frac{\pi n M}{N} + \pi p \left(1 - \frac{n}{2N}\right)\right),$$

$$f_{n1} = -\frac{2B_0}{\pi^2 n p k} \frac{\sin\left(\pi p \left(1 + \frac{n}{2N}\right)\right)}{\left(1 + \frac{n}{2N}\right)^2} \sin\left(\frac{\pi n M}{N} - \pi p \left(1 + \frac{n}{2N}\right)\right). \quad (7)$$

Предельный индекс суммирования в (6) выбираем, исходя из требований на точность приближения поля к линейному. В свою очередь точность приближения определяется допусками на амплитуды бетатронных колебаний. Запишем предельный индекс в виде  $n_{\max} = (2 + \varepsilon)N$ , где  $\varepsilon$  — малая величина. Ее можно оценить, воспользовавшись выражениями (2). Электрон, влетающий в ондулятор вдоль его оси, после прохождения входного участка (6), (7) далее движется по винтовой траектории, ось которой составляет с осью ондулятора угол

$$\alpha \simeq \frac{1}{2B_0 \beta_x \rho} \left( - \sum_{n=1}^{n_{\max}} (e_{n1} e^{inhz} + f_{n1} e^{-inhz}) - \frac{B_0 e^{ikz}}{k} \right),$$

$$-M\Lambda + p\Lambda < z < M\Lambda - p\Lambda. \quad (8)$$

Это приводит к возбуждению бетатронных колебаний с длиной волны  $L_\beta \simeq \simeq 2\pi \sqrt{2} \beta_x \rho$  [1] и амплитудой  $A_\beta \simeq \alpha L_\beta / 2\pi$ . Если величину  $A_\beta$  ограничить, например, радиусом пучка  $r_n$ , то условие на  $\varepsilon$  получим в виде

$$\left| \frac{k}{B_0} \sum_{n=1}^{n_{\max}} (e_{n1} e^{inhz} + f_{n1} e^{-inhz}) - e^{ikz} \right| < \sqrt{2} k r_n. \quad (9)$$

Как и прежде, координата  $z$  выбирается в области, где амплитуда магнитного поля постоянна. В оценке (9) отсутствует зависимость  $\varepsilon$  от энергии электронов, поскольку она получена для случая, когда бетатронные колебания на длине ондулятора успевают проявиться, и поэтому максимальное смещение электрона от оси ондулятора  $A_\beta$  перестает зависеть от  $\gamma$  в силу того, что длина бетатронных колебаний  $L_\beta \sim \gamma$ , а угол отклонения оси траектории  $\alpha \sim 1/\gamma$ .

### Распределение тока на цилиндрической поверхности ондулятора

Распределение поверхностного тока, формирующего поле, заданное в виде частотной суммы ряда (6) с коэффициентами (7), вообще говоря, не однозначно. Связано это с тем, что высшие гармоники по  $\varphi$  в выражении (6) отсутствуют, в то время как на некотором расстоянии от оси ( $r \neq 0$ ) они могут быть отличными от нуля и их амплитуды зависят от конкретного распределения тока. Ниже мы выпишем выражения для поверхностной плотности тока, не накладывая ограничения  $m=1$ , и введем амплитуды высших гармоник так, чтобы это распределение описывало токи, локализованные в тонких проводниках на поверхности ондулятора  $r=a$ .

Компоненты плотности тока на цилиндрической поверхности находим из граничных условий для потенциала (4)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\Phi^> - \Phi^<) |_{r=a} = - \frac{4\pi}{c} j_\varphi,$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (\Phi^> - \Phi^<) |_{r=a} = \frac{4\pi}{c} j_z.$$

Откуда

$$j_z = \frac{c}{4\pi} \sum_{nm} \frac{m}{nha^2 K'_m(nha)} [e_{nm} \sin(m\varphi - nhz) + f_{nm} \sin(m\varphi + nhz)],$$

$$j_\varphi = \frac{c}{4\pi} \sum_{nm} \frac{1}{a K'_m(nha)} [e_{nm} \sin(m\varphi - nhz) - f_{nm} \sin(m\varphi + nhz)]. \quad (10)$$

Если длина ондулятора гораздо больше периода магнитного поля ( $M \gg 1$ ), то вдали от его концов амплитуды высших гармоник поля ( $m > 1$ ) практически такие же, как и в бесконечном ондуляторе

$$\frac{B_m}{B_1} = m \sin\left(\frac{\pi m}{2}\right) \frac{K'_m(mka)}{K'_1(ka)}. \quad (11)$$

Распространим теперь интегральную оценку (2) на случай электронов, влетающих в ондулятор параллельно его оси на некотором расстоянии от нее. Легко показать, что превышение амплитуды бетатронных колебаний над начальным радиальным отклонением минимально в случае, когда высшие гармоники поля спадают к концу ондулятора по тому же линейному закону, что и первая гармоника. Удовлетворить этому требованию можно, взяв коэффициенты разложения высших гармоник следующими:

$$e_{nm} = \frac{2B_m}{\pi^2 n p k} \frac{\sin\left(\pi p \left(m - \frac{n}{2N}\right)\right)}{\left(m - \frac{n}{2N}\right)^2} \sin\left(\frac{\pi n M}{N} + \pi p \left(m - \frac{n}{2N}\right)\right),$$

$$f_{nm} = - \frac{2B_m}{\pi^2 n p k} \frac{\sin\left(\pi p \left(m + \frac{n}{2N}\right)\right)}{\left(m + \frac{n}{2N}\right)^2} \sin\left(\frac{\pi n M}{N} - \pi p \left(m + \frac{n}{2N}\right)\right). \quad (12)$$

Следует иметь в виду, что последовательность частичных сумм ряда (6) в пределе  $n_{\max} \rightarrow \infty$  дает неаналитическую функцию, и поэтому коэффициенты (12)

убывают степенным образом. В то же время для создания мелкомасштабной осцилляции поля на оси необходимы экспоненциально большие осцилляции тока на поверхности ондулятора (пропорционально  $\exp(a/x)$ , где  $x$  — масштаб осцилляции, см. [1]). Соответственно коэффициенты ряда (10) при  $n > 2Nm$  сначала спадают как  $1/(n-2Nm)^2$ , а затем начинают экспоненциально нарастать, так что устойчивость решения (10) относительно учета следующих по  $n$  членов будет сохраняться до номеров  $2Nm+4N/ka$ , когда обе эти тенденции сравниваются. Относительный вклад последующих гармоник тока в формирование магнитного поля на однородном участке ондулятора невелик. Влияние этих гармоник заметно лишь на краях входного участка, где изменяется скорость нарастания поперечной компоненты поля. Чем большее число гармоник учитывается, тем более резкими становятся границы входного участка и тем точнее поле приближается к линейно нарастающему на заданной длине. Выше мы уже говорили о том, что необходимая точность приближения поля к линейному определяется допусками на амплитуды бетатронных колебаний, и определили максимальный индекс суммирования  $n_{\max} = (2+\varepsilon)N$ . Если теперь для заданных параметров ондулятора будет выполнено  $\varepsilon \leq 4/ka$ , то отбрасывание быстро осциллирующих членов с большой амплитудой в распределении тока не приводит к нарушению точности приближения магнитного поля. Далее, поскольку основной вклад в распределение магнитного поля на однородном участке ондулятора вносят гармоники  $n=2Nm$  и коэффициенты Фурье (12) с большими номерами убывают степенным образом, то распределение поверхностного тока (10) — (12) с учетом гармоник до  $n=2Nm+4N/ka$  будет формировать магнитное поле внутри ондулятора вдали от его концов так же эффективно, как и поле на входном участке, т. е. максимально большой ток в этом распределении практически такой же, как и для бесконечного ондулятора, намотанного тонким проводом.

### Результаты численного расчета

В наших экспериментах применяется спиральный ондулятор с радиусом намотки спиралью  $a=2.5$  см и шагом  $\Lambda=4.8$  см. Соответственно входной участок рассчитан и изготовлен практически только для этого случая.

Прежде всего определим предельный индекс суммирования рядов (4), (10). Для этого потребуем, чтобы амплитуды бетатронных колебаний в магнитном поле, описанном частичной суммой ряда (4), не превышали минимальных более чем на 5 % при  $r_{\text{в}}=0.1$  см (амплитуды бетатронных колебаний асимптотически приближаются к минимальным, когда в (4)  $n \rightarrow \infty$ ). Тогда путем численного подбора по формуле (9) находим  $\varepsilon=0.1$ , что с запасом удовлетворяет неравенству  $\varepsilon < 4/ka$ . Поэтому  $n_{\max}$  может быть принят равным  $2Nm+4N/ka$  и соответственно суммирование рядов (4), (10) везде ниже проводится до членов с номерами  $n=(2m+1)N$ .

Распределение поверхностной плотности тока вдоль образующей цилиндра  $r=a$ , заданное суммами (10) с коэффициентами (12), было просчитано для случаев, когда входной участок ондулятора занимал один, два и три периода поля (на рис. 2 приведен случай  $p=3$ ). Распределение представляет собой набор положительных и отрицательных пиков, которые, очевидно, следует интерпретировать как токи противоположных направлений, протекающие по виткам бифилярной спирали. Вдали от концов ондулятора они имеют одинаковую амплитуду и строго периодичны по  $z$ . При этом существуют также и мелкие осцилляции тока между пиками, частота которых растет с увеличением числа учитываемых гармоник (по  $\varphi$ ). Вблизи конца ондулятора периодичность пиков нарушается, изменяется их амплитуда, между основными пиками появляется ряд сопровождающих их сателлитов (сателлиты явно отличаются от мелких осцилляций, поскольку имеют постоянный знак на каждом полупериоде, хотя амплитуды тех и других одного порядка). Расчет показывает, что если для случая  $p=3$  ток еще можно считать сосредоточенным в линейных проводниках, то в случаях  $p=1$  и 2 распределение тока у концов ондулятора сильно размывается, а максимальная амплитуда пиков в концевой области становится больше амплитуд в центральной его области. Поэтому приблизить расчетное распре-

деление тока, только лишь разветвляя ток основной спирали, должным образом расположив проводники на поверхности ондулятора, оказывается возможным при длине входного участка, равной трем периодам поля или большей.

Результаты расчета продольной компоненты поверхностной плотности тока и соответствующего распределения поперечного магнитного поля вдоль оси ондулятора для случая, когда входной участок занимает три периода поля, приведены на рис. 2, а, б. Видно, что амплитуда пиков плотности тока к концу ондулятора уменьшается, причем это уменьшение происходит вследствие ча-

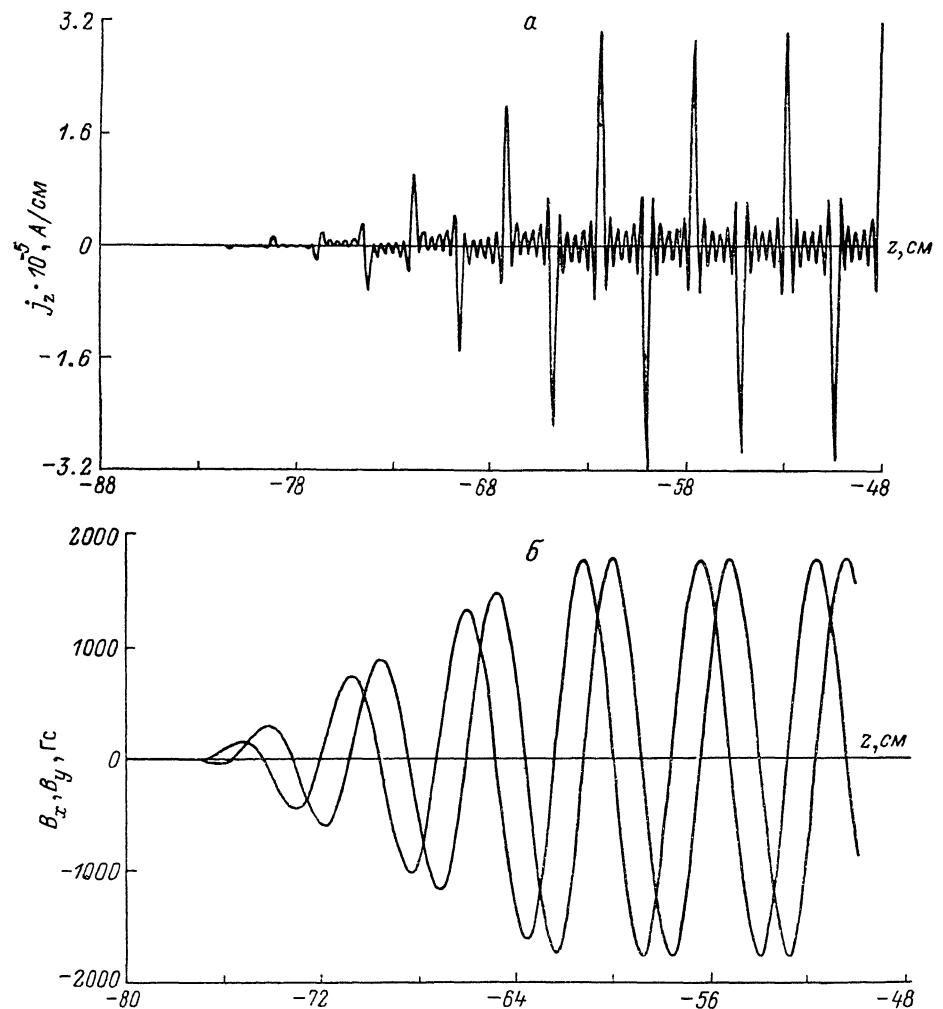


Рис. 2. Распределение продольной компоненты поверхностного тока (а) вдоль образующей цилиндра  $r=a$  и  $x$ -,  $y$ -компонент магнитного поля (б) вдоль оси ондулятора в случае, когда длина входного участка равна трем периодам поля.

стичного ответвления тока из одной спирали в другую. Об этом, в частности, свидетельствует появление спутников в компонентах плотности тока (как в продольной, так и аксиальной). Существенно, что знаки спутников совпадают со знаком предшествующего (вдоль  $z$ ) основного пика, и это дает основание утверждать, что ответвление тока должно осуществляться по делителям, представляющим собой участки спиралей той же симметрии, что и бифиляр, но с шагом, меньшим  $\Lambda$  (в предельном случае ток можно ответвлять и по кольцевым делителям). Шаг делителей такого вида определяется отношением амплитуд спутников в продольной и азимутальной компонентах тока. Численный расчет показывает, что для указанных параметров ондулятора шаг ответвляющих токи спиралей должен быть  $0.8\Lambda$ . На входном участке, длина которого равна

грем периодам поля, такие делители неприемлемы, поскольку занимают вдоль  $z$  два с половиной периода. Однако картина распределения тока качественно останется неизменной, если использовать делители с меньшим шагом, чем рассчитанный из соотношения амплитуд сателлитов, но более удобные практически. Разумным, например, является шаг  $0.6\Delta$ . При этом на длине входного участка ( $3\Delta$ ) равномерно можно расположить восемь делителей. Результаты числен-

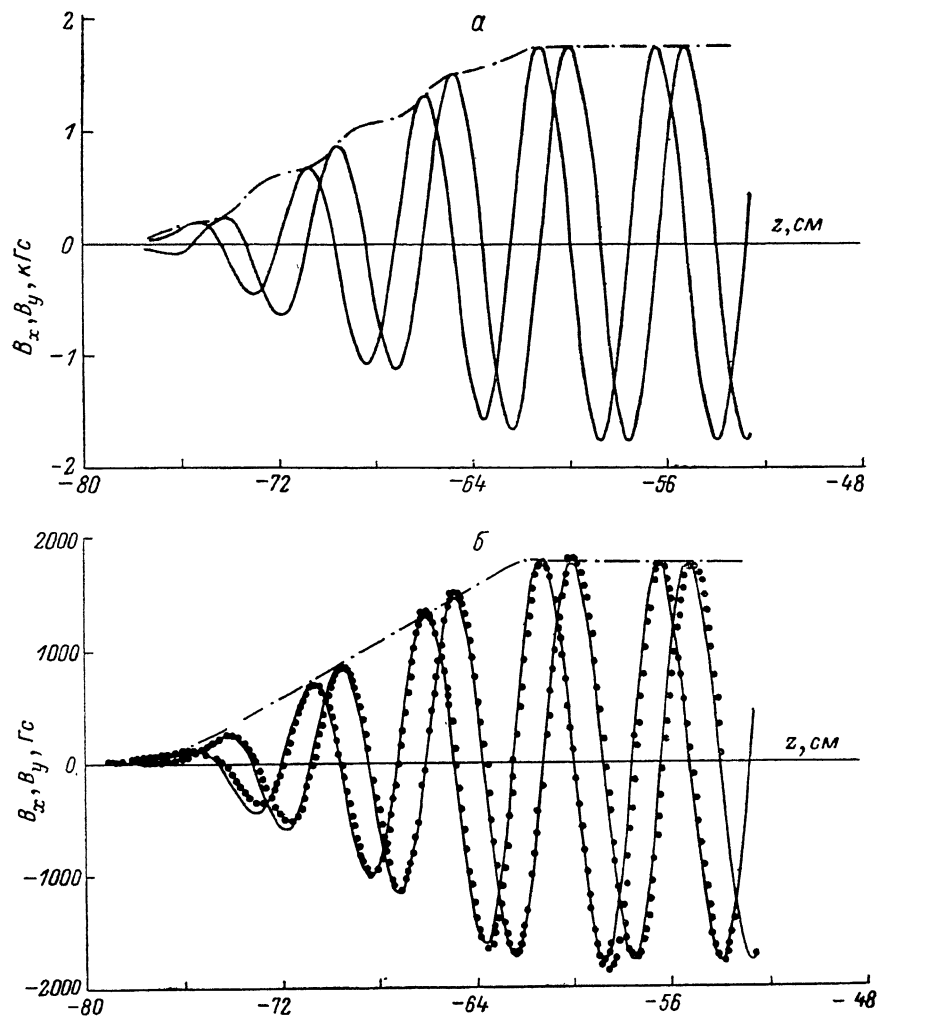


Рис. 3. Распределение  $x$ -,  $y$ -компонент магнитного поля вдоль оси ондулятора (сплошные кривые) (расчет по закону Био-Савара).

$a$  — в ондуляторе со спиральными делителями тока, образующими бифилярную спираль с шагом  $0.6\Delta$  на длине  $3\Delta$  (причем той же симметрии, что и основной бифиляр);  $b$  — в ондуляторе с кольцевыми делителями, установленными через  $\Delta/8$  друг от друга, при одновременном равномерном уменьшении периода бифиляра на  $10\%$  к концу ондулятора. Штрихпунктир — амплитуда поперечного поля  $B_{\perp} = (B_x^2 + B_y^2)^{1/2}$ , пунктир — результаты измерений поля в ондуляторе, изготовленном практически.

ного расчета распределения магнитного поля на оси такого ондулятора представлены на рис. 3,  $a$ . Поперечная компонента поля в этом распределении нарастает по закону, близкому к линейному, с небольшими осцилляциями, относительная амплитуда которых  $\Delta B/B_0 \simeq 0.03$ . Периодичность нулей  $x$ ,  $y$ -проекции поля сохраняется на всей длине входного участка.

Однако в такой трактовке результатов расчета распределения плотности тока остался неучтенным еще ряд обстоятельств. Заметим прежде всего, что сателлиты можно учесть интегрально, сместив витки спиралей вдоль цилиндрической поверхности к середине ондулятора, т. е. в сторону сопровождающих пиков сателлитов. Величину такого смещения можно получить непосредственно



из расчета распределения тока при  $m=1$ . Если спирали, образующие бифиляр, располагать в местах локальных экстремумов в этом распределении, то относительное уменьшение периода спиралей к концу ондулятора для рассматриваемого случая оказывается равным 10 %. В пользу уменьшения периода к концу ондулятора говорит также и отношение максимумов основных пиков продольной компоненты тока к азимутальной  $j_z/j_\varphi$  при  $m > 1$ . Это отношение на последнем периоде непосредственно вблизи конца ондулятора уменьшается на 12 % от значения  $1/ka$  на однородном участке, в то время как период следования пиков уменьшается всего на 4 %. Объясняется это тем, что амплитуды са-

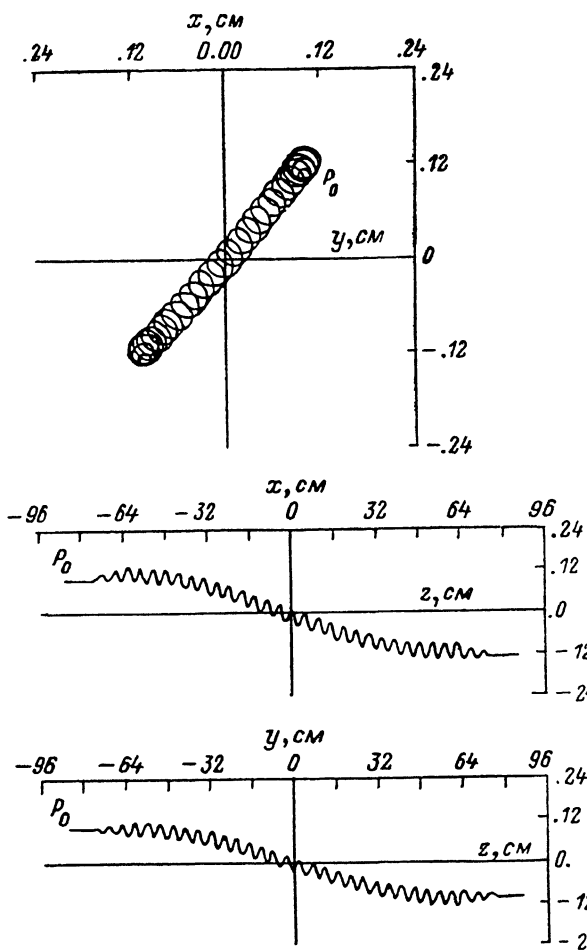


Рис. 4. Проекция траектории электрона, пролетающего через магнитное поле, заданное аналитически в виде частичной суммы ряда (4), (12).

теллитов здесь сравниваются с амплитудой тока в основной спирали и начинают заметно влиять на отношение  $z$ -,  $\varphi$ -компонент тока при практически неизменном периоде их следования. Так что, уменьшив период спиралей бифиляра к концу ондулятора, мы тем самым учтем два обстоятельства: уменьшение отношения  $j_z/j_\varphi$  и появление спутников, сдвигающих «центр тяжести» распределения тока на каждом полупериоде к середине ондулятора. Далее заметим, что некоторое преобладание азимутального тока в спутниках над продольным определяет и вид делителей тока. Если спутники в продольной компоненте при 10%-ном уменьшении шага к концу ондулятора учитываются полностью, то в азимутальной компоненте они будут учтены лишь частично, и поэтому ответвление тока должно происходить по кольцевым делителям, переносящим только азимутальный ток (ранее из других соображений они были предложены в работе [6] для ондулятора с неизменным шагом катушки).

На рис. 1 показан концевой участок ондулятора, в котором период намотки спиралей уменьшается линейно на 10 %. Спадание тока в спиральных делителях достигается при помощи кольцевых делителей, установленных через  $\Lambda/6$  друг от друга. Для того чтобы поперечное магнитное поле на концевом участке спадало линейно, необходимо так подобрать распределение тока по делителям, чтобы в спиральных он спадал примерно по закону (см., например, [9])

$$I(z) = I_0 \frac{M\Lambda + z}{p\Lambda} \cdot \frac{k^2 K_1'(ka)}{k^2(z) K_1'(k(z)a)}; \quad -M\Lambda < z < -(M-p)\Lambda, \quad (13)$$

где  $k(z) = 2\pi/\Lambda(z)$ .

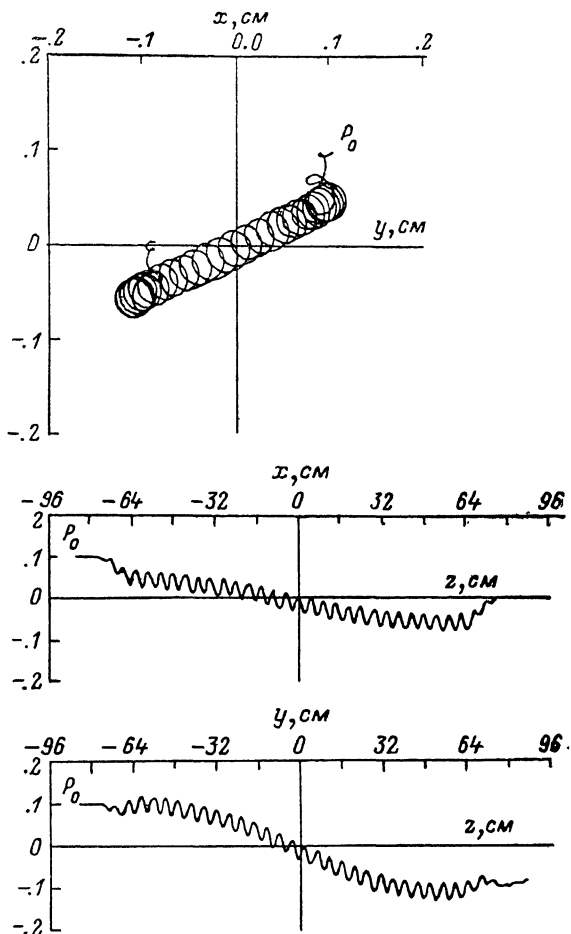


Рис. 5. Расчетная траектория электрона в поле ондулятора со спиральными делителями тока, ответвляющимися из одной спирали бифиляра в другую равные токи.

Питание к такому ондулятору можно подвести в разрыв одной из спиралей бифиляра вблизи его середины. Расчетное распределение магнитного поля вдоль оси ондулятора с таким входом приведено на рис. 3, б.

Реально ондулятор намотан на текстолитовом каркасе диаметром 50 мм. На его поверхности прорезана двухзаходная винтовая канавка под провод диаметром 2 мм, шаг которой равномерно уменьшается к концу на 10 % на длине  $3\Lambda$ . Кольцевые делители тока также уложены в соответствующие углубления и припаяны к основным спиральям. Диаметры медных проводников, образующих делители, подобраны так, чтобы спадание тока в спиральных соответствовало зависимости (13). Поскольку диаметры проводников подбираются с некоторым допуском, то возникает отклонение сопротивлений делителей от расчетных. Кроме того, контакт между проводниками конечного размера не является точечным. На краях ондулятора, где диаметр перемычек между спиральями ста-

новится равным диаметру провода самой спирали, размер области контакта становится значительным. Обе эти причины приводят к некоторому отклонению измеренного распределения магнитного поля (с точностью не хуже 2 %) на оси ондулятора непосредственно вблизи его конца от расчетного (рис. 3, б).

Численно рассчитаны траектории электронов ( $\gamma=30$ ), влетающих в ондулятор параллельно его оси. Как и следовало ожидать, для распределения поля, определенного потенциалом (4) с коэффициентами (12), амплитуды бетатронных колебаний превышают начальное радиальное отклонение электронов  $r_{\text{н}}$  (точка  $P_0$  на рис. 4) не более чем на радиус круговой орбиты (вплоть до  $kr_{\text{н}} \approx 2$ ). При этом

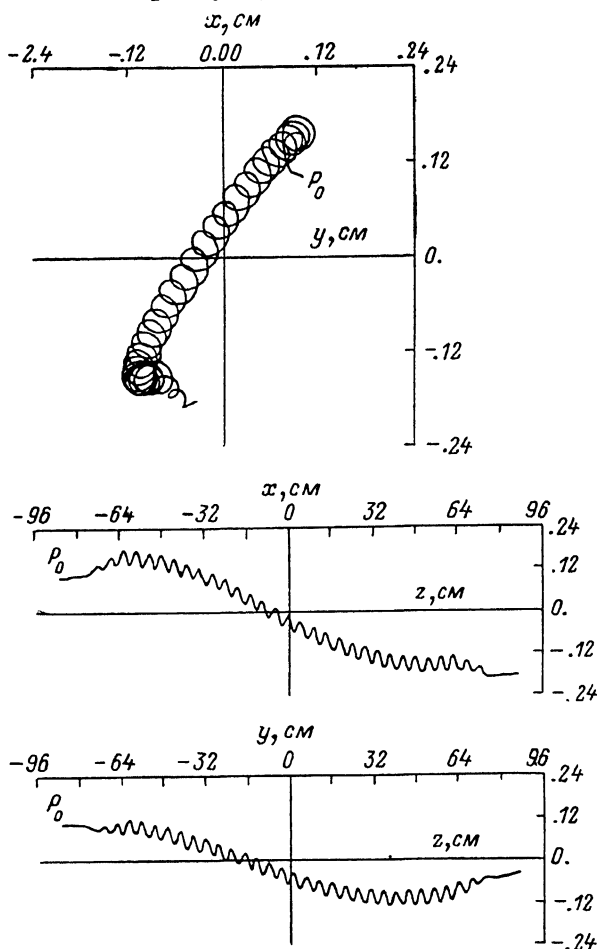


Рис. 6. Расчетная траектория электрона в поле ондулятора с кольцевыми делителями, подобранными так, что спадание тока в спиралях бифиляра происходит примерно по закону (13).

на входном участке продольное движение электронов переходит в движение по раскручивающейся винтовой траектории, направление оси которой совпадает с направлением влета частиц в ондулятор.

В поле ондулятора, входной участок которого формируется при помощи спиральных делителей тока (см. рис. 3, а), происходит заметное боковое смещение траектории электрона (рис. 5), но по амплитуде бетатронных колебаний она практически не отличается от траектории в поле (4), (12). При других координатах влета это смещение приводит к увеличению амплитуды бетатронных колебаний (при  $kr_{\text{н}} \approx 0.2$ ) на 15 % по сравнению с амплитудой в поле (4), (12). На рис. 6 приведена траектория электрона в поле ондулятора с кольцевыми делителями (рис. 3, б). Амплитуда бетатронных колебаний в таком ондуляторе на 12 % превышает минимальную, определяемую рядом (4). Таким образом, оба входа дают практически одинаковые результаты, т. е. их следует признать рав-

ноценными. Кроме того, полученное превышение амплитуд бетатронных колебаний практически можно считать приемлемым. Для сравнения скажем, что в случае, когда кольцевые делители установлены на длине  $3\Lambda$  и на расстоянии  $\Lambda/6$  друг от друга, но шаг спиралей бифиляра сохраняется всюду, спиральная симметрия поперечной компоненты магнитного поля нарушается и амплитуда бетатронных колебаний превышает амплитуду в поле (4), (12) на 38 %. При конкретном выборе того или другого входа следует иметь в виду, что входной участок с применением спиральных делителей более прост в изготовлении, поскольку все проводники на его поверхности представляют собой двухзаходные спирали с неизменным шагом, одна из которых основная (с шагом  $\Lambda$ ), а другую (с шагом  $0.6\Lambda$  на длине  $3\Lambda$  вблизи каждого из концов ондулятора) образуют делители тока. Однако для импульсного ондулятора подбирать сопротивления кольцевых делителей с учетом их индуктивностей проще, к тому же на кольцевые делители действуют меньшие магнитные силы.

### Заключение

Мы рассмотрели случай, когда спиральная симметрия поля на оси ондулятора сохраняется на всей его длине. При этом расчетное распределение тока удается приблизить (перераспределяя вблизи конца ток основной спирали) только тогда, когда длина входного участка больше или равна некоторой минимальной и лишь при допустимых соотношениях радиуса и шага намотки спиралей. Предложенные способы расположения проводников на поверхности ондулятора позволяют с хорошей точностью восстановить требуемое распределение поля, и результаты магнитных измерений хорошо подтверждают это.

Если далее длину ондулятора подобрать так, чтобы она оказалась кратной половине длины волны бетатронных колебаний, то на выходе из ондулятора распределение электронов пучка в фазовом пространстве для симметричного ондулятора будет практически таким же, как и на входе. Такой токовый спиральный ондулятор с успехом может быть применен в ондуляторных клистропах и накопительных кольцах, где вносимые им возмущения электронного пучка должны быть малы.

В заключение автор выражает благодарность С. П. Капице и Г. Д. Богомолу за постановку задачи и внимание к работе, а также Л. А. Вайнштейну, А. Б. Маненкову, А. В. Доронину за полезные советы и обсуждение работы.

### Литература

- [1] *Blewett J., Chasman R.* // J. Appl. Phys. 1977. Vol. 48. N 7. P. 2692—2698.
- [2] *Бессонов Е. Г.* // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 12. С. 2361—2370.
- [3] *Bizzarri U., Ciocci F., Dattoli G.* et al. ENEA Report. RT/T1B/85/49.
- [4] *Jackson R. H., Gold S. H., Parker R. K.* et al. // IEEE J. Quant. Electron. 1983. Vol. QE-19. N 3. P. 346—356.
- [5] *Grossman A. A., Marshall T. C.* // IEEE J. Quant. Electron. 1983. Vol. QE-19. N 3. P. 334—339.
- [6] *Fajans J.* // J. Appl. Phys. 1984. Vol. 55. N 1. P. 43—50.
- [7] *Pasour J. A., Lucey R. F., Kapetanakis C. A.* // Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 53. N 18. P. 1728—1731.
- [8] *Warren R. W., Newnam B. E., Winston J. G.* et al. // IEEE J. Quant. Electron. 1983. Vol. QE-19. N 3. P. 391—401.
- [9] *Kincaid B.* // J. Appl. Phys. 1977. Vol. 48. P. 2684—2691.

Институт физических проблем  
им. С. И. Вавилова АН СССР  
Москва

Поступило в Редакцию  
9 февраля 1988 г.