01; 04; 06; 09; 10; 11; 12

КОНЦЕНТРАЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В СВЧ ПЛАЗМОТРОНЕ С ВНЕШНИМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Ю. В. Гуляев, И. Д. Черкасов, Р. К. Яфаров

Исходя из дифференциального уравнения диффузии электронов во внешнем магнитном поле, определены концентрация и специфика пространственного распределения электронов в диэлектрическом цилиндре-реакторе установки СВЧ вакуумно-плазменного травления. Исследованы стационарные режимы горения плазмы, его устойчивости. На основании формулы для концентрации электронов приведены решения некоторых практических задач в обеспечении оптимизации технологического процесса СВЧ вакуумно-плазменного травления микроструктур.

Представлено физическое описание процессов, имеющих актуальное техническое применение в разработке и создании современного оборудования микроэлектроники.

Введение

Прогресс микроэлектроники связан с получением предельно высокого быстродействия аппаратуры, уменьшением размеров отдельных элементов электронных функциональных схем и соответственно с увеличением плотности их упаковки [1]. Основным технологическим процессом, определяющим этот прогресс, является литография. Перспективным методом в литографическом процессе создания устройств функциональной электроники с субмикронными размерами элементов является СВЧ вакуумно-плазменное травление (ВПТ) с электронно-циклотронным резонансом [2]. Достоинствами метода являются чистота и мягкость режимов обработки полупроводниковых структур при высокой анизотропности и селективности травления. Это обеспечивается созданием и стабильным поддержанием СВЧ газового разряда при давлениях химически активных газов на 2—3 порядка меньше, чем в существующих промышленных установках с ВЧ возбуждением разряда. При СВЧ ВПТ во внешнем магнитном поле при давлении $1-5\cdot10^{-2}$ Па плазма является разреженной и низкотемпературной, а в силу ее неизотермичности основной энергетической компонентой являются электроны, которые определяют состав и концентрацию химически активных частиц, ответственных за травление материалов. В настоящей работе определена концентрация и специфика пространственного распределения электронов в диэлектрическом цилиндре-реакторе установки СВЧ ВПТ при учете влияния на процессы переноса диффузии и дрейфа электронов во внешнем магнитном поле и решены некоторые практические задачи на основе полученной формулы для концентрации электронов (см. рисунок).

Уравнение диффузии электронов в цилиндрическом реакторе с продольным внешним магнитным полем

Пусть $\mathbf{r}=(x,\ y,\ z)'$ есть радиус-вектор точки диэлектрического цилиндра Ω, где $\rho=(x^2+y^2)^{1/2}$, тогда

$$\Omega=\{r:\rho\leqslant R,\ 0\leqslant z\leqslant h\}. \tag{1}$$

Здесь ρ есть расстояние точки r до оси цилиндра $x=y=0$.

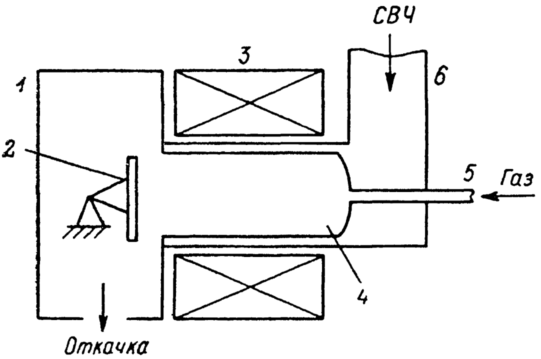
В начале координат $x=y=z=0$ расположим источник нейтральных частиц рабочего газа (водород, азот, хладон или их смесь в соответствующей пропорции). Через t, τ, s будем обозначать моменты времени, причем $t, \tau, s \in R_+ = [0, \infty)$, $\mathbf{v}=(v_x, v_y, v_z)'$ есть вектор скорости рассматриваемой частицы, штрих означает операцию транспонирования вектора (или матрицы), $\mathbf{E}=(E_1, E_2, E_3)'$, $\mathbf{H}=(H_1, H_1, H_3)'$ — векторы напряженностей электрического и магнитного полей соответственно в точке r в момент времени t, $\mathbf{E}_j=E_j(t, r)$, $\mathbf{H}_j=H_j(t, r)$ $(j=1, 2, 3)$. Индексы 1, 2, 3 иногда будем ставить вместо индексов x, y, z соответственно, например $v_x=v_1$, $E_2=E_y$ и т. д.

Если p — круговая частота СВЧ поля (в экспериментах $p \approx 2.375$ ГГц), то компоненты векторов E, H, соответствующие изображенной на рисунке схеме установки, имеют вид

$$E_k = E_{k0} R_e \exp[i(\alpha_k + pt)],$$
$$H_k = H_{k0} R_e \exp[i(\alpha_k^M + pt)] + \delta_k^3 H_0(z), \tag{2}$$

где $k=1, 2, 3$; $\delta_k^l=0$ при $k \neq l$ и $\delta_k^l=1$ при $k=l$. При этом H_0 есть z-компонента магнитного поля, направленного по оси цилиндра Ω.

Плазма образуется под влиянием постоянного магнитного и СВЧ полей в результате возникновения безэлектродного тлеющего разряда. Давление рабочего газа в плазмотроне поддерживается в пределах 0.01—10 Па. Обозначим через $\mathbf{v}_2=v_2(t, p, z)$ скорость потока молекул рабочего газа в Ω (которая может быть найдена экспериментально по расходу газа и по измерениям давления в плазмотроне). Пусть m, $\mathbf{v}=(v_1, v_2, v_3)'$ — масса и скорость электрона соответственно. Если $n_0=n_0(t)$ — полное число электронов в Ω в момент времени $t \in R_+$, $f(t, r, \varepsilon)$ — нормированная функция распределения электронов по энергиям, а $f^*(t, \varepsilon)$ — ее среднее значение по Ω, то можем написать [3]



Экспериментальпая установка СВЧ ВПТ.

1 — вакуумная камера, 2 — подложкодержатель, 3 — электромагнит, 4 — реактор, 5 — ввод газа, 6 — волноводная система.

$$f_e(t, r, \varepsilon) = n(t, r) f(t, r, \varepsilon), \quad \int^{\infty} \varepsilon^{1/2} f(t, r, \varepsilon)\, d\varepsilon = 1, \tag{3}$$

$$n(t, r) = \int_0^{\infty} \varepsilon^{1/2} f_e(t, r, \varepsilon)\, d\varepsilon, \quad n_0(t) = \int_{\Omega} n(t, r)\, dr,$$

$$f^*(t, \varepsilon) = \frac{1}{n_0(t)} \int_{\Omega} f_e(t, r, \varepsilon)\, dr. \tag{4}$$

Обозначим через ν эффективную частоту столкновений электронов с молекулами газа, через $q(v)$ — сечение столкновения с передачей импульса, а через W — скорость дрейфа электронов в плазмотроне, $W=(W^1, W^2, W^3)'$. Пусть D, D_l — коэффициенты поперечной и продольной диффузии электронов, а ν_i, ν_v — усредненные по скоростям частоты столкновений, содействующих ионизации и рекомбинации электронов. Для нахождения концентрации $n(t, r)$ в данной работе применяется уравнение Фоккера—Планка с определенными граничными и начальными условиями.

Если считать диэлектрическую подложку находящейся под плавающим потенциалом, а металлическую подложку — под плавающим потенциалом или заземленной, то уравнение Фоккера—Планка с начальными и краевыми условиями принимает следующий вид:

$$\partial_0 n + W'\nabla n = D\Delta_\perp n + D_l \partial_{zz} n + (\nu_i - \nu_a)\, n, \tag{5}$$

$$n(0, x, y, z) = \tilde{n}(x, y, z)\; n(t, x, y, 0) = 0,$$

$$n\left(t, x, \sqrt{R^2 - x^2}, z\right) = 0,\; n(t, x, y, h) = n^*(t, \rho),$$

$$t \in R_+,\; (x, y, z) \in \Omega,\; n^*(t, R) = 0. \tag{6}$$

Построение коэффициентов уравнения диффузии и условие потенциальности поля скоростей дрейфа

Обозначим через $f_0(t, r, \varepsilon)$ изотропную часть нормированной функции распределения электронов по энергиям и будем считать, что коэффициенты диффузии определяются в основном столкновениями и постоянным магнитным полем. Тогда с применением результатов [3] можно будет написать

$$D = \frac{2}{3m} \int\limits_0^\infty \frac{\nu \varepsilon^{3/2}}{\nu^2 + |\omega|^2} f^*(t, \varepsilon)\, d\varepsilon,$$

$$D_l = \frac{2}{3m} \int\limits_0^\infty \frac{1}{\nu} \varepsilon^{3/2} f^*(t, \varepsilon)\, d\varepsilon, \tag{7}$$

где введено обозначение $\omega = -(e/m)\, H_0$, а f^* — усреднение f_0 по цилиндру Ω.

Для дальнейшего введем обозначения

$$\beta_k = \operatorname{arctg} \left\{ \left[\int\limits_0^\infty \frac{\nu \varepsilon^{3/2}}{\nu^2 + (p - k|\omega|)^2} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d\varepsilon \right]^{-1} (p - k|\omega|) \int\limits_0^\infty \frac{\varepsilon^{3/2}}{\nu^2 + (p - k|\omega|)^2} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d\varepsilon \right\},$$

$$|I_k| = \frac{2}{3} \left\{ \left[\int\limits_0^\infty \frac{\nu \varepsilon^{3/2}}{\nu^2 + (p - k|\omega|)^2} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d\varepsilon \right]^2 + \right.$$

$$\left. + \left[\int\limits_0^\infty \frac{(p - k|\omega|)\, \varepsilon^{3/2}}{\nu^2 + (p - |\omega| k)^2} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d\varepsilon \right]^2 \right\}^{1/2} \frac{1}{1 + |k|},$$

$$\mu_k = \begin{pmatrix} 1 & k & 0 \\ -k & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - |k| \end{pmatrix}, \quad I_k = |I_k|\, e^{-i\beta k},\; k = -1, 0, 1,$$

$$\mu = \frac{l}{m} \sum_{k=-1}^{1} I_k \mu_k. \tag{8}$$

Матрица μ называется матрицей комплексной подвижности.

Пусть по обозначению $E_k = E_{0k} \cos(pt + \alpha_k)$, $|E_k| = E_{0k} \exp(i\alpha_k)$ — комплексная амплитуда, $|E_k|^*$ — комплексно сопряженная ей величина, тогда $E_k = R_e[|E_k| \exp(ipt)]$, где $k = 1, 2, 3$. Если считать, что $\tilde{E}_k = E_{0k} \exp(-ipt)$ и вектор дрейфа в основном определяется СВЧ полем E и постоянным магнитным полем H_0, то можно написать

$$W = R_e(\mu \tilde{E}). \tag{9}$$

Пусть для определенности

$$E_1 = E_0 \cos(\alpha + pt),\; E_2 = E_0 \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2} + pt\right),$$

$$E_3 = 0,\; H_0(z) = H_0 = \text{const}.$$

При этом из (9) получаем

$$W_x = \frac{2e}{m} E_0 |I_1| \cos(\alpha + pt - \beta_1),$$

$$W_y = \frac{2e}{m} E_0 |I_1| \sin(\alpha + pt - \beta_1),$$

$$W_z = 0. \tag{10}$$

В общем случае из (9) находим ($\alpha_k = \alpha$)

$$W_1 = \frac{e}{m} R_e \{[I_{-1}(E_1 - iE_2) + I_1(E_1 + iE_2)] \exp[i(\alpha + pt)]\},$$

$$W_2 = \frac{e}{m} R_e \{[I_{-1}(E_2 + iE_1) + I_1(E_2 - iE_1)] \exp[i(\alpha + pt)]\},$$

$$W_3 = \frac{e}{m} |I_0| E_{03} \cos(\alpha + pt - \beta_0). \tag{11}$$

В дальнейшем будем рассматривать тот случай, когда существует скалярный потенциал φ векторного поля скоростей дрейфа W, нормированного на диффузию. Точнее говоря, при обозначениях $D_1 = D_2 = D$, $D_3 = D_e$ потенциал φ должен удовлетворять уравнению

$$\nabla\varphi = + 2^{-1}(D_1^{-1}W_1,\ D_2^{-1}W_2,\ D_3^{-1}W_3). \tag{12}$$

Условие потенциальности заключается в выполнении следующих равенств:

$$D_m \partial_m W_k = D_k \partial_k W_m,\ k,\ m = 1,\ 2,\ 3. \tag{13}$$

Потенциал φ не является единственным, поэтому, следуя [4], наложим на него дополнительное условие (калибровку)

$$\partial_0\varphi + (\nu_a - \nu_i) - \sum_{1 \leqslant k \leqslant 3} \{D_k[\partial_k^2\varphi + (\partial_k\varphi)^2] - W_k\partial_k\varphi\},$$
$$\partial_0 = \partial/\partial t,\ \partial_1 = \partial/\partial x \text{ и т. д.} \tag{14}$$

На основании (12) это условие принимает вид

$$\partial_0\varphi = \nu_i - \nu_a + \sum_{k=1}^{3} \{(-2D_k)^{-1}(W_k)^2 + (2D_k)^{-2}(W_k)^2 D_k - 2^{-1}\partial_k W_k\} =$$
$$= \nu_i - \nu_a - \sum_{1 \leqslant k \leqslant 3} \left[\frac{1}{4D_k}(W_k)^2 + \frac{1}{2}\partial_k W_k\right].$$

Учитывая $\partial_m\partial_0\varphi = \partial_0\partial_m\varphi$, теперь можем записать еще одно условие существования потенциала с помощью вектора дрейфа

$$-(2D_m)^{-1}\partial_0 W_m = -\sum_{1 \leqslant k \leqslant 3} \left[\frac{1}{2D_k} W_k \partial_m W_k + \frac{1}{2}\partial_{km} W_k\right],$$

$$\partial_0 W_m = D_m \sum_{k=1}^{3} (\partial_{km} W_k + D_k^{-1} W_k \partial_m W_k),\ m = 1,\ 2,\ 3. \tag{15}$$

Таким образом, если выполнены условия (13), (15), то потенциал скоростей дрейфа находится из равенства

$$\varphi(t,\ r) = \varphi(0,\ 0) + \int_L (\partial_0\varphi)\, ds + (\nabla'\varphi)\, d\tilde{r}, \tag{16}$$

где L есть кусочно-гладкая кривая в $R_+ \times \Omega$, соединяющая точку (0, 0) с точкой $(t,\ r)$; $r = (x,\ y,\ z)'$; $d\tilde{r} = (dx,\ dy,\ dz)'$.

Концентрация электронов при постоянном векторе дрейфа и условие стационарности газового разряда в плазмотроне

Запишем выражение для концентрации $n(t, r)$, считая $n^*=0$, при условии существования потенциала скоростей дрейфа. Для этого через $\mu_0^{(n)}$ обозначим n-й корень функции Бесселя нулевого порядка $J_0(x)$ и положим

$$k_{mn}=[D(R^{-1}\mu_0^{(n)})^2+D_l(h^{-1}m\pi)^2]^{1/2}. \tag{17}$$

Теперь концентрация принимает вид

$$n(t, r)=e^{\varphi(t,r)}\sum_{m,\,n=1}^{\infty}\mathscr{B}_m^{(n)}J_0(\mu_0^{(n)}\rho R^{-1})\sin(h^{-1}m\pi z)\,e^{-k_{mn}^2 t}, \tag{18}$$

причем постоянные $\mathscr{B}_m^{(n)}$ определяются исходя из начального условия $n(0, r)=$ $=n_0(r)$.

Если перейти к эффективному электрическому полю и найти постоянный вектор эффективного дрейфа, считая постоянными коэффициенты диффузии, то можно получить один важный в практическом отношении результат. В лабораторной системе координат уравнение (5) принимает следующий вид:

$$\partial_0 n+(W_1\partial_1+W_2\partial_2+v_\text{г}\partial_3)\,n=[D\Delta_\perp+D_l\partial_z^2+(\nu_i-\nu_a)]\,n. \tag{19}$$

Условия потенциальности вектора дрейфа (13), (15) выполняются, и для построения потенциала φ можно применить формулу (16). Для этого на основании (12), (14) запишем

$$\partial_m\varphi=\frac{1}{2D_m}W_m,\ m=1,\ 2,\ 3,$$

$$\partial_0\varphi=\nu_i-\nu_a-\frac{1}{4}\sum_{k=1}^{3}\frac{1}{D_k}(W_k)^2.$$

Следовательно, потенциал равен

$$\varphi(t,\ r)=\left[(\nu_i-\nu_a)-\frac{1}{4}\sum_{k=1}^{3}D_k^{-1}(W_k)^2\right]t+$$
$$+\sum_{k=1}^{3}(2D_k)^{-1}x_kW_k,\ W_3\equiv v_\text{г}, \tag{20}$$

а концентрация дается выражением (18).

Для рассмотрения вопросов устойчивости, стабилизации и существования стационарного режима горения плазмы рассмотрим параметр $k(m, n)$, который естественно назвать коэффициентом распространения диффузионных волн в плазме газового разряда

$$k(m,\ n)=(\nu_i-\nu_a)-k_{mn}^2-\frac{1}{4}\sum_{1\leqslant k\leqslant 3}(W_k^2/D_k). \tag{21}$$

Введем три множества пар $(m,\ n)$

$$M_\gamma=\left\{(m,\ n)\colon\ k(m,\ n)\begin{bmatrix}<0 \text{ при } \gamma=-,\\ =0 \text{ при } \gamma=0,\\ >0 \text{ при } \gamma=+,\end{bmatrix}\right\}$$

а также три функции $(\gamma=-,\ 0,\ +)$

$$n_\gamma(t,\ r)=e^{\varphi(t,\ r)}\sum_{(m,\ n)\in M_\gamma}\mathscr{B}_m^{(n)}J_0(\mu_0^{(n)}R^{-1}\rho)\sin\left(\frac{m\pi}{h}z\right)e^{-k_{mn}^2t}.$$

С помощью множеств M_γ можно произвести классификацию режимов горения. Пусть $M=\{(m,\ n)\colon\ m,\ n=1,\ 2,\ \ldots\}$ — множество всех пар $(m,\ n)$. Если

$M=M_{-}$, то происходит режим стабилизации газового разряда на его затухание, т. е.

$$n(t, r)=n_{-}(t, r)+n_0(t, r)+n_{+}(t, r)\to 0, \tag{22}$$

когда $t\to\infty$.

Если $M=M_{-}+M_0$, то газовый разряд стабилизируется, выходя на стационарный режим

$$n(t, r)\to n_0(t, r),\ t\to\infty, \tag{23}$$

причем считается, что M_0 не является пустым множеством.

Пусть, наконец, множество M_{+} также не пустое, т. е. $M=M_{-}+M_{-}+M_{+}$. Тогда газовый тлеющий разряд будет находиться в режиме раскачки диффузионных электронных волн

$$\max_{(\rho, z)\in\Omega} h(t, \rho, z)\to\infty,\ t\to\infty. \tag{24}$$

При стационарном режиме (23) концентрация установившегося процесса горения равна

$$n_0(t, r)=\mathscr{B}_1^{(1)}\exp\left[(2D)^{-1}(xW_1+yW_2)+(2D_l)^{-1}zv_{\text{г}}\right]\times$$
$$\times\left(\sin\frac{\pi}{h}z\right)J_0\left(\mu_0^{(1)}R^{-1}\sqrt{x^2+y^2}\right). \tag{25}$$

Утверждение, что M_{+} — пустое множество, $(1, 1)\in M_0$, является условием устойчивости стационарного режима горения плазмы с концентрацией (25).

Применение некоторых из полученных формул и их связь с экспериментом

1. Применим формулу (25) для нахождения точки z_0 на оси плазменного цилиндра, в которой концентрация электронов максимальна. Для этого введем обозначения

$$n_0^{(1)}(x, y)=\mathscr{B}_1^{(1)}\exp\left[(2D)^{-1}(xW_1+yW_2)\right]J_0\left(\mu_0^{(1)}R^{-1}\rho\right),$$
$$n_0^{(2)}(z)=\exp\left[(2D_l)^{-1}zv_{\text{г}}\right]\sin\left(\frac{\pi}{h}z\right).$$

Так как $n_0(t, r)=n_0^{(1)}(x, y)n_0^{(2)}(z)$, то для решения поставленной задачи достаточно исследовать на экстремум функцию $n_0^{(2)}(z)\equiv\Phi(z)$. Если для краткости положить $\alpha=(2D_l)^{-1}v_{\text{г}}$, то получим

$$\Phi'(z)=e^{\alpha z}\left[\alpha\sin(\beta z)+\beta\cos(\beta z)\right],$$
$$\Phi''(z)=e^{\alpha z}\left[(\alpha^2-\beta^2)\sin(\beta z)+2\alpha\beta\cos(\beta z)\right].$$

Ясно, что при $\alpha=0$ точкой максимума будет $z_0=h/2$, поэтому в дальнейшем будем считать, что $\alpha>0$, т. е. $v_2>0$. Таким образом, точка, подозрительная на максимум, находится из уравнения $\Phi'(z)=0$, т. е. при $\beta=\pi/h$

$$\alpha\sin\beta z=-\beta\cos\beta z,\ -(\alpha/\beta)=\operatorname{ctg}(\beta z).$$

В точке z_0, подозрительной на максимум, вторая производная равна

$$\Phi''(z_0)=-(\alpha^2+\beta^2)\Phi(z_0)<0,\ 0<z_0<h.$$

Следовательно, в точке

$$z_0=\frac{h}{\pi}\left(\pi-\operatorname{arctg}\frac{2D_l\pi}{v_2h}\right) \tag{26}$$

концентрация электронов максимальна. Концентрация электронов в поперечном сечении цилиндра Ω с координатой $z=z_0$ равна

$$n(t, x, y, z_0)=n_0^{(1)}(x, y)\,n_0^{(2)}z_0. \tag{27}$$

Из (26) следует, что $z_0=h/2$ при $v_г=0$ и $z_0 \to h$ при $v_г \to \infty$.

2. Рассмотрим задачу об экспериментальном определении коэффициента диффузии. Для этого применим главный член ряда (18), когда справедливо равенство (20), считая $x=y=0$,

$$n(t,\ 0,\ 0,\ z)=\mathscr{B}_1^{(1)}\exp\left\{[\nu_i-\nu_a]-\frac{1}{4}\left[\sum_{1\leqslant k\leqslant 3} D_k^{-1}(W_k)^2\right]t\right\}\times$$
$$\times J_0(0)\sin\left(\frac{\pi}{h}z\right)\exp\left\{\frac{z}{2D_l}v_2-\left[D(R^{-1}\mu_0^{(1)})^2+D_l\left(\frac{\pi}{h}\right)^2\right]t\right\}.$$

Возьмем два момента времени t_1, t_2 при $0<t_1<t_2$ и при фиксированном z обозначим

$$\alpha_j=n(t_j,\ 0,\ 0,\ z),\ \beta=\frac{1}{t_2-t_1}\ln\frac{\alpha_1}{\alpha_2},\quad j=1,\ 2.$$

Элементарные (но достаточно громоздкие) вычисления приводят к уравнению

$$\left[(R^{-1}\mu_0^{(1)})^2+\left(\frac{\pi}{h}\right)^2\Delta\right]D^2+(\nu_a-\nu_i-\beta)D+\frac{1}{4}\left[W_x^2+W_y^2+\left(\frac{v_г}{\Delta}\right)^2\right]=0,\quad (28)$$

где $\Delta=D^{-1}D_l$ считается известным числом, $\Delta>0$.

По физическому смыслу задачи оба корня уравнения (28) должны быть положительными и одинаковыми. Иначе говоря, при известном векторе дрейфа, известных коэффициентах ионизации и рекомбинации будем считать, что

$$(\nu_a-\nu_i-\beta)^2=\left[(R^{-1}\mu_0^{(1)})^2+\Delta\left(\frac{\pi}{h}\right)^2\right]\times\left[W_1^2+W_2^2+\left(\frac{v_2}{\Delta}\right)^2\right].$$

Тогда коэффициенты диффузии будут равны

$$D=\frac{1}{2}\left[(R^{-1}\mu_0^{(1)})^2+\left(\frac{\pi}{h}\right)^2\Delta\right]^{-1}(\nu_i+\beta-\nu_a),$$

$$D_l=0.5\left[(R^{-1}\mu_0^{(1)})^2+\Delta\left(\frac{\pi}{h}\right)^2\right]^{-1}(\nu_i+\beta-\nu_a)\Delta.$$

Частный случай этого метода рассмотрен в [3, с. 171, 463], где считается, что

$$\Delta=1,\ v_г=W_1=W_2=0,\ \nu_i=\nu_a=0,$$

а вместо концентрации берется полное число электронов в Ω.

3. Рассмотрим задачу о нахождении энергии, поглощенной электронами, заключенными в Ω. Для этого надо применить формулы (3), (4), (18) и (20). В результате получим

$$\mathscr{E}=\int_0^\infty \varepsilon^{3/2}\int_\Omega f_e(t,\ r,\ \varepsilon)\,dr\,d\varepsilon=\int_\Omega n(t,\ r)\left[\int_0^\infty \varepsilon^{3/2}f(t,\ r,\ \varepsilon)\,d\varepsilon\right]dr.$$

Найдем в качестве примера количество энергии, поглощенной электронами плазмы для стационарного режима (25) при малой скорости дрейфа $W\approx 0$. Для этого применим распределение Максвелла

$$f(\varepsilon)=A\exp(-\varepsilon/kT_e),\ A=\mathrm{const},\ T_e=\mathrm{const},\ \nu=\mathrm{const},\ g\approx c^{-1}.$$

Здесь $(3/2)\cdot T_e k$ есть средняя энергия электрона, T_e называется электронной температурой, а постоянная $A=2\,[\pi\,(kT_e)^3]^{-1/2}$, k — константа Больцмана.

Так как имеем

$$\int_0^h \sin\left(\frac{\pi}{h}z\right)dz=2h/\pi,$$

$$\int_0^\infty \varepsilon^{3/2} 2\,[\pi (kT_e)^3]^{-1/2} \exp(-\varepsilon/T_e k)\,d\varepsilon = (3/2)\,T_e k,$$

то на основании (25) получим

$$\mathscr{E} = (3\mathscr{B}_1^{(1)}/2)\,T_e\,(2h/\pi)\,Bk,$$

$$B = \iint\limits_{x^2+y^2 \leqslant R^2} J_0\left(\mu_0^{(1)} R^{-1} \sqrt{x^2+y^2}\right) dx dy = 2\pi\,(R/\mu_0^{(1)})^2 \int_0^{\mu_0^{(1)}} x J_0(x)\,dx.$$

Окончательно получаем выражение

$$\mathscr{E} = 6h T_e \mathscr{B}_1^{(1)} k \left(\frac{R}{\mu_0^{(1)}}\right)^2 \int_0^{\mu_0^{(1)}} x J_0(x)\,dx.$$

Из (9), (21), (25) видно, что при $p \approx \omega$ наблюдается резонансное явление усиленного поглощения энергии электронами в стационарном режиме горения плазмы (циклотронный резонанс).

4. Рассмотрим вопрос о допустимой зоне травления микроструктур, считая, что при ослаблении концентрации в α раз по сравнению с концентрацией электронов на оси цилиндра мы попадаем в недопустимую зону (будет нарушена равномерность обработки материалов). Пусть $z=z_0$ — фиксированное число, $z_0 \in [0,\ h]$, $n_0=n\,(0,\ 0,\ z_0)$ — концентрация электронов на оси цилиндра, $n=n\,(x,\ y,\ z_0)$ — стационарная концентрация в точке $(x,\ y)$ поперечного сечения цилиндра.

$$\Omega\,(z_0) = \{(x,\ y,\ z) : x^2 + y^2 \leqslant R^2,\ z = z_0\}.$$

Тогда допустимая область травления характеризуется неравенством $n_0/n \leqslant \alpha$, а граница допустимой области G определяется из уравнения $n_0=\alpha n$, где $\alpha=\text{const} > 1$, α — данное число.

Для решения этой задачи применим формулу (18), считая, что при $t \to \infty$ $\varphi\,(t,\ r)=k_{11}^2 t+\varphi_1\,(t,\ \rho,\ z)$, $\varphi_1\,(t,\ \rho,\ z) \to \varphi_2\,(\rho,\ z)$, где φ_2 — непрерывная функция в цилиндре Ω. Для радиуса области G теперь имеем уравнение

$$\alpha e^{\varphi_2(\rho,\ z_0)} J_0\,(R^{-1}\rho\mu_0^{(1)}) = e^{\varphi_2(0,\ z_0)} J_0\,(0).$$

В частности, для потенциала вида (20) при $W_1=W_2=0$ имеем уравнение

$$J_0\,(\beta) = \alpha^{-1} J_0\,(0),\ \ \rho = R\beta\,[\mu_0^{(1)}]^{-1},$$

легко решаемое с применением таблиц функций Бесселя.

5. Решим, наконец, следующую задачу. Найти точки z_1, z_2 на оси z такие, что $0 \leqslant z_1 < z_0 < z_2 \leqslant h$, где z_0 находится по формуле (26), для которых выполняется неравенство

$$n_0(t,\ x,\ y,\ z_0)/n_0(t,\ x,\ y,\ z) \leqslant \alpha,\ \ z_1 \leqslant z \leqslant z_2.$$

Такие точки дают область наиболее эффективного травления при использовании для этого соответствующей зоны плазмотрона.

Для решения задачи следует найти два корня трансцендентного уравнения

$$[\sin\,(h^{-1}\pi z)]\exp\,[(2D_l)^{-1}\,v_\text{r} z] = \frac{2\pi D_l}{\alpha\,[(v_\text{r} h)^2 + 4\,(\pi D_l)^2]^{1/2}}\,e^{\frac{z_0 v_2}{2D_l}}.$$

В частности, при $v_\text{r}=0$ получим два корня, равные

$$z_1 = \pi^{-1} h \arcsin\,(\alpha^{-1}),\ \ z_2 = h - z_1,\ \ \alpha = \text{const} > 1.$$

Некоторые выводы

Прежде всего из формулы для поперечного коэффициента диффузии D видно, что внешнее магнитное поле сильно влияет на процесс поперечной диффузии. С увеличением поля коэффициент D уменьшается, поток электронов становится более равномерным в поперечном сечении цилиндра, а их потери на стенках уменьшаются. Аналогичные выводы приведены в [5, с. 154].

Из (8), (9) заключаем, что амплитуда высокочастотного поперечного дрейфа может быть управляема выбором внешнего магнитного поля: при его сильном возрастании ($|\omega| \to \infty$) дрейф исчезает, ибо $I \to 0$. Это приводит к тому, что (при фиксированном D) концентрация электронов, выражаемая формулой (25), становится симметричной относительно оси цилиндра. Напротив, при отсутствии H_0 диффузия возрастает, дрейф становится неуправляемым и нарушается симметрия концентрации электронов в поперечном сечении реактора, т. е. ухудшается равномерность обработки микроструктур по площади.

Следует еще отметить, что явная формула для концентрации (18) может быть применена при вычислении коэффициентов поглощения, отражения и прохождения электромагнитных волн, которые изучены в [6].

Литература

[1] *Гуляев Ю. В.* // УФН. 1984. Т. 144. С. 475—495.
[2] *Яфаров Р. К.* // Тез. докл. IV Всесоюзн. симп. по плазмохимии. Днепропетровск, 1984. Т. 1. С. 138—139.
[3] *Хаксли Л.*, *Кромптон Р.* Диффузия и дрейф электронов в газах. М.: Мир, 1977. 672 с.
[4] *Čerkasov I. D.* // Soviet Math. Dokl. 1981. Vol. 23. N 1. P. 134—137.
[5] *Мак-Дональд А.* Сверхвысокочастотный пробой в газах. М.: Мир, 1969. 212 с.
[6] *Батанов Г. М.* // Тр. ФИАН. 1985. Т. 160. С. 174—203.

Институт радиотехники
и электроники АН СССР
Саратовский филиал

Поступило в Редакцию
19 февраля 1988 г.