

01; 06; 07

ВЛИЯНИЕ КРУТЫХ ИЗГИБОВ ГРАДИЕНТНЫХ ВОЛНОВОДОВ НА МОДОВЫЙ СОСТАВ ИЗЛУЧЕНИЯ

Г. Л. Есаян, С. Г. Кривошлыков, И. Н. Сисакян

Теоретически исследовано распространение светового излучения в области единичных крутых изгибов многомодовых волноводов с параболическим профилем показателя преломления. Теория использует конформное отображение функций комплексного переменного для преобразования изогнутого волновода в прямой. Получены выражения для коэффициентов трансформации энергии между модами, дисперсии импульса и потерь энергии на изгибе. На основе полученных результатов предложено использовать изогнутые волноводы в качестве фильтров мод, работающих в режиме согласования, а также в качестве датчиков с перестраиваемой чувствительностью.

Введение

Исследование распространения света в волноводах с крутыми изгибами представляет интерес в связи с развитием волоконно-оптических линий связи интегральной оптики, разработкой рефрактометров, датчиков температуры, химического состава, давления и т. д.

Известно, что изгибы приводят к перераспределению энергии между модами волновода. Это влияет на межмодовую дисперсию импульса, приводит к искажению передаваемого сигнала и к дополнительным потерям на излучение. Поэтому важно знать, как происходит перераспределение энергии между модами при различных изгибах волноводов.

Изогнутые волноводы рассматривались многими авторами в основном с целью определения потерь на изгибах [1-8]. В работе [1] для преобразования изогнутого волновода в эквивалентный прямолинейный волновод с некоторым эффективным профилем показателя преломления использовалось конформное преобразование функций комплексного переменного. В [2, 3] такой же эффективный профиль использовался для исследования деформаций полей и потерь, вызванных изгибами круглых волокон с параболическим профилем показателя преломления. Моршнев и Францесон [4] рассчитали потери на изгибах, вызванные изменением глубины эффективного профиля показателя преломления эквивалентного прямолинейного волновода, в зависимости от радиуса изгиба. Используя факт почти полного возвращения светового излучения, вышедшего из сердцевинки в оболочку в области изгиба, обратно в сердцевину, они показали возможность определения показателя преломления внешней среды путем измерения интенсивности светового излучения на выходе волновода, имеющего изгиб. В работах [5, 6] получены выражения для траекторий лучей и рассчитаны потери на туннелирование при изгибах волноводов с параболическим и ступенчатым профилями показателя преломления. Следует отметить, что, хотя анализ влияния малых (параксиальных) отклонений оси градиентного волокна от прямой линии на связь между его модами был проведен в работах [7, 9], аналогичная задача для крутых изгибов до сих пор не рассматривалась.

Целью настоящей работы является исследование связи между модами многомодового волновода с параболическим профилем показателя преломления в местах крутых изгибов его оси.

1. Эффективный профиль показателя преломления

Рассмотрим плоский волновод с параболическим профилем показателя преломления

$$\begin{aligned} n^2(x) &= n_0^2 - \omega^2 x^2, & |x| \leq a, \\ n^2(x) &= n_0^2 - \omega^2 a^2 = n_1^2, & |x| > a. \end{aligned} \quad (1)$$

В работе [1] показано, что волновод (1), изогнутый в виде петли радиуса r , можно заменить на эквивалентный прямолинейный волновод с эффективным профилем показателя преломления

$$n_{\text{эфф}}^2(x) = n^2(x) \left(1 + \frac{x}{r}\right)^2. \quad (2)$$

При этом поперечные распределения полей в прямом и изогнутом волноводе совпадают. Профиль показателя преломления (1) и эффективный профиль показателя преломления эквивалентного прямолинейного волновода (2) показаны на рис. 1. Эффективный профиль удобно записать в виде

$$\begin{aligned} n_{\text{эфф}}^2(x') &= n_0'^2 - \omega'^2 x'^2 - (1 + \theta) \frac{\omega^2}{r} x'^3 - \frac{\omega^2}{r^2} x'^4, & |x| \leq a, \\ n_{\text{эфф}}^2(x') &= n_1^2 \left(1 + \frac{x' + \Delta_{\text{эфф}}}{r}\right)^2, & |x| > a, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} x' &= x - \Delta_{\text{эфф}}, \quad \theta = \sqrt{1 + 8 \frac{n_0^2}{\omega^2 r^2}}, \quad \Delta_{\text{эфф}} = \frac{\theta - 1}{4} r, \\ \omega'^2 &= \omega^2 - \frac{n_0^2}{r^2} - 6\omega^2 \left(\frac{3 + \theta}{4}\right) + 6\omega^2 \left(\frac{3 + \theta}{4}\right)^2, \\ n_0' &= n(\Delta_{\text{эфф}}) \left(1 + \frac{\Delta_{\text{эфф}}}{r}\right). \end{aligned} \quad (4)$$

Для типичных волоконных световодов с $\omega \sim 10^{-2}$ мкм⁻¹ и шириной $2a \sim 60$ мкм при $|x'| \leq a - |\Delta_{\text{эфф}}| = a_{\text{эфф}}$

$$(1 + \theta) \frac{\omega^2}{r} x'^3 - \frac{\omega^2}{r^2} x'^4 \ll \omega'^2 x'^2. \quad (5)$$

Поэтому эффективный профиль (3) в области $|x'| \leq a_{\text{эфф}}$ в первом приближении можно аппроксимировать параболическим

$$n_{\text{эфф}}^2(x') = n_0'^2 - \omega'^2 x'^2. \quad (6)$$

Отсюда видно, что центр распределения поля при искривлении оси волновода смещается к его внешней границе, причем величина смещения определяется значением $\Delta_{\text{эфф}}(r)$. При уменьшении радиуса изгиба глубина эффективного профиля показателя преломления уменьшается, что вызывает переход высших направляемых мод в моды излучения. Это обстоятельство использовано в работе [10], где изогнутые волноводы применялись в качестве фильтров мод. При некотором критическом радиусе $r_{\text{кр}}$ все излучение покинет волновод, что, очевидно, соответствует случаю, когда $\Delta_{\text{эфф}}(r)$ становится равным полуширине волновода a . Величина $r_{\text{кр}}$ была оценена в работе [4].

Таким образом, исследование распространения света в волноводах с параболическим профилем показателя преломления при переходе от прямого к изогнутому участку в первом приближении сводится к задаче о несоосной стыковке волноводов с различными градиентными параметрами, которая была рассмот-

рена в работах [9, 11]. Поэтому в дальнейшем удобно опираться на результаты этих работ. В них предполагалось, что волновод с параболическим профилем не ограничен в поперечном направлении. Это является хорошим приближением при исследовании распространения низших мод достаточно многомодовых волноводов. В данном случае тоже следует ограничиться рассмотрением низших мод, так как поля мод с большими номерами локализованы в области $|x'| > a_{эфф}$, где эффективный профиль показателя преломления существенно отличается от параболического. Модами изогнутого волновода в данной работе будем называть моды эквивалентного прямолинейного волновода с профилем (6).

Пусть начальный когерентный или частично когерентный пучок излучения представляет собой некоторую смесь мод, описываемую матрицей плотности, которая предполагается диагональной по начальным модовым числам [9]. Тогда, воспользовавшись результатами работы [9], можно сразу написать

$$\langle n \rangle = \frac{R}{1-R} + \frac{1+R}{1-R} (\langle m \rangle + \nu) - \frac{2\nu\sqrt{R}}{1-R}, \quad (7)$$

где $\langle m \rangle$ — среднее число возбужденных начальных мод, $\langle n \rangle$ — среднее число возбужденных мод изогнутого участка. Здесь

$$R = \left(\frac{\omega' - \omega}{\omega' + \omega} \right)^2, \quad \nu = \frac{1}{2} k\omega\Delta_{эфф}^2, \quad (8)$$

а k — волновое число.

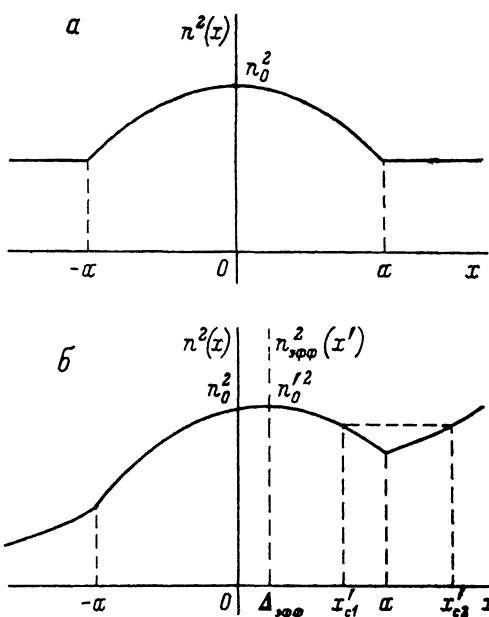


Рис. 1. Профиль показателя преломления начального линейного участка волновода (а) и эффективный профиль (б) изогнутого участка (6).

Из (7) — (8) видно, что при уменьшении радиуса изгиба среднее число возбужденных мод в изогнутом участке волновода увеличивается, а следовательно, увеличиваются и потери, вызванные вытеканием высших мод.

Известно, что при параболическом поперечном распределении показателя преломления частота осцилляции траектории луча в параксиальном приближении не зависит от его амплитуды и одинакова для всех лучей [7, 12]. При этом на расстояниях, кратных периоду осцилляции траектории луча, будут формироваться изображения, т. е. поперечное распределение поля на таких расстояниях будет полностью повторять начальное. Однако при учете непараксиальности распространения, а также неквадратичности эффективного профиля показателя преломления частота осцилляции траектории луча будет зависеть от его амплитуды и для различных лучей будет различна. В результате на некотором расстоянии Z_M фазы различных лучей усредняются. Однако на начальном достаточно коротком участке $z \ll Z_M$ лучи остаются сфазированными и поле в определенных сечениях, соответствующих периоду осцилляции траектории луча, будет повторять поле на входе.

Это явление может быть использовано при конструировании фильтра мод, работающего в режиме согласования, при котором согласование достигается периодически с периодом, равным периоду осцилляции траектории луча в изгибе. Работа таких фильтров основана на том, что в изогнутом участке волновода глубина эффективного профиля показателя преломления уменьшается и высшие моды излучаются из волновода. При этом поле оставшихся в волноводе низших мод при длине изгиба, кратном периоду осцилляции траектории луча и

удовлетворяющем условию $l \ll Z_M$, будет совпадать с полем этих же мод на входе в изогнутый участок.

Длину фазового усреднения Z_M можно определить, например, из условия обращения разности фаз между траекториями различных лучей в 2π . В работе [13] исследовано непараксиальное распространение света в среде, профиль показателя преломления которой слабо отличается от квадратичного, и получена в явном виде зависимость частоты осцилляции траектории луча от его амплитуды в такой среде. Оценка с помощью этих результатов длины фазового усреднения для изогнутых волноводов с $\omega \sim 10^{-2}$ мкм⁻¹, $a \sim 30$ мкм дает $Z_M \sim \sim 1$ см. Отметим, что в реальных волноводах из-за неквадратичности профиля показателя преломления Z_M может оказаться существенно меньше. Однако уже имеются сообщения об изготовлении волокон с оптимальным профилем, длина Z_M которых может достигать нескольких сантиметров [14]. На расстояниях $z > Z_M$ информация о фазах лучей теряется, и поле удобно описывать с помощью мод, коэффициенты связи между которыми определяют модовый состав конечного пучка излучения.

2. Коэффициенты связи между модами

Для исследования коэффициентов связи между модами воспользуемся результатами работ [9, 11]. Коэффициенты связи $W_n^{m'}$ между модами изогнутого участка $|m'\rangle$ и начальными модами $|n\rangle$ определяются квадратами модулей интегралов перекрытия $T_n^{m'} = \langle m' | n \rangle$, выражения для которых были получены в [9, 11]. Для рассматриваемой задачи

$$T_n^{m'} = T_0^0 (m! n')^{-1/2} H_{mn'}(\sigma, \tau), \quad (9)$$

где

$$T_0^0 = \left(\frac{2\sqrt{\omega\omega'}}{\omega + \omega'} \right)^{1/2} \exp \left\{ -\frac{k}{2} \frac{\omega\omega'}{\omega + \omega'} \Delta_{\phi\phi}^2 \right\},$$

$$\sigma = \frac{\omega'}{\omega + \omega'} (2k\omega)^{1/2} \Delta_{\phi\phi}, \quad \tau = -\frac{\omega}{\omega + \omega'} (2k\omega') \Delta_{\phi\phi} \quad (10)$$

и H_{mn} (x_1, x_2) — полиномы Эрмита от двух переменных [15].

На рис. 2 представлены результаты расчета по формуле (9), показывающие, как энергия нулевой моды, возбужденной на входе волновода, распределяется между модами изогнутого участка при различных радиусах изгиба. Зависимость коэффициентов связи $W_0^{n'}$ от радиуса изгиба приведена на рис. 3. Из рис. 2, 3 видно, что уменьшение радиуса изгиба ведет к увеличению номера наиболее эффективно возбужденной моды изогнутого участка. При этом максимальное значение энергии, трансформированной в эту моду, уменьшается.

При вычислениях полезными оказываются также рекуррентные соотношения для интегралов перекрытия мод [9, 11]

$$T_{m+1}^{n'} = \frac{\eta}{\xi} \left(\frac{m}{m+1} \right)^{1/2} T_{m-1}^{n'} + \frac{1}{\xi} \left(\frac{n'}{m+1} \right)^{1/2} T_m^{n'-1} + \frac{1}{\xi} \frac{\delta}{\sqrt{m+1}} \frac{\omega'}{\omega} T_m^{n'}, \quad (11a)$$

$$T_m^{n'+1} = -\frac{\eta}{\xi} \left(\frac{n'}{n'+1} \right)^{1/2} T_m^{n'-1} + \frac{1}{\xi} \left(\frac{m}{n'+1} \right)^{1/2} T_{m-1}^{n'} - \frac{1}{\xi} \frac{\delta}{\sqrt{n'+1}} T_m^{n'}, \quad (11б)$$

$$T_{m+1}^{n'} = \frac{\xi}{\eta} \left(\frac{m}{m+1} \right)^{1/2} T_{m-1}^{n'} - \frac{1}{\eta} \left(\frac{n'+1}{m+1} \right)^{1/2} T_m^{n'+1} - \frac{1}{\eta} \frac{\delta}{\sqrt{m+1}} \left(\frac{\omega'}{\omega} \right)^{1/2} T_m^{n'}, \quad (11в)$$

$$T_m^{n'+1} = -\frac{\xi}{\eta} \left(\frac{n'}{n'+1} \right)^{1/2} T_m^{n'-1} + \frac{1}{\eta} \left(\frac{m+1}{n'+1} \right)^{1/2} T_{m+1}^{n'} - \frac{1}{\eta} \frac{\delta}{\sqrt{n'+1}} T_m^{n'}, \quad (11г)$$

где

$$\xi = \frac{\omega + \omega'}{2\sqrt{\omega\omega'}}, \quad \eta = \frac{\omega - \omega'}{2\sqrt{\omega\omega'}}, \quad \delta = \left(\frac{k\omega}{2} \right)^{1/2} \Delta_{\phi\phi}.$$

Из анализа экспериментально полученной величины $q(1, 0) = |T_0^1/T_0^0|^2$, характеризующей относительное значение коэффициентов связи, можно определить радиус изгиба волновода по формуле

$$r = \sqrt{\frac{k}{2\omega}} \frac{n_0^2}{\omega q^{1/2}(1, 0)} - 2 \sqrt{\frac{2}{k\omega}}. \quad (12)$$

Используя (9), можно, согласно [9, 11], получить правила сумм для величины $q(m, n') = W_m^{n'}/W_0^0$

$$\sum_{n'} q(n', 0) = \sum q(0, m) = \frac{1}{2} \frac{\omega + \omega'}{\sqrt{\omega\omega'}} \exp\left\{k \frac{\omega\omega'}{\omega + \omega'} \Delta_{\text{эфф}}^2\right\}. \quad (13)$$

Эта формула также может быть полезна при анализе экспериментальных данных.

Для описания дисперсии импульса в изогнутых волноводах можно воспользоваться результатами работы [16]. Так, скорость возрастания ширины импульса

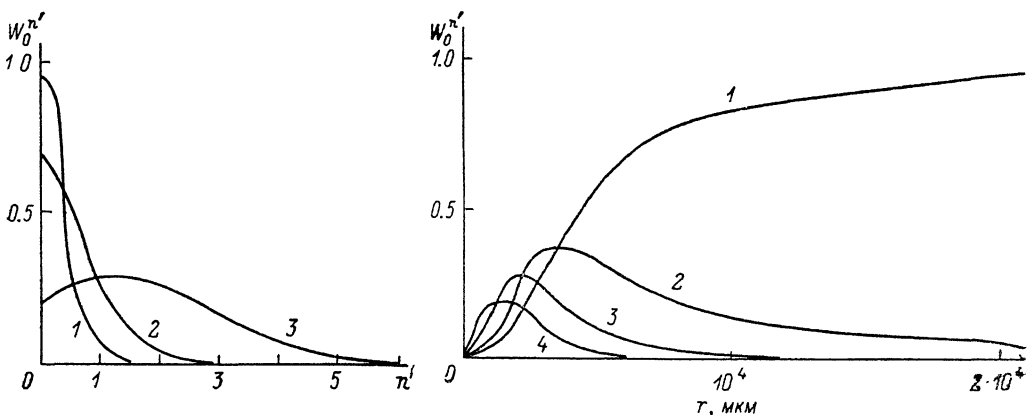


Рис. 2. Распределение энергии нулевой моды, возбужденной на входе волновода, между модами изогнутого участка.

r , мкм: 1 — $5 \cdot 10^4$, 2 — $2 \cdot 10^4$, 3 — $9 \cdot 10^3$; $\lambda = 0.63$ мкм; $\omega = 10^{-2}$ мкм $^{-1}$.

Рис. 3. Зависимость коэффициентов связи W_0^n от радиуса изгиба.

n' : 1 — 0, 2 — 1, 3 — 2, 4 — 3. Величины λ и ω такие же, как и на рис. 2.

при распространении света вдоль изогнутого волновода будет определяться выражением

$$\frac{d\sigma}{dz} = \frac{\omega^2 \lambda^2}{4\pi^2 c n_0^3} \left\{ (1 + 12R) (\langle m^4 \rangle - \langle m^2 \rangle^2) - 8R \langle m^4 \rangle + \right. \\ \left. + 2 [\langle m^3 \rangle (1 + 8\nu) - \langle m^2 \rangle \langle m \rangle (1 + 4\nu)] \right\}^{1/2}, \quad (14)$$

где R , ν определяются из выражений (8); λ — длина волны излучения; c — скорость света; $\langle m^4 \rangle$, $\langle m^3 \rangle$ и $\langle m^2 \rangle$ — моменты числа возбужденных в изгибе мод.

Из (14) при учете значений R и ν видно, что изгиб ведет к увеличению скорости расплывания импульса. На рис. 4 показана зависимость ширины импульса σ от радиуса изгиба. Выражение (14) получено в предположении, что волновод с параболическим профилем показателя преломления не ограничен в поперечном направлении. При учете ограниченности профиля показателя преломления (6) может оказаться, что число возбужденных мод, моменты которых входят в (14), будет больше числа направляемых мод. В этом случае в выражение (14) будут входить моменты числа направляемых мод изогнутого участка. С уменьшением радиуса изгиба число направляемых мод в изгибе уменьшается, что дает возможность управлять скоростью возрастания ширины импульса за счет потерь энергии.

До сих пор рассматривалась связь между модами начального прямолинейного и изогнутого участков волновода. Однако часто важно знать коэффициенты связи между модами начального и конечного прямолинейных участков волновода. В этом случае задача сводится к расчету стыков трех волноводов, причем первый и третий расположены соосно и имеют одинаковый градиентный параметр ω , а вставка между ними имеет градиентный параметр ω' , определяемый из (4), и сдвиг оси $\Delta_{эфф}$.

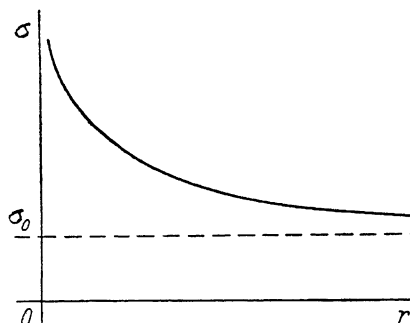


Рис. 4. Зависимость ширины импульса σ от радиуса изгиба. Начальная ширина импульса σ_0 при параксиальном распространении остается постоянной.

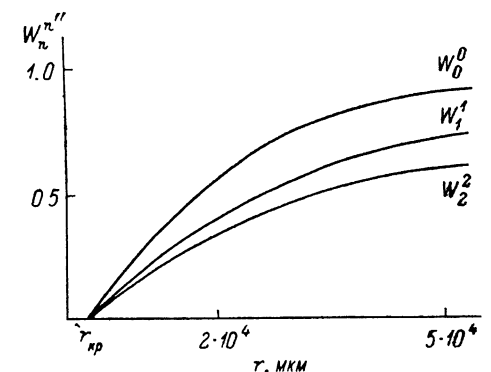


Рис. 5. Зависимость коэффициентов связи $W_n^{m''}$ от радиуса изгиба для нескольких низших мод.

Величины λ и ω такие же, как и на рис. 2.

Из смысла коэффициентов связи следует, что коэффициенты связи между модами первого и третьего волноводов при длине вставки $l > Z_M$ будут определяться выражением

$$W_n^{m''} = \sum_{l'} W_n^{l'} W_{l'}^{m''}, \quad (15)$$

где $W_n^{l'}$ — коэффициенты связи между модами первого и второго волноводов, которые определяются выражением (9), а $W_{l'}^{m''}$ — коэффициенты связи между модами второго и третьего волноводов, которые также можно рассчитывать по формуле (9), если поменять ω и ω' местами и положить

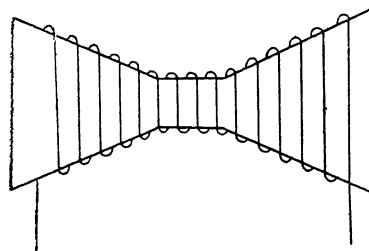


Рис. 6. Фильтр высших мод волновода, работающий в режиме согласования.

$$\Delta_{эфф} = \frac{1-\theta}{4} r.$$

Суммирование в (13) ведется по всем направляемым модам вставки. На рис. 5 показана зависимость коэффициентов связи $W_n^{m''}$, рассчитанных по формуле (13) с учетом (9)—(11), от радиуса изгиба r для нескольких низших мод. Обращение $W_n^{m''}$ в нуль при $r_{кр} \sim 2 \cdot 10^3$ мкм связано с тем, что при этом значении r $\Delta_{эфф}(r)$

становится равным полуширине волновода и число направляемых мод вставки обращается в нуль.

Исследуя вид коэффициентов связи, нетрудно показать, что непрерывное и достаточно медленное адиабатическое ($\partial r / \partial z \ll 1$) изменение радиуса изгиба не вызывает перераспределения энергии между модами. Это явление дает другую возможность использования изогнутого волновода в качестве фильтра мод, работающего в режиме согласования. Такой фильтр состоит из волновода, изогнутого по спирали, а принцип его работы будет заключаться в том, что адиабатическое изменение эффективного профиля показателя преломления вызывает постепенный переход высших направляемых мод прямолинейного волновода

в моды излучения без изменения модового состава оставшегося в волноводе излучения. Обратный переход к прямолинейному волноводу также должен осуществляться по спирали. На практике такой фильтр можно реализовать, например, в виде устройства, показанного на рис. 6. Если на входе волновода, намотанного на катушку в виде конуса, возбудить его моды, то на выходе волновода останутся только низшие моды, число которых определяется наименьшим радиусом изгиба волновода. Перераспределение энергии между оставшимися модами при этом не происходит.

3. Потери

Потери в изгибах волноводов обусловлены тем, что при уменьшении радиуса изгиба глубина эффективного профиля показателя преломления эквивалентного прямолинейного волновода уменьшается и высшие моды излучаются из волновода. Перераспределение энергии между модами волновода, в результате которого часть энергии направляемых мод переходит в моды излучения, ведет к дополнительным потерям. Если по начальному прямолинейному участку волновода распространяется пучок света мощностью P_0 , то мощность направляемого излучения на конечном прямолинейном участке можно оценить по формуле

$$P_{\text{ост}} = \sum_{m=0}^M \sum_{n''=0}^N P_m W_m^{n''}, \quad (16)$$

где M — число начальных возбужденных мод, N — число направляемых мод данного волновода, P_m — энергия начальной моды $|m\rangle$, причем $\sum_{m=0}^M P_m = P_0$.

Из рис. 5 видно, что перераспределение энергии между модами становится существенным при радиусах изгиба $r \sim 5$ см. При этом становятся существенными также и потери, описываемые формулой (16). При дальнейшем уменьшении радиуса изгиба перераспределение энергии увеличивается. Потери также быстро увеличиваются и при радиусах порядка $r \sim 2 \cdot 10^3$ мкм, все излучение покидает сердцевину волновода. Таким образом, при малых радиусах изгиба потери оказываются очень чувствительными к изменению радиуса, что было показано также Маркузе [3].

Другой вид потерь обусловлен туннелированием волны через внешнюю границу волновода и был рассмотрен в работах [5, 6]. В ситуации, представленной на рис. 1, б, область затухающего поведения волны $x'_{c1} < x' < x'_{c2}$ расположена между двумя областями $x' < x'_{c1}$ и $x' > x'_{c2}$, где волна ведет себя осциллирующим образом. Поэтому энергия направляемой моды с одной стороны такой структуры при $x' < x'_{c1}$ может проникать на другую сторону $x' > x'_{c2}$ подобно обычному квантово-механическому туннельному эффекту. В приближении ВКБ коэффициент туннелирования мод, для которых x'_{c1} и x'_{c2} достаточно удалены друг от друга, задается выражением [12]

$$T = \exp \left\{ 2 \int_{x'_{c1}}^{x'_{c2}} \sqrt{k^2 n_{\text{эфф}}^2(x') - \beta^2} dx' \right\}. \quad (17)$$

Очевидно, что потери энергии на туннелирование в данной моде зависят от показателя преломления внешней среды и возрастают с увеличением порядкового номера моды. Это дает возможность использовать изогнутые кварц-полимерные волноводы с удаленной оболочкой в качестве перестраиваемых рефрактометров, чувствительность которых можно менять путем измерения на выходе энергий различных мод. На практике выделение из пучка света данной моды можно осуществить с помощью пространственных фильтров, синтезируемых на ЭВМ методами цифровой голографии [17, 18].

Другой возможностью реализации рефрактометров с перестраиваемой чувствительностью является сочетание рефрактометров, предложенных в [4], с фильтрами, позволяющими селективно возбуждать на входе рефрактометра различные моды. Перестройка чувствительности при этом может достигаться

за счет того, что при возбуждении на входе рефрактометра различных мод углы падения излучения на границу с внешней средой в области изгиба, а следовательно, и коэффициенты Френеля будут различны.

Известно, что показатель преломления среды зависит от температуры, количества примесей и т. д., поэтому возможно использование изогнутых волноводов также в качестве перестраиваемых датчиков соответствующих величин.

Полученные результаты могут оказаться полезными также при создании устройств бокового ввода излучения в сердцевину изогнутого волокна и при конструировании устройств накачки активной сердцевины через оболочку в ретрансляторах для волоконно-оптических линий связи.

Заключение

Таким образом, с помощью конформного отображения функций комплексного переменного, переводящего изогнутый волновод в эквивалентный прямолинейный волновод с новым эффективным профилем показателя преломления, теоретически исследовано распространение светового излучения в одиночных крутых изгибах достаточно многомодовых волноводов с квадратичным профилем показателя преломления. Получены выражения для коэффициентов связи между модами, дисперсии импульса и потерь энергии на изгибе.

Показана возможность применения изогнутых волноводов в качестве фильтров мод, работающих в режиме согласования, а также конструирования различного рода датчиков с перестраиваемой чувствительностью.

Литература

- [1] Heiblum M., Harris J. H. // IEEE J. Quant. Electron. 1975. N 2. P. 75—83.
- [2] Marcuse D. // J. Opt. Soc. Amer. 1976. Vol. 66. N 3. P. 216—220.
- [3] Marcuse D. // J. Opt. Soc. Amer. 1976. Vol. 66. N 4. P. 311—315.
- [4] Моршнева С. К., Францессон А. В. // Квант. электр. 1982. Т. 9. № 2. С. 284—291.
- [5] Winkler C., Love J. D., Chatak A. K. // Opt. Quant. Electron. 1979. Vol. 1. N 2. P. 173—183.
- [6] Love J. D., Winkler C., Ghatak A. K. // IEEE Trans. 1980. Vol. MTT-28. N 7. P. 689—695.
- [7] Унгер Х. Г. Планарные и волоконные оптические волноводы. М.: Мир, 1980. 656 с.
- [8] Патлах А. Л., Семенов А. С. // Квант. электр. 1983. Т. 10. № 4. С. 868—870.
- [9] Кривошлыков С. Г., Сисакян И. Н. // Квант. электр. 1980. Т. 7. № 3. С. 553—565.
- [10] Agarwal A. K., Unrau U. // J. Opt. Commun. 1983. Vol. 4. N 4. P. 126—133.
- [11] Krivoslykov S. G., Sissakyan I. N. // Opt. Quant. Electron. 1979. Vol. 11. N 5. P. 393—405.
- [12] Адамс М. Введение в теорию оптических волноводов. М.: Мир, 1984. 512 с.
- [13] Кривошлыков С. Г., Сисакян И. Н. // Квант. электр. 1983. Т. 10. № 4. С. 735—740.
- [14] Hattori H., Takeo T., Sakai Y., Umeno M. // Proc. of the 13th Congress of the Int. Comission for Optics. Sapporo, 1984. P. 350—352.
- [15] Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. М.: Наука, 1974. Т. 2. 295 с.
- [16] Кривошлыков С. Г., Сисакян И. Н. // Письма в ЖТФ. 1980. Т. 6. Вып. 5. С. 257—260.
- [17] Голуб М. А., Карнеев С. В., Кривошлыков С. Г. и др. // Квант. электр. 1983. Т. 10. № 8. С. 1700—1701.
- [18] Голуб М. А., Карнеев С. В., Кривошлыков С. Г. и др. // Квант. электр. 1984. Т. 11. № 9. С. 1869—1871.

Институт общей физики АН СССР
Москва

Поступило в Редакцию
22 февраля 1988 г.