ВЛИЯНИЕ АНГАРМОНИЧНОСТИ ПОПЕРЕЧНОГО ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА НА ИНКРЕМЕНТ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ЛСЭ ТИПА СТРОФОТРОНА

В. Г. Барышевский, А. В. Зеге, В. В. Тихомиров

1. Релятивистский строфотрон (РС) — один из типов лазера на свободных электронах (ЛСЭ), в котором для обеспечения поперечных осцилляций электронов используется продольно-однородное и поперечно-неоднородное статическое поле (вместо магнитного ондулятора в традиционном ЛСЭ), впервые был рассмотрен в работе [1] (в предположении о гармоничности поперечного потенциала). В тесной связи со строфотроном находятся ЛСЭ, использующие естественные поля с той же симметрией, что и поле строфотрона [2, 3]. Однако в этом случае ангармоничность полей весьма высока [3]. Заметим, что и в обычном РС, основанном на использовании квадрупольных линз [4], учет ангармоничности потенциала (АП) также необходим при рассмотрении больших токов (поскольку большой ток связан с большим поперечным размером пучка, а в этом случае приближение гармонического потенциала, применимое вблизи оси, неизбежно становится несправедливым). Данная работа посвящена анализу влияния АП на группировку и неустойчивость в строфотроне. Показано, что в АП появляется новый механизм неустойчивости (помимо известных для гармонического РС механизмов). Приведены критерии, позволяющие определить, какой из механизмов неустойчивости преобладает (при произвольной форме потенциала) и при каких параметрах можно пренебречь ангармонизмом.

2. Рассмотрим пучок ультрарелятивистских электронов, движущихся в поперечном одномерном электростатическом поле. Направим ось z вдоль направления поступательного движения электронов, а ось x — вдоль градиента потенциала $U(x)$. Тогда скорость $\mathbf{v}$ электрона запишется в виде $\mathbf{v}=v_x\mathbf{e}_x+v_z\mathbf{e}_z$ ($\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_z$ — координатные орты). Полная энергия электрона $E=m\gamma+U(x)$ (γ — лоренц-фактор частицы, $c=1$). Поскольку $U(x)\ll E$, то энергия (с точностью до U^2/E) $E\approx E_{\parallel}+\varepsilon$, где $E_{\parallel}=\sqrt{p_{\parallel}^2+m^2}$, $p_{\parallel}=mv_z\gamma$, а $\varepsilon=E_{\parallel}v_x^2/2+U(x)$ — энергия поперечного движения. Так как поперечная координата является периодической функцией времени, то ее можно представить в виде $x=\sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty}x_n e^{in(\Omega t+\varphi_0)}$, где x_n — амплитуда n-й гармоники, φ_0 — начальная фаза колебаний, $\Omega=\Omega(\varepsilon, E_{\parallel})$ — их частота (зависящая от продольной и поперечной энергии). При выполнении условия синхронизма $\omega-k_z v_z\approx n\Omega$ усреднение по быстрым осцилляциям позволяет получить уравнения, описывающие «медленное» изменение величин $E_{\parallel}$, ε, v_z, θ ($\theta=\omega t-k_z z(t)-n\int\Omega(t)dt$), которые можно привести к универсальному виду уравнений ЛСЭ (см., например, [1])

$$\frac{d\eta_j}{dZ}=v_{xn}(\varepsilon_j)\,\mathrm{Re}\left(ae^{i\theta_j}\right),\qquad \frac{d\theta_j}{dZ}=\delta(\varepsilon_{0j})+\mu(\varepsilon_j)\,\eta_j, \tag{1}$$

$$\frac{da}{dZ}=\frac{\omega_p^2}{2\omega^2}\langle v_{x-n}e^{-i\theta}\rangle, \tag{2}$$

где $a=eE_x/\omega E_{\parallel 0}$, $Z=\omega z$, $\eta_j=1-E_{\parallel j}/E_{\parallel 0}$, $\omega_p^2=4\pi ne^2/m\gamma$, n — концентрация электронов, E_x — x-компонента напряженности электромагнитного поля, а остальные «электронные» переменные имеют нетривиальную зависимость от поперечной энергии

$$\delta(\varepsilon_{0j})=\frac{\omega-k_z v_z-n\Omega(\varepsilon_{0j})}{\omega},\qquad \mu(\varepsilon_j)=\left(\frac{3}{4\gamma^2}-\frac{n\Omega(\varepsilon_j)}{2\omega}+\frac{m}{2\omega\gamma}\frac{\partial n\Omega}{\partial\varepsilon_j}\right). \tag{3}$$

Угловые скобки в (2) обозначают усреднение по электронам $\langle x\rangle=\frac{1}{N}\sum\limits_{j=1}^{N}x_j$, где j — номер электрона.

Формула (3), во-первых, обобщает соответствующую формулу из [1] на случай АП. Во-вторых, она уточняет формулу для параметра неизохронности в гармоническом потенциале. В ней учтено несодержащееся в [1] слагаемое, связанное с зависимостью продольной скорости от поперечной энергии, которое и в гармоническом строфотроне является величиной одного порядка с учтенными в [1]. Анализируя стандартным методом устойчивость системы уравнений (1), (2), приходим к дисперсному уравнению

$$\Gamma=\frac{\omega_p^2}{2\omega^2}\int\limits_0^{\varepsilon_{max}} d\varepsilon f(\varepsilon)\frac{|v_{xn}(\varepsilon)|^2\mu(\varepsilon)}{(\Gamma+\delta(\varepsilon))^2}, \tag{4}$$

мнимая часть корня которого дает инкремент роста неустойчивого решения ($f(\varepsilon)$ — начальная функция распределения по поперечным энергиям, ε_{max} — высота потенциального барьера). Основные черты неустойчивости, описываемой уравнением (4) в обсуждаемых (см. [2-3]) ЛСЭ, можно аналитически исследовать для ступенчатой функции распределения

$$f(\varepsilon)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\Delta\varepsilon}, & |\varepsilon-\varepsilon_0|<\Delta\varepsilon,\\ 0, & |\varepsilon-\varepsilon_0|>\Delta\varepsilon.\end{cases}$$

В этом случае (4) сводится к алгебраическому уравнению

$$\Gamma^3+2\delta(\varepsilon_0)\Gamma^2+\left(\delta^2(\varepsilon_0)-\left(\frac{\partial\Omega}{\partial\varepsilon}\frac{\Delta\varepsilon}{\omega}\right)^2\right)\Gamma-\rho^3=0, \tag{5}$$

где $\rho=(\omega_p^2/2\omega^2\,|v_{xn}(\varepsilon_0)|^2\mu(\varepsilon_0))^{1/3}$.

Исследование уравнения (5) показывает, что инкремент неустойчивости близок к своему максимальному значению $\Gamma''=\sqrt{3}/2\omega\rho$, если

$$\frac{\partial\Omega}{\partial\varepsilon}\Delta\varepsilon\lesssim\omega\rho. \tag{6}$$

Условие (6) позволяет определить (в случае АП) интервал поперечных энергий, содержащий электроны, резонансно взаимодействующие с волной. С другой стороны, из (6) получаем оценку применимости в реальной ситуации теории гармонического строфотрона $\partial\Omega/\partial\varepsilon\ll\omega\rho/\varepsilon_{max}$. Для ЛСЭ, рассмотренных в [2, 3], $\partial\Omega/\partial\varepsilon\sim\Omega/\varepsilon_{max}$, и нетрудно убедиться в том, что из членов, входящих в параметр неизохронности, наибольшую величину имеет тот, в который входит $\partial\Omega/\partial\varepsilon$. Действительно, сравнивая слагаемые, входящие в $\mu(\varepsilon)$, имеем $\partial\Omega/\partial\varepsilon\ m/\omega\gamma/1/\gamma^2\sim m/\varepsilon_{max}\gamma\gg1$ (последнее неравенство использует дипольное приближение, равносильное условию $\varepsilon_{max}\gamma/m\gg1$). Таким образом, инкремент неустойчивости определяется в этом случае механизмом, связанным с ангармоничностью поперечного потенциала.

Литература

[1] *Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Петелин М. И.* // Изв. АН СССР. 1980. Т. 44. № 8. С. 1593—1602.

[2] *Высоцкий В. И., Кузьмин Р. Н.* // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 7. С. 1254—1260.

[3] *Kurezki G., Strauss M., Oreg J., Rostoker N.* // Phys. Rev. A. 1987. Vol. 35. N 8. P. 3424—3432.

[4] *Нерсесов Э. А., Оганесян К. Б., Федоров М. В.* // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 12. С. 2402—2404.

Научно-исследовательский институт ядерных проблем при Белорусском государственном университете им. В. И. Ленина
Минск

Поступило в Редакцию
29 июля 1987 г.
В окончательной редакции
16 мая 1988 г.