1989 ЖУРНАЛ ТЕХНИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ Том 59, в. 2
1989 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 59, № 2

01; 04; 08

АКУСТИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ НЕСАМОСТОЯТЕЛЬНОГО РАЗРЯДА В ЭЛЕКТРООТРИЦАТЕЛЬНЫХ ГАЗАХ

Н. А. Блинов, А. Ю. Лезин, В. Н. Золотков, В. П. Синельников, Н. В. Чебуркин

Теоретически исследована устойчивость акустических возмущений в несамостоятельном разряде в электроотрицательных газах. Показано, что полученная акустическая неустойчивость обусловлена резонансным взаимодействием неустойчивых колебаний заряженной компоненты плазмы разряда, связанных с прилипанием, и акустических колебаний нейтральной компоненты. При этом может реализовываться условие, когда акустические возмущения усиливаются с временны́м инкрементом, определяемым прилипательной неустойчивостью. Получено угловое распределение инкремента неустойчивости. Его анизотропия обусловлена анизотропией инкремента прилипательной неустойчивости по отношению к направлению электрического поля в разряде.

В настоящее время выделены и достаточно хорошо изучены основные типы неустойчивостей несамостоятельного газового разряда [1]. Так, в работах [2, 3], исходя из модельной зависимости проводимости плазмы от плотности нейтральной компоненты, рассмотрена перегревная неустойчивость, связанная с джоулевым тепловыделением. В рамках этой модели акустические возмущения затухают, а энтропийные возрастают с характерным тепловым инкрементом. С другой стороны, в [4] для одномерного случая в предположении неизменной плотности нейтральной компоненты была исследована прилипательная неустойчивость, инкремент которой может на несколько порядков превышать тепловой. В представленной работе показано, что наличие связи между колебаниями заряженной и нейтральной компонент может приводить к эффективной раскачке акустических возмущений с инкрементом, сравнимым с инкрементом прилипательной неустойчивости.

Для описания заряженной компоненты использовалось двумерное обобщение системы уравнений, приведенной в [4].

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \operatorname{div}(n_e \mu_e \mathbf{E}) = S - \beta n_e - \alpha_1 n_e n_+,$$

$$\frac{\partial n_-}{\partial t} + \operatorname{div}(n_- \mu_- \mathbf{E}) = \beta n_e - \alpha_2 n_+ n_-,$$

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \tag{1}$$

где

$$\mathbf{j} = e\mathbf{E}(\mu_+ n_+ - \mu_- n_- - \mu_e n_e), \quad \mathbf{E} = -\nabla\varphi.$$

Здесь n_e, μ_e, n_+, μ_+, n_-, μ_- — концентрации и подвижности электронов, положительно и отрицательно заряженных ионов соответственно; S — скорость внешней ионизации; β — частота прилипания; $\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx \alpha$ — коэффициент рекомбинации; $\mathbf{j}$ — плотность тока; e — заряд электрона; $\mathbf{E}$, φ — напряженность и потенциал электрического поля.

Члены, связанные с учетом нейтралов, выполняли роль источника. Аналогичным образом преобразовывалась система уравнений гидродинамики нейтральной компоненты [2, 3], в которой источник обусловлен возмущением заряженной компоненты.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_0 \mathbf{v}) = 0,$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla)\mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\rho},$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{P}{\gamma-1} + \frac{\rho \mathbf{v}^2}{2}\right) + \operatorname{div}\left[\mathbf{v}\left(\frac{\gamma P}{\gamma-1} + \frac{\rho \mathbf{v}^2}{2}\right)\right] = (\mathbf{j}, \mathbf{E}), \tag{2}$$

где ρ, $\mathbf{v}$, P, γ — плотность, скорость, давление и показатель адиабаты нейтральной компоненты. Учет связи между обеими компонентами осуществляется через источники.

Определение взаимодействующих мод производилось независимо для каждой из систем (1) и (2) с нулевым источником методом ВКБ [5] ($\omega \gg \alpha n_e$). Известно, что точность этого метода возрастает с уменьшением длины волны возмущения, однако область применения полученных решений ограничена длинами волн, при которых становится необходим учет диссипативных процессов и конечности длины установления электронной температуры [1].

Заряженная компонента характеризуется тремя типами мод: одной бегущей и двумя неподвижными. Для всех мод скорости распространения и инкременты сильно зависят от угла между волновым вектором возмущений и направлением дрейфа отрицательных ионов.

Аналогично [2, 3] для нейтральной компоненты существует также три типа мод: две затухающие акустические и одна возрастающая неподвижная. Фазовая скорость акустических мод непрерывно увеличивается со временем благодаря постоянно действующему джоулеву нагреву.

Использованная методика позволяет записать дисперсионные соотношения для различных пар взаимодействующих мод в стандартном виде, удобном для анализа и классификации неустойчивости [6]

$$D(\omega, \mathbf{k}) = (\mathbf{k} - \mathbf{k}_1(\omega))(\mathbf{k} - \mathbf{k}_2(\omega)) - A(\omega, \mathbf{k}) = 0, \tag{3}$$

где $A(\omega, \mathbf{k})$ — коэффициент связи мод.

Известно, что эффективность взаимодействия резко возрастает при выполнении условия синхронизма $\mathbf{k}_1(\omega) = \mathbf{k}_2(\omega)$, $A(\omega, \mathbf{k}) \neq 0$. При этом вблизи точки синхронизма взаимодействующие волны теряют свою индивидуальность и их необходимо рассматривать совместно. Если во взаимодействии принимает участие хотя бы одна акустическая мода, то точка синхронизма перемещается по комплексной плоскости из-за увеличения скорости звука вследствие джоулева нагрева. В этом случае можно говорить об адиабатическом синхронизме, если характерное время изменения инкремента неустойчивости оказывается намного больше характерного времени развития самой неустойчивости

$$\left|\frac{\partial\left(\frac{1}{\Omega}\right)}{\partial c}\right| \frac{\partial c}{\partial t} \ll 1, \tag{4}$$

где Ω — инкремент неустойчивости, $c(t)$ — скорость звука.

Результаты анализа имеют наиболее простой вид в случае выполнения условий $|\mu_e| \gg |\mu_-| \simeq |\mu_+|$, $n_e \approx n_+ \gg n_-$, для подвижностей и концентраций носителей электрического заряда, и $\beta \ll \alpha n_e^0 \ll \beta\hat{\beta}$, где $\hat{\beta} = \partial(\ln\beta)/\partial(\ln E/N)$ (N — концентрация нейтралов), для частот прилипания и рекомбинации. Для пары взаимодействующих мод, определяющих акустическую неустойчивость, дисперсионное соотношение (3) можно записать в виде

$$\left(k - \frac{\omega}{V_-\cos\theta} - \frac{i\nu_1}{V_-\cos\theta}\right)\left(k + \frac{\omega}{c_\pm} - i\frac{\nu_2}{c_\pm}\right) = A_\pm(\omega, k, \theta). \tag{5}$$

Здесь θ — угол, отсчитываемый от направления дрейфовой скорости отрицательных ионов $\mathbf{V}_- = \mu_-\mathbf{E}$; $c_\pm = \pm c$ ($c = \sqrt{\gamma P/\rho}$) — скорость звука для двух независимых акустических мод, распространяющихся в противоположных направлениях; $\nu_1=2\beta\hat{\beta}\cos^2\theta-\beta-\alpha n_e$ — инкремент прилипательной неустойчивости при $N=\mathrm{const}$; $\nu_2=(3/4-1/2\gamma\cos 2\theta)\nu_т$ — декремент затухания звука при $n_e=\mathrm{const}$; $\nu_т=\frac{(\gamma-1)}{\gamma}\frac{(\mathbf{j},\ \mathbf{E})}{P}$ — характерная частота тепловыделения.

Точка синхронизма дисперсионного соотношения (5) лежит на мнимой оси и определяется выражением

$$\omega^s_\pm=-i\frac{\nu_1 c_\pm-\nu_2 V_-\cos\theta}{c_\pm+V_-\cos\theta},$$

$$k^s_\pm=i\frac{\nu_1+\nu_2}{c_\pm+V_-\cos\theta}. \tag{6}$$

В случае больших значений инкремента прилипательной неустойчивости ($\nu_1\gg\nu_2$) в окрестности точки синхронизма дисперсионное соотношение (5) для $\tilde{k}=k-k^s_\pm$, $\tilde{\omega}=\omega-\omega^s_\pm$, $|\tilde{k}|\ll|k^s_\pm|$, $|\tilde{\omega}|\ll|\omega^s_\pm|$ можно записать в виде

$$\left(\tilde{k}-\frac{\tilde{\omega}}{V_-\cos\theta}\right)\left(\tilde{k}+\frac{\tilde{\omega}}{c_\pm}\right)=A_\pm(\omega^s_\pm,\ k^s_\pm,\ \theta). \tag{7}$$

Значение коэффициента связи мод $A_\pm(\omega^s_\pm,\ k^s_\pm,\ \theta)$ берется в точке синхронизма и определяется выражением

$$A_\pm(\omega^s_\pm,\ k^s_\pm,\ \theta)=\frac{\nu_т}{c_\pm V_-}\left[(1+\xi_\pm)\nu_e+(1-\xi_\pm)\sin^2\theta\beta\hat{\beta}\right]\frac{\cos 2\theta}{\cos\theta},$$

$\nu_R=\alpha n_e$ — частота рекомбинации, $\xi_\pm=V_-\cos\theta/c_\pm$, $|\cos\theta|\gg\sqrt{\nu_R/2\beta\hat{\beta}}$.

Решение уравнения (7) запишется в виде

$$\omega^{1,2}_\pm=\omega^s_\pm+\frac{1}{2}\tilde{k}(V_-\cos\theta-c_\pm)\pm\sqrt{\frac{\tilde{k}^2}{4}(V_-\cos\theta+c_\pm)^2-A_\pm(\omega^s_\pm,\ k^s_\pm,\ \theta)V_-\cos\theta\, c_\pm},$$

$$k^{1,2}_\pm=k^s_\pm+\frac{\tilde{\omega}}{2}\left(\frac{1}{V_-\cos\theta}-\frac{1}{c_\pm}\right)\pm\sqrt{\frac{\tilde{\omega}^2}{4}\left(\frac{1}{V_-\cos\theta}+\frac{1}{c_\pm}\right)^2+A_\pm(\omega^s_\pm,\ k^s_\pm,\ \theta)}. \tag{8}$$

Введем следующие обозначения:

$$\tilde{\Omega}_\pm(\tilde{k},\ \theta)=\frac{c_+\tilde{k}(1+\xi_\pm)}{2}\sqrt{\left(\frac{\hat{k}_\pm}{\tilde{k}}\right)^2-1},$$

$$\hat{k}_\pm=\frac{2\sqrt{|A_\pm(\omega^s_\pm,\ k^s_\pm,\ \theta)\,\xi_\pm|}}{(1+\xi_\pm)},\quad \hat{\omega}_\pm=\frac{2|c_+\xi_+|\sqrt{|A_\pm(\omega^s_\pm,\ k^s_\pm,\ \theta)|}}{(1+\xi_\pm)},$$

$$F^{1,2}_\pm(\tilde{\omega},\ \theta)=\frac{(1+\xi_\pm)}{(1-\xi_\pm)}\sqrt{1\pm\left(\frac{\hat{\omega}_\pm}{\tilde{\omega}}\right)^2},\quad \tilde{g}_\pm(\tilde{\omega},\ \theta)=\sqrt{\left(\frac{\hat{\omega}_\pm}{\tilde{\omega}}\right)^2-1}. \tag{9}$$

Характер неустойчивости определяется расположением точек ветвления функции $k_\pm=k_\pm(\tilde{\omega})$ на комплексной плоскости относительно действительной оси. Если параметр взаимодействия мал $\left(\sqrt{|A_\pm(\omega^s_\pm,\ k^s_\pm,\ \theta)|}\ll k^s_\pm|\right)$, то точки ветвления (7) располагаются вблизи точек синхронизма. Тогда для $\omega^{1,2}_\pm$ и $k^{1,2}_\pm$ получим при $0\leqslant\theta\leqslant\theta^*\left(\theta^*=\arccos\sqrt{\nu_R/2\beta\hat{\beta}}\right)$ режим абсолютной неустойчивости с временным инкрементом

$$\Omega_+=\frac{\nu_1}{1+\xi_+}\pm\begin{cases}0 & \text{при } 0\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{4}\ \text{и}\ \frac{\pi}{4}<\theta\leqslant\theta^*,\ \tilde{k}\geqslant\hat{k}_+,\\ \tilde{\Omega}_+(k,\ \theta)\ \text{при} & \frac{\pi}{4}<\theta\leqslant\theta^*,\ \tilde{k}<\hat{k}_+.\end{cases} \tag{10}$$

При этом длина волны возмущений равна

$$\Lambda_+=\frac{2V_-\cos\theta}{\tilde{\omega}(1-\xi_+)}\begin{cases}1 & \text{при } 0\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{4},\ \tilde{\omega}\leqslant\hat{\omega}_+,\\ (1\pm F^2_+)^{-1} & \text{при } 0\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{4},\ \tilde{\omega}>\hat{\omega}_+,\\ (1\pm F^1_+)^{-1} & \text{при } \frac{\pi}{4}\leqslant\theta\leqslant\theta^*.\end{cases} \tag{11}$$

Отметим, что в (10), (11) и далее при $A_+(\omega_\pm^s, k_\pm^s, \theta) \to 0$ знак плюс $b(1 \pm F_+^2)^{-1}$ соответствует плазменной моде, а минус — акустической.

Для $\frac{\pi}{4} + \theta^* \leqslant \theta \leqslant \pi$ осуществляется режим конвективной неустойчивости с пространственным инкрементом

$$g_+ = \frac{\nu_1}{c_+(1+\xi_+)} \pm \begin{cases} \tilde{g}_+(\tilde{\omega}, \theta) & \text{при } \theta^* + \frac{\pi}{2} \leqslant \theta \leqslant \frac{3\pi}{4}, \ \tilde{\omega} \leqslant \tilde{\omega}_+, \\ 0 & \text{при } \theta^* + \frac{\pi}{2} \leqslant \theta \leqslant \frac{3\pi}{4}, \ \tilde{\omega} > \tilde{\omega}_+, \\ 0 & \text{при } \frac{3a}{4} < \theta \leqslant \pi \end{cases} \tag{12}$$

с длиной волны

$$\Lambda_+ = \frac{2V_- \cos\theta}{\tilde{\omega}(\xi_+ - 1)} \begin{cases} 1 & \text{при } \frac{\pi}{2} + \theta^* \leqslant \theta \leqslant \frac{3\pi}{4}, \ \tilde{\omega} \leqslant \tilde{\omega}_+, \\ (1 \pm F_+^2)^{1} & \text{при } \frac{\pi}{2} + \theta^* \leqslant \theta \leqslant \frac{3\pi}{4}, \ \tilde{\omega} > \tilde{\omega}_+, \\ (1 \pm F_+^1)^{-1} & \text{при } \frac{3\pi}{4} < \theta \leqslant \pi. \end{cases} \tag{13}$$

Для $\omega_-^{1,2}$ и $k_-^{1,2}$ при $0 \leqslant \theta \leqslant \theta^*$ акустические возмущения затухают с пространственным декрементом

$$g_- = \frac{\nu_1}{c(1+\xi_-)} \pm \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{4}, \\ 0 & \text{при } \frac{\pi}{4} < \theta \leqslant \theta^*, \ \tilde{\omega} \geqslant \tilde{\omega}_-, \\ \tilde{g}_-(\tilde{\omega}, \theta) & \text{при } \frac{\pi}{4} < \theta \leqslant \theta^*, \ \tilde{\omega} < \tilde{\omega}_- \end{cases} \tag{14}$$

и длиной волны

$$\Lambda_- = \frac{2V_- \cos\theta}{\tilde{\omega}(1+\xi_-)} \begin{cases} (1 \pm F_-^1)^{-1} & \text{при } 0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{4}, \\ (1 \pm F_-^2)^{1} & \text{при } \frac{\pi}{4} < \theta \leqslant \theta^*, \ \tilde{\omega} \geqslant \tilde{\omega}_-, \\ 1 & \text{при } \frac{\pi}{4} < \theta \leqslant \theta^*, \ \tilde{\omega} < \tilde{\omega}_-. \end{cases} \tag{15}$$

Для $\frac{\pi}{2} + \theta^* \leqslant \theta \leqslant \pi$ осуществляется режим абсолютной неустойчивости с временным инкрементом

$$\Omega_- = \frac{\nu_1}{(1+\xi_-)} \pm \begin{cases} \Omega_-(\tilde{k}, \theta & \text{при } \frac{\pi}{2} + \theta^* \leqslant \theta \leqslant \frac{3\pi}{4}, \ \tilde{k} \leqslant \tilde{k}_-, \\ 0 & \frac{\pi}{2} + \theta^* \leqslant \theta \leqslant \frac{3\pi}{4}, \ \tilde{k} > \tilde{k}_-, \\ 0 & \frac{3\pi}{4} \theta \leqslant \pi \end{cases} \tag{16}$$

и длиной волны

$$\Lambda_- = -\frac{2V_- \cos\theta}{\tilde{\omega}(1-\xi_-)} \begin{cases} (1 \pm F_+^1)^{-1} & \text{при } \frac{\pi}{2} + \theta^* \leqslant \theta \leqslant \frac{3\pi}{4}. \\ (1 + F_+^2)^{-1} & \text{при } \frac{3\pi}{4} < \theta \leqslant \pi, \ \tilde{\omega} \geqslant \tilde{\omega}_-, \\ 1 & \text{при } \frac{3\pi}{4} < \theta \leqslant \pi, \ \tilde{\omega} < \tilde{\omega}_-. \end{cases} \tag{17}$$

Из (10), (12), (14), (16) видно, что при взаимодействии колебаний заряженной компоненты плазмы разряда с акустическими возмущениями для углов $0 \leqslant \theta \leqslant \theta^*$ и $\frac{\pi}{2} + \theta^* \leqslant \theta \leqslant \pi$ осуществляется режим абсолютной неустойчивости с временным инкрементом

$$\Omega=\begin{cases}\dfrac{\nu_1}{1+\varepsilon_+} & \text{при } 0\leqslant\theta\leqslant\dfrac{\pi}{4}\ \text{ и }\ \dfrac{\pi}{4}<\theta\leqslant\theta^*,\ \tilde{k}\geqslant\tilde{k}_+,\\[2mm] \dfrac{\nu_1}{1+\xi_+}+\tilde{\Omega}_+(\tilde{k},\ \theta) & \text{при } \dfrac{\pi}{4}<\theta\leqslant\theta^*,\ \tilde{k}<\tilde{k}_+,\\[2mm] \dfrac{\nu_1}{1+\xi_-}+\tilde{\Omega}_-(\hat{k},\ \theta) & \text{при } \dfrac{\pi}{2}+\theta^*\leqslant\theta\leqslant\dfrac{3\pi}{4},\ \tilde{k}\leqslant\tilde{k}\ ,\\[2mm] \dfrac{\nu_1}{1+\xi_-} & \text{при } \dfrac{\pi}{2}+\theta^*\leqslant\theta\leqslant\dfrac{3\pi}{4},\ \tilde{k}>\tilde{k}_-\ \text{ и }\ \dfrac{3\pi}{4}<\theta\leqslant\pi.\end{cases}$$

Максимальные значения инкремента достигаются при $\theta\approx 0,\ \pi$, т. е. при распространении возмущений вдоль или против направления дрейфа отрицательных ионов.

Отметим, что полученная акустическая неустойчивость обусловлена резонансным взаимодействием неустойчивых колебаний заряженной компоненты, связанных с прилипанием, с акустическими колебаниями нейтральной компоненты. Особого внимания заслуживает тот факт, что в плазме с прилипательной неустойчивостью может реализоваться условие, когда акустические возмущения не затухают, как в [2, 3], а усиливаются с инкрементом, определяемым прилипательной неустойчивостью. При этом $gc\nu_T^{-1}$, $\Omega\nu_T^{-1}\sim\beta\hat{\beta}\nu_T^{-1}\gg 1$. Для случая $CO_2 : N_2 : He=1 : 3 : 2$, $\beta\hat{\beta}\nu_T^{-1}\approx 180$. По-видимому, рассмотренный эффект усиления звука может приводить к беспороговому ВРМБ вперед, как в [7].

Литература

[1] *Ю. П. Райзер.* Основы современной физики газоразрядных процессов. М.: Наука, 1980.
[2] *Jacob J. H., Mani S. A.* // Appl. Phys. Lett. 1975. Vol. 26. N 2. P. 53—55.
[3] *Н. А. Блинов, В. В. Бойко, И. А. Леонтьев* и др. // ЖВМ. 1986. Т. 26. № 5. С. 723—733.
[4] *Douglas-Hamilton D. H., Mani S. A., Patrick R. M.* // J. Appl. Phys. Vol. 45. N 8. P. 4406—4415.
[5] *В. Гийемин, С. Стернберг.* Геометрические асимптотики. М.: Мир, 1981. 504 с.
[6] *А. М. Федорченко, Н. Я. Коцаренко.* Абсолютная и конвективная неустойчивость в плазме и твердых телах. М.: Наука, 1981. 176 с.
[7] *Н. Е. Молевич, А. Н. Ораевский* // Квант. электр. 1987. Т. 14. № 8. С. 1678—1684.

Поступило в Редакцию
10 февраля 1988 г.