

01; 10

О ВОЗМОЖНОСТИ ЕДИНОГО ОПИСАНИЯ КОРПУСКУЛЯРНО-ОПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ КОНИЧЕСКИХ ОТКЛОНЯЮЩИХ СИСТЕМ

Г. А. Доскеев, И. Ф. Спивак-Лавров

Вычисление потенциалов электрических и магнитных полей конусовидных и клиновидных призм сведено к решению двумерной задачи Дирихле. С помощью преобразования Шварца—Кристоффеля найдены простые выражения для распределения потенциалов. Приведено конформное преобразование, позволяющее унифицировать выражения для расчета потенциалов поля конических отклоняющих систем. Получены удобные для проведения расчетов точные уравнения траектории заряженной частицы в таких системах. Исследуются условия прохождения заряженных частиц через ахроматичную конусовидную призму и ее угловые хроматические и геометрические аберрации.

Конусовидные и клиновидные призмы принадлежат к классу конических отклоняющих систем и обладают рядом общих корпускулярно-оптических свойств (см., например, [1, 2]). В этих призмах реализуются электрические и магнитные поля конического типа, эквипотенциальные поверхности которых совпадают с произвольными коническими поверхностями, имеющими общую вершину. В сферической системе координат r, ϑ, ψ с началом в вершине конических поверхностей такие поля описываются электростатическим φ и скалярным магнитостатическим ω потенциалами, зависящими только от угловых переменных ϑ, ψ . Кроме того, поля конических отклоняющих систем обладают средней плоскостью, являющейся плоскостью симметрии электрического и антисимметрии магнитного полей.

При расчете потенциалов полей конического типа декартовы координаты x, y, z , согласованные со сферическими r, ϑ, ψ , обычно выбирают, руководствуясь соображениями удобства. Так, при описании корпускулярно-оптических свойств конусовидных призм [3–6] координаты вводились таким образом, чтобы обращенные к средней плоскости $\vartheta = \pi/2$ поверхности электродов, магнитных полюсов и экранов совпадали с поверхностями прямых круговых конусов $\vartheta = \text{const}$. При рассмотрении клиновидных призм (см., например, [7–9]) координаты выбирались так, чтобы средняя плоскость совпадала с координатной поверхностью $\varphi_A = 0$, а обращенные к ней поверхности клиновидных электродов и магнитных элементов призмы совпадали с полуплоскостями $\varphi_A = \text{const}$. Здесь и в дальнейшем для того, чтобы отличать одноименные переменные, используемые для описания конусовидных и клиновидных призм, последние снабжены индексом «А».

Различный выбор координат при рассмотрении конусовидных и клиновидных призм приводит к различным разложениям потенциалов вблизи средней плоскости и, как следствие, к различным аналитическим выражениям для расчета их фокусирующих, диспергирующих и аберрационных свойств. Однако в обоих этих случаях в расчетные формулы входят лишь величины, определяемые распределением потенциалов в самой средней плоскости. Это позволяет для описания корпускулярно-оптических свойств конусовидных и клиновидных призм использовать одни и те же расчетные формулы, например полу-

ченные для описания конусовидных призм [4]. Такой подход дает определенные преимущества при проведении численных расчетов.

В свободном от зарядов и токов пространстве потенциалы φ и ω могут быть представлены в виде гармонических функций двух переменных ψ и

$$\zeta = \ln \operatorname{tg} \frac{\psi}{2}. \quad (1)$$

Связь между декартовыми координатами «клина» и «конуса» определяется соотношениями $x_{\Delta} = x$, $y_{\Delta} = z$, $z_{\Delta} = -y$. Записав эти соотношения в сферических переменных и воспользовавшись (1), получим формулы, связывающие переменные «клина» и «конуса»

$$\psi_{\Delta} = -\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\operatorname{sh} \zeta}{\cos \psi}, \quad \zeta_{\Delta} = \frac{1}{2} \ln \frac{\operatorname{ch} \zeta + \sin \psi}{\operatorname{ch} \zeta - \sin \psi}. \quad (2)$$

Используя формулы (2), потенциалы поля клиновидных призмных систем, найденные в удобных переменных «клина» ψ_{Δ} , ζ_{Δ} , можно затем переписать в переменных «конуса» ψ , ζ . Отметим, что выражения (2) определяют действительную и мнимую части аналитической функции

$$\tau_{\Delta} = -i \ln \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\tau}{2} \right), \quad (3)$$

где $\tau = \psi + i\zeta$, $\tau_{\Delta} = \psi_{\Delta} + i\zeta_{\Delta}$. При любом ином выборе координатных осей связь между этими координатами и переменными «конуса» ψ , ζ также описывается некоторой аналитической функцией, осуществляющей преобразование поворота. В результате как в случае клиновидных призм, так и в случае произвольных конических отклоняющих систем для нахождения траекторий заряженных частиц можно использовать точные уравнения траектории, описывающие движение заряженной частицы в конусовидных призмах [3]. Эти уравнения однако удобно предварительно записать в переменных r , ζ , ψ .

В переменных r , ζ , ψ функция Лагранжа частицы с зарядом e и массой покоя m с учетом релятивистской зависимости массы от скорости может быть представлена в виде

$$L = -\sqrt{1 - \left[\dot{r}^2 + \frac{r^2}{\operatorname{ch}^2 \zeta} (\dot{\zeta}^2 + \dot{\psi}^2) \right]} + F + r \left(\dot{\psi} \frac{\partial \Omega}{\partial \zeta} - \dot{\zeta} \frac{\partial \Omega}{\partial \psi} \right). \quad (4)$$

Здесь введены безразмерные потенциалы:

$$F = -\frac{e\varphi}{mc^2}, \quad \Omega = \frac{e\omega}{mc^2}, \quad (5)$$

являющиеся функциями ψ , ζ ; точки обозначают дифференцирование по переменной t^* , которая равна произведению времени t на скорость света в вакууме c ; потенциал φ считается равным нулю в той области пространства, где равна нулю скорость частицы.

Предполагая, что координата ψ вдоль траектории частицы меняется монотонно, выберем ее в качестве независимой переменной. Исключая t^* из уравнений Лагранжа с помощью закона сохранения энергии, получим следующие уравнения траектории заряженной частицы в коническом поле:

$$\begin{aligned} \mu' = 1 + \mu^2 - aG \left(\mu \frac{\partial F}{\partial \psi} + \operatorname{th} \zeta \frac{\partial F}{\partial \zeta} \right) + \operatorname{ch} \zeta \sqrt{G} \left[\left(\mu^2 + \mu \zeta' \operatorname{th} \zeta + \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \zeta} \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial \Omega}{\partial \zeta} - (\mu \operatorname{th} \zeta + \zeta') \frac{\partial \Omega}{\partial \psi} \right], \end{aligned} \quad (6)$$

$$\zeta'' = -\operatorname{th} \zeta (1 + \zeta'^2) + aG \left(\frac{\partial F}{\partial \zeta} - \zeta' \frac{\partial F}{\partial \psi} \right) + (\mu + \zeta' \operatorname{th} \zeta) \operatorname{ch} \zeta \sqrt{G} \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \psi} + \zeta' \frac{\partial \Omega}{\partial \zeta} \right). \quad (7)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\mu = \frac{r'}{r} - \zeta' \operatorname{th} \zeta, \quad a = 1 + F, \quad G = \frac{1 + \zeta'^2 + (\mu + \zeta' \operatorname{th} \zeta)^2 \operatorname{ch}^2 \zeta}{2Fr}, \quad (8)$$

$$F_r = F \left(1 + \frac{F}{2} \right), \quad (9)$$

штрихи обозначают дифференцирование по ψ . Введенная нами функция $\mu(\psi)$ имеет простой геометрический смысл, определяемый соотношением

$$\mu = \frac{(r \sin \vartheta)'}{r \sin \vartheta} = \operatorname{tg} \sigma, \quad (10)$$

где $\sigma(\psi)$ — угол, образованный лежащими в средней плоскости ($\zeta = 0$) касательной к проекции траектории и перпендикуляром к лучу $\psi = \text{const}$.

Траектории частиц на входе и на выходе из отклоняющей системы в свободных от поля предметном пространстве и пространстве изображения будем характеризовать параметрами

$$k = \frac{dx}{dy} = \operatorname{tg} \Psi = \frac{\mu - \operatorname{tg} \psi}{1 + \mu \operatorname{tg} \psi}, \quad \delta = \frac{dz}{dy} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \Psi} = -\frac{\mu \operatorname{sh} \zeta + \zeta' \operatorname{ch} \zeta}{\cos \psi + \mu \sin \psi}. \quad (11)$$

Здесь ψ — угол между касательной к проекции траектории на среднюю плоскость и осью y , а α — угол между касательной к траектории и средней плоскостью.

Если прямолинейные участки траекторий пучка частиц, входящих в систему, задать уравнениями

$$x = k_0 y + b_0, \quad z = \delta_0 y + q_0, \quad (12)$$

то начальные условия для точных уравнений траектории (6), (7) можно записать в виде

$$\mu_0 = \frac{k_0 + \operatorname{tg} \psi_0}{1 - k_0 \operatorname{tg} \psi_0}, \quad \zeta_0 = \ln(\eta_0 + \sqrt{1 + \eta_0^2}), \quad \zeta'_0 = -\frac{\mu_0 \eta_0 + \delta_0 (\cos \psi_0 + \mu_0 \sin \psi_0)}{\sqrt{1 + \eta_0^2}}, \quad (13)$$

где $\eta_0 = -(z_0 / (r \sin \vartheta))_0$, k_0 , b_0 и q_0 — постоянные. Здесь и в дальнейшем индексом «0» отмечены значения переменных в предметном пространстве в полуплоскости $\psi = \psi_0$. Отметим, что параметр η_0 отличается от параметра ε_0 , введенного в работах [3, 4], постоянным множителем $(r \sin \vartheta)_0 b_0^{-1}$.

На участках пространства, свободных от поля, решения уравнений (6), (7) $\mu(\psi)$, $\zeta(\psi)$ имеют простой вид. Так, например, в предметном пространстве

$$\mu(\psi) = \frac{k_0 + \operatorname{tg} \psi}{1 - k_0 \operatorname{tg} \psi}, \quad \operatorname{sh} \zeta(\psi) = S_1 \sin(\psi + S_2), \quad (14)$$

где введены постоянные

$$S_1 = \sqrt{(1 + \eta_0^2) \zeta'^2 + \eta_0^2}, \quad S_2 = \operatorname{arc} \sin \frac{\eta_0}{S_1} - \psi_0.$$

Одну из лежащих в средней плоскости траекторий, по которой движутся частицы, имеющие массу покоя m_c и начальную энергию $-\varepsilon_{\varphi_0}$, выберем в качестве осевой. Для нее $\eta_0 = \delta_0 = 0$, а $k_0 = k_{c0}$. Траектории, отличающиеся от осевой только начальным значением r_0 , образуют семейство гомотетичных траекторий с центром гомотетии в начале координат. Все эти траектории описываются одной и той же функцией $\mu_c(\psi) = v(\psi)$, как в [1-4], причем для них $r(\psi) = \lambda \rho(\psi)$, где λ — коэффициент гомотетии. Частицы, движущиеся по этим траекториям, образуют ленточный опорный пучок. Здесь и в дальнейшем дополнительным индексом «с» обозначены величины, относящиеся к осевой траектории $\rho(\psi)$. Если опорному пучку отвечают распределения безразмерных потенциалов $F = F_c(\psi, \zeta)$ и $\Omega = \Omega_c(\psi, \zeta)$, то частицам с относительными отклонениями массы $\varepsilon_5 = (m - m_c) / m_c$ и начальной энергии $\varepsilon_4 = \varphi_0 - \varphi_{c0} / \varphi_{c0}$ соответствуют потенциалы

$$F = \frac{F_c \left(1 + \frac{F_{c0}}{F_c} \varepsilon_4 \right)}{1 + \varepsilon_5}, \quad \Omega = \frac{\Omega_c}{1 + \varepsilon_5}. \quad (15)$$

Переходя к нерелятивистскому приближению, в выражениях (8) следует F^r заменить на F и положить $a=1$. При этом безразмерные потенциалы удобно определить соотношениями

$$F = \frac{\varphi}{\varphi_{c0}}, \quad \Omega = \frac{c}{c} \frac{\omega}{v - m\theta\varphi_{c0}} \quad (16)$$

и вместо (15) использовать равенства

$$F = F_c + \varepsilon_4, \quad \Omega = \frac{\Omega_r}{v_1 + \varepsilon_5}. \quad (17)$$

Интегрируя точные уравнения траектории (6), (7) и определяя с помощью выражений (11) значения углов $\Psi = \Psi_b$ и $\alpha = \alpha_b$ в пространстве изображений в полуплоскости $\psi = \psi_b$, можно проанализировать зависимость $\Delta\Psi_b = \Psi_b - \Psi_{cb}$ и $\Delta\alpha_b = \alpha_b - \alpha_{cb}$ от величины параметров $\eta_0, \alpha_0, \varepsilon_3 = \Psi_0 - \Psi_{c0}, \varepsilon_4, \varepsilon_5$ и таким образом исследовать диспергирующие, фокусирующие и абберрационные свойства конических отклоняющих систем. В частности, так могут быть определены пределы применимости теории геометрических угловых абберраций и теории хроматических абберраций, развитых в [4, 6]. Отметим, что для выбранного нами опорного пучка в случае симметричной осевой траектории $\Psi = \Psi_b$.

Остановимся на расчете потенциалов поля конических отклоняющих систем в приближении, когда зазоры между их электродами и магнитными элементами считаются бесконечно узкими. В работе [10] приведены простые выражения, описывающие поля клиновидных призмных систем с пренебрежимо малыми зазорами между электродами. Такие системы, в частности трех- и пятиэлектродные клиновидные призмы, были ранее рассмотрены в [9]. Формула для распределения потенциала φ , полученная в [10], выгодно отличается от аналогичной формулы, приведенной в [9], тем, что она не содержит громоздких сумм и справедлива при произвольных значениях двугранного угла между клиновидными электродами. Кроме того, работы [9, 10] отличаются выбором декартовых координат. Отмечая координаты, использованные в [10] индексом «Л1», найдем, что связь между сферическими координатами $\vartheta_{\Delta 1}, \psi_{\Delta 1}$ и переменными «конуса» ψ, ζ задается преобразованием поворота

$$\tau_{\Delta 1} = i \ln \operatorname{tg} \frac{\tau}{2}. \quad (18)$$

Здесь также, как и в (3), $\tau_{\Delta 1} = \psi_{\Delta 1} + i\zeta_{\Delta 1}$, а $\zeta_{\Delta 1}$ связано с $\vartheta_{\Delta 1}$ соотношением (1).

Конические поля, создаваемые электродами, поверхности которых совпадают с поверхностью прямого кругового конуса с разрезами вдоль образующих, рассмотрены в работах [11-13]. Первоначально в работе [11] для случая пренебрежимо малых зазоров между электродами были получены выражения для потенциалов в виде рядов Фурье по переменной ψ . В работах [12, 13] в результате суммирования рядов для этих же потенциалов удалось записать замкнутые выражения в элементарных функциях.

Остановимся подробнее на возможности суммирования рядов, входящих в [11]. При переходе к переменным ψ, ζ поверхность кругового конуса отображается в прямую $\tau = \psi - i\zeta_k$ в комплексной τ -плоскости (ζ_k — положительная постоянная, связанная с углом раствора конуса соотношением (1)). В результате граничные условия Дирихле, заданные на поверхности конуса, переходят в периодические по ψ граничные условия, заданные на указанной прямой. Как следствие этого, в выражениях для потенциалов возникают ряды Фурье по координате ψ . С помощью конформного преобразования

$$\omega = \exp(-i\tau + \zeta_k) \quad (19)$$

полуплоскость $\zeta < -\zeta_k$ отображается во внутренность единичного круга. Здесь и в дальнейшем $w = u + iv, \tau = \psi + i\zeta$. При этом автоматически учитывается периодичность граничных условий по координате ψ , а возникающая в комплексной w -плоскости двумерная задача Дирихле решается в элементарных функциях. В результате получаются замкнутые выражения для потенциалов, приведенные в [12, 13].

Поля конусовидных призм, рассмотренных в работах [4-6], отличаются от полей конусовидных радиальных систем, исследованных в [11-13], тем, что для них граничные условия Дирихле задаются на поверхностях двух прямых круговых конусов, имеющих общую вершину и ось вращения и расположенных симметрично относительно средней плоскости $\vartheta = \pi/2$. Область, заключенная между этими коническими поверхностями, при переходе в комплексную

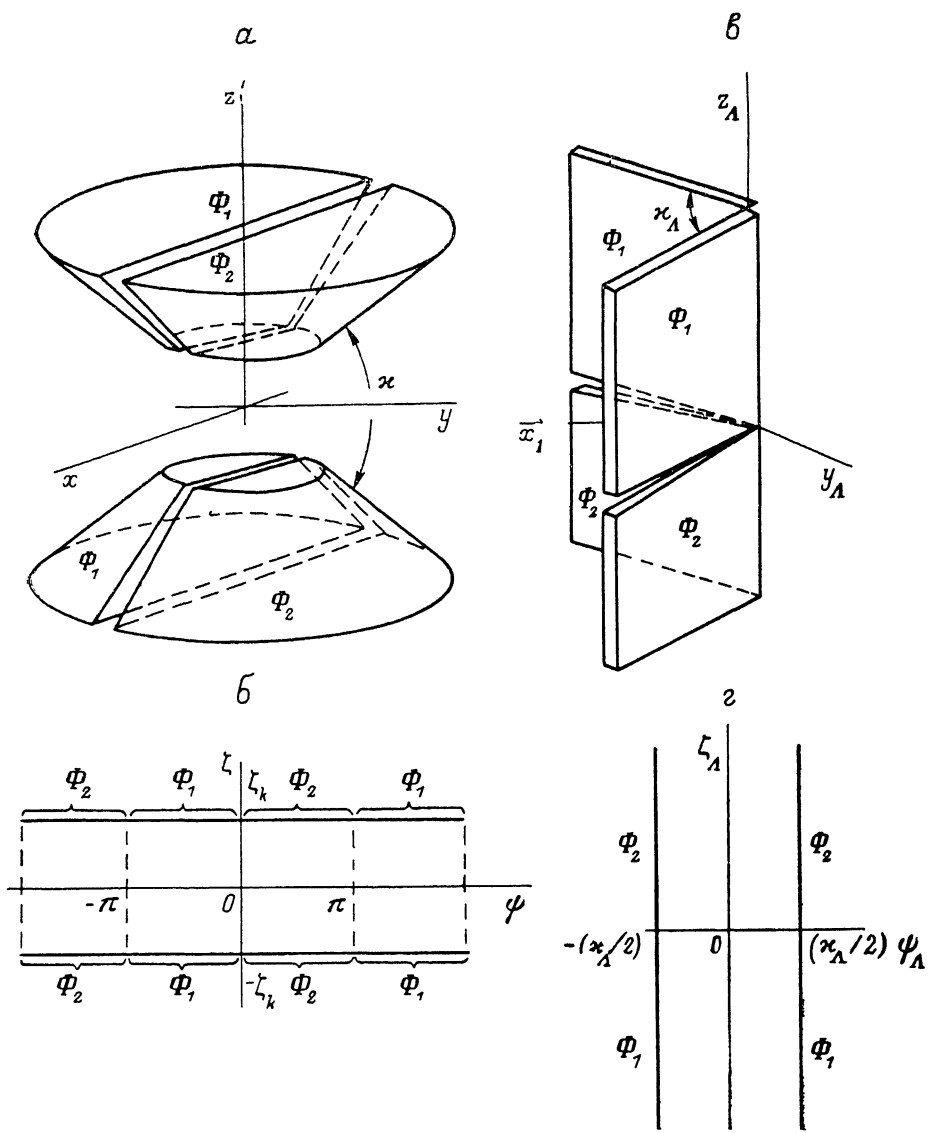


Рис. 1.

a, b — двухэлектродная конусовидная призма и соответствующая граничная задача в плоскости $\tau = \psi + i\zeta$; a, z — двухэлектродная клиновидная призма и соответствующая граничная задача в плоскости $\tau_\Delta = \psi_\Delta + i\zeta_\Delta$.

τ -плоскость отображается на симметричную относительно оси ψ полосу, для которой $-\zeta_k \leq \zeta \leq \zeta_k$. Здесь, согласно (1), ζ_k связано с углом α между обращенными к средней плоскости образующими конусов соотношением

$$\zeta_k = \ln \operatorname{tg} \frac{\pi + \alpha}{4}. \quad (20)$$

Вычисление потенциалов поля конусовидных призм методом Фурье [5, 6] так же, как и в [11], приводит к появлению медленно сходящихся тригонометрических рядов. Просуммировать эти ряды тем же методом, что в [12, 13], не уда-

ется. Это связано с тем, что во внутренность единичного круга в w -плоскости указанная полоса отображается уже не преобразованием (19), а преобразованием

$$w = i \operatorname{th} \frac{\pi \tau}{4\zeta_k}. \quad (21)$$

Нетрудно убедиться в том, что при использовании конформного преобразования (21) в выражениях для потенциалов по-прежнему возникают ряды. Таким образом, видимо, целесообразно ставить вопрос не о точном суммировании рядов, а лишь об улучшении их сходимости. Отметим, в частности, предложенный в [6] метод улучшения сходимости тригонометрических рядов, входящих в выражения для потенциалов, полученные в [5, 6]. Однако применять этот метод целесообразно лишь в тех случаях, когда угол κ достаточно велик. В противном случае лучше использовать изложенный ниже метод, связанный с применением подходящего конформного отображения и принципа суперпозиции.

На рис. 1 схематично показаны простейшие двухэлектродные электростатические конусовидная и клиновидная отклоняющие системы. Границы электродов в случае конусовидной призмы (рис. 1, а) задаются поверхностями прямых круговых конусов $\vartheta = \pi/2 \pm \kappa/2$, разделенными плоскостью $\psi = 0, \pi$. На рис. 1, б приведена соответствующая граничная задача, возникающая при переходе к переменным ψ, ζ . В случае клиновидной призмы (рис. 1, в) границы электродов совпадают с полуплоскостями $\psi_{\Delta} = \pm \kappa_{\Delta}/2$, разрезанными плоскостью $\psi_{\Delta} = \pi/2$. На рис. 1, г приведена соответствующая граничная задача в переменных $\psi_{\Delta}, \zeta_{\Delta}$. Обозначены также безразмерные потенциалы электродов Φ_1, Φ_2 и параметр ζ_k .

Найдем распределение потенциала $F_1(\psi, \zeta | \Phi_1, \Phi_2)$, удовлетворяющего следующим граничным условиям:

$$F_1(\psi, \pm \zeta_k | \Phi_1, \Phi_2) = \begin{cases} \Phi_1 & \text{при } \psi < 0, \\ \Phi_2 & \text{при } \psi > 0. \end{cases} \quad (22)$$

Здесь для удобства параметры Φ_1, Φ_2 введены под знак аргумента.

Воспользовавшись конформным преобразованием

$$w = i \exp\left(\frac{\pi}{2\zeta_k} \tau\right), \quad (23)$$

отобразим полосу $-\zeta_k \leq \zeta \leq \zeta_k$ на верхнюю полуплоскость плоскости w , для которой, используя интеграл Пуассона, получим следующее распределение потенциала:

$$F_1(\psi, \zeta | \Phi_1, \Phi_2) = \Phi_2 + \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\pi} \left[\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1 + u(\psi, \zeta)}{\vartheta(\psi, \zeta)} + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1 - u(\psi, \zeta)}{\nu(\psi, \zeta)} \right], \quad (24)$$

где, согласно (23),

$$u(\psi, \zeta) = -\exp\left(\frac{\pi}{2\zeta_k} \psi\right) \sin\left(\frac{\pi}{2\zeta_k} \zeta\right), \quad \nu(\psi, \zeta) = \exp\left(\frac{\pi}{2\zeta_k} \psi\right) \cos\left(\frac{\pi}{2\zeta_k} \zeta\right). \quad (25)$$

Воспользовавшись принципом суперпозиции, с помощью найденного выражения (24) легко записать точное решение двухэлектродной задачи с учетом периодичности граничных условий (рис. 1, б)

$$\begin{aligned} F(\psi, \zeta) = & -\Phi_1 - \Phi_2 + F_1(\psi, \zeta | \Phi_1, \Phi_2) + F_1(\psi - \pi, \zeta | \Phi_2, \Phi_1) + \\ & + F_1(\psi + \pi, \zeta | \Phi_1, \Phi_2) + \sum_{n=0}^{\infty} \{F_1(\psi + (2n+3)\pi, \zeta | \Phi_2, \Phi_1) + \\ & + F_1(\psi - (2n+3)\pi, \zeta | \Phi_2, \Phi_1) + F_1(\psi + 2(n+1)\pi, \zeta | \Phi_1, \Phi_2) + \\ & + F_1(\psi - 2(n+1)\pi, \zeta | \Phi_1, \Phi_2) - 2(\Phi_1 + \Phi_2)\}. \end{aligned} \quad (26)$$

Однако при малых κ , когда, согласно (20), $\zeta_k \approx \kappa/2$, ряд в (26) приводит лишь к малым поправкам к основным членам в области $-\pi \leq \psi \leq \pi$. Действи-

тельно, в средней плоскости ($\zeta=0$) члены ряда дают слагаемые, не превосходящие величины

$$2 \frac{|\Phi_1 - \Phi_2|}{\pi} \exp\left(-\frac{\pi^2}{\kappa}\right). \quad (27)$$

Даже при $\kappa=20^\circ$ экспонента в (27) меньше 10^{-13} , а при значениях $\kappa=5-10^\circ$ практически точно можно считать, что потенциал двухэлектродной конусовидной призмы определяется лишь первыми пятью слагаемыми в выражении (26). Отметим, что в области $-\pi/2 \leq \psi \leq \pi/2$ с очень хорошей точностью можно положить $F(\psi, \zeta) = F_1(\psi, \zeta | \Phi_1, \Phi_2)$.

Используя принцип суперпозиции, в том же приближении легко определить и потенциал поля более сложных конусовидных призмных систем. Так, для

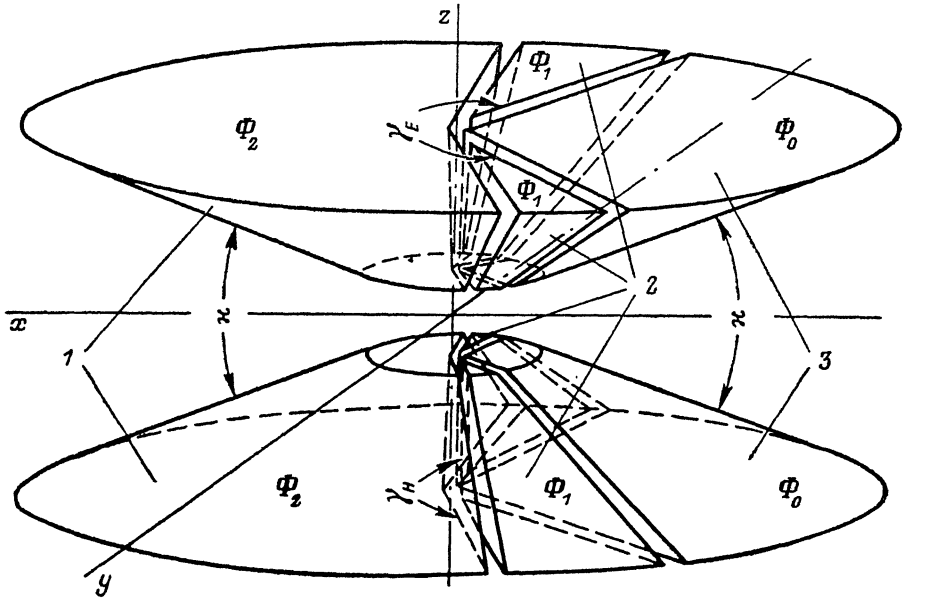


Рис. 2.

четырёхэлектродной призмы (рис. 2) с симметричным относительно плоскости xz расположением электродов 1, 2, 3 с потенциалами Φ_2, Φ_1, Φ_0 соответственно получим следующее распределение потенциала:

$$F(\psi, \zeta) = -2\Phi_1 - \Phi_2 + F_1\left(\psi + \frac{\gamma_E}{2}, \zeta | \Phi_0, \Phi_1\right) + F_1\left(\psi + \frac{\gamma_H}{2}, \zeta | \Phi_1, \Phi_2\right) + F_1\left(\psi - \frac{\gamma_H}{2}, \zeta | \Phi_2, \Phi_1\right) + F_1\left(\psi - \frac{\gamma_E}{2}, \zeta | \Phi_1, \Phi_0\right). \quad (28)$$

Здесь γ_E, γ_H — геометрические параметры, задающие положение границ электродов, определяемых полуплоскостями $\psi = \pm \gamma_E/2, \psi = \pm \gamma_H/2$.

Из (28) в случае, когда $\Phi_2 = \Phi_1$, можно получить выражение для потенциала, приведенное в [4].

По существу полученные выражения для потенциалов поля конусовидных электростатических призм описывают и поля некоторых соответствующих им клиновидных аналогов, причем в этом случае они справедливы при любых значениях двугранного угла κ_A . Так, формула (24) дает точный потенциал двухэлектродной клиновидной призмы (рис. 1, в, з)

$$F_A(\psi_A, \zeta_A) = F_1(-\zeta_A, \psi_A | \Phi_2, \Phi_1). \quad (29)$$

Однако при этом в (25) нужно положить $\zeta_k = \kappa_A/2$ и учесть изменение порядка следования аргументов в (29). С помощью принципа суперпозиции можно полу-

читать потенциалы поля более сложных клиновидных призмённых систем. Используя затем соотношения (2), можно перейти в выражениях для потенциалов к переменным «конуса» ψ, ζ . Полученные таким образом формулы в случае симметричного расположения электродов с учетом преобразования (18) совпадают с выражениями для потенциалов, приведенными в [8, 9].

Развитый подход можно использовать и для нахождения магнитостатического потенциала конусовидных призм. В этом случае роль базовой функции $F_1(\psi, \zeta | \Phi_1, \Phi_2)$ будет выполнять распределение $\Omega_1(\psi, \zeta | C_1, C_2)$, удовлетворяющее в τ -плоскости граничным условиям, представленным на рис. 3, а. Конформное преобразование (23) позволяет свести эту граничную задачу к известной граничной задаче для верхней полуплоскости w -плоскости (рис. 3, б). Применяя интеграл Пуассона для верхней полуплоскости, получим

$$\Omega_1(\psi, \zeta | C_1, C_2) = \frac{C_1 - C_2}{\pi} \left[\operatorname{arc\,tg} \frac{1 + u(\psi, \zeta)}{v(\psi, \zeta)} - \operatorname{arc\,tg} \frac{1 - u(\psi, \zeta)}{v(\psi, \zeta)} \right] - \frac{2C_1}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{u(\psi, \zeta)}{v(\psi, \zeta)}. \quad (30)$$

Здесь $u(\psi, \zeta)$ и $v(\psi, \zeta)$ определяются формулами (25).

Используя выражение (30), запишем распределение магнитостатического потенциала $\Omega(\psi, \zeta)$ в конусовидной призме (рис. 2), у которой электроды 1 одновременно являются и полюсами магнита с магнитостатическим потенциалом $\pm C_2$ при $\vartheta = \pi/2 \pm \kappa/2$ соответственно, а электроды 2, 3 — магнитными экранами с бесконечно большой магнитной проницаемостью и потенциалом $C_1 = 0$

$$\Omega(\psi, \zeta) = \Omega_1\left(\psi + \frac{\gamma_H}{2}, \zeta \left| -\frac{C_2}{2}, \frac{C_2}{2} \right.\right) + \Omega_1\left(\psi - \frac{\gamma_H}{2}, \zeta \left| \frac{C_2}{2}, -\frac{C_2}{2} \right.\right). \quad (31)$$

Это выражение фактически совпадает с распределением магнитостатического потенциала, приведенным в [4] в несколько иной форме.

Изложенный в работе метод расчета потенциалов электрических и магнитных полей конических отклоняющих систем отличается универсальностью и простотой. Получаемые с его помощью выражения для потенциалов не содержат в отличие от [5, 9] громоздких сумм и рядов, что особенно существенно при проведении численных расчетов. Записав выражения для потенциалов в переменных ψ, ζ , можно найти величины

$$f(\psi) = F(\psi, 0), \quad h(\psi) = -\frac{\partial \Omega}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=0}, \quad (32)$$

определяющие распределение электрического и магнитного полей в средней плоскости. В результате для расчета диспергирующих, фокусирующих и абберационных свойств произвольных конических отклоняющих систем, в частности клиновидных призм, можно использовать теорию, развитую в работах [4, 6], для описания конусовидных призм.

Ниже исследуется ахроматичная конусовидная призма (рис. 2), рассмотренная в [4]. Электрическое поле призмы описывалось выражением (28) при $\Phi_2 = \Phi_1$, а магнитное — выражением (31), где $C_2 = h(0) \zeta_k$. Ахроматичная призма задавалась следующими параметрами: $\kappa = 5^\circ$, $\gamma_H = 208^\circ$, $\gamma_E = 294.77^\circ$, $\Phi_1/\Phi_0 =$

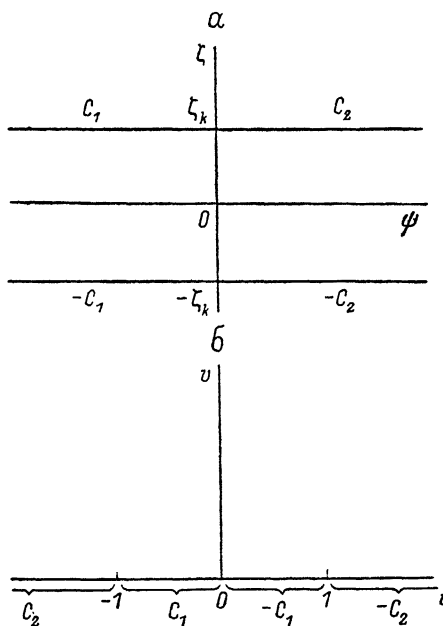


Рис. 3. Граничная задача для магнитостатического потенциала в τ -плоскости (а) и в w -плоскости (б).

C_1, C_2 — граничные значения безразмерного магнитостатического потенциала.

$=16.69$, $h(0) = 7.21$, $\Psi_{c0} = -\Psi_{cb} = 81.75^\circ$, $\psi_0 = -\psi_b = -168.4^\circ$. Путем численного интегрирования уравнений траектории (6), (7) с начальными условиями (13) были найдены допустимые значения η_0 и α_0 , при которых заряженные частицы проходят через призму, не задевая ее полегающих поверхностей, при $\varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \varepsilon_5 = 0$. В фазовой плоскости $\eta_0 \alpha_0$ эти значения соответствуют точкам, лежащим между сплошными линиями на рис. 4. Штриховыми линиями показаны границы допустимой области, отвечающие значениям $\varepsilon_4 = \pm 1$. Отметим, что изменение величины ε_3 в пределах одного градуса практически не влияет на положение найденных границ.

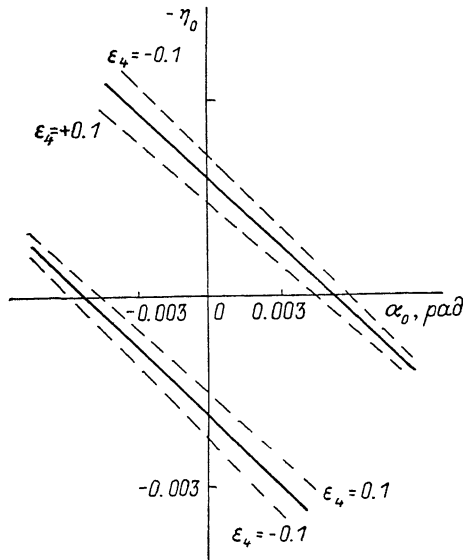


Рис. 4. Границы области допустимых значений η_0 и α_0 .

Для данной ахроматичной призмы угловая дисперсия по энергии $D_{xp} < 0.001$. Это обстоятельство, а также большая величина угловой дисперсии по массе $D_m = 47.9$ и симметрия осевой траектории позволяют в выражении для $\Delta\Psi_b$ ограничиться учетом членов первого порядка относительно ε_3 , ε_5 и второго — относительно ε_4 , η_0 , α_0

$$\Delta\Psi_b = -\varepsilon_3 + D_m \varepsilon_5 + M_1 \varepsilon_4^2 + A_1^* \eta_0^2 + A_2^* \eta_0 \alpha_0 + A_3^* \alpha_0^2 \quad (33)$$

Здесь коэффициент хроматической аберрации $M_1 = 0.495$, а аберрационные коэффициенты A_1^* , A_2^* , A_3^* , отличающиеся от одноименных коэффициентов A_1 , A_2 , A_3 в [4] из-за различия в выборе малых параметров, равны

$$A_1^* = A_1 (r_0 \sin \vartheta_0 b_0^{-1})^2 = 0.24, \quad A_2^* = A_2 r_0 \sin \vartheta_0 b_0^{-1} (\cos \Psi_{c0})^{-1} = 0.52, \\ A_3^* = A_3 (\cos \Psi_{c0})^{-2} = 1.47,$$

причем $r_0 \sin \vartheta_0 b_0^{-1} = 2.45$.

Аберрации ахроматичной призмы исследовались путем численного интегрирования точных уравнений траектории (6), (7). Ошибка в значении $\Delta\Psi_b$ не превышала 10^{-8} . Результаты вычислений приведены в таблице, где дана зависимость величины $\Delta\Psi_b$ от значений каждого из трех параметров η_0 , α_0 , ε_4 при нулевом значении четырех других параметров. Причем если от знака η_0 , α_0 значения $\Delta\Psi_b$ не зависят, то знак ε_4 влияет на величину $\Delta\Psi_b$, что и отражено в таблице. Полученные результаты показывают, что хроматические аберрации хорошо описываются членом $M_1 \varepsilon_4^2$ вплоть до значений $\varepsilon_4 = \pm 0.2$. Зависимость значений $\Delta\Psi_b$ от знака ε_4 связана с влиянием хроматических аберраций третьего порядка, которые явно незначительны. В то же время аберрационные члены в (33), связанные с коэффициентами A_1^* , A_3^* , не дают необходимого вклада в величину $\Delta\Psi_b$ даже при $\eta_0 = \alpha_0 = 0.0005$. При больших значениях η_0 и α_0 довольно четко прослеживается зависимость $\Delta\Psi_b$ от η_0^2 и α_0^2 . Таким образом, развитая в [4] теория горизонтальных угловых геометрических аберраций второго по-

Зависимость $\Delta\Psi_b$ от значений параметров η_0 , α_0 , ε_4

Изменяемый параметр η_0 ($\alpha_0 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \varepsilon_5 = 0$)	$\Delta\Psi_b$, рад	Изменяемый параметр α_0 , рад ($\eta_0 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \varepsilon_5 = 0$)	$\Delta\Psi_b$, рад	Изменяемый параметр ε_4 ($\eta_0 = \alpha_0 = \varepsilon_3 = \varepsilon_5 = 0$)	$\Delta\Psi_b$, рад
0.0002	$2 \cdot 10^{-8}$	0.0002	$7 \cdot 10^{-8}$	± 0.02	$19 \cdot 10^{-5}$
0.0005	$27 \cdot 10^{-8}$	0.0005	$48 \cdot 10^{-8}$	± 0.05	$(12 \pm 1) \cdot 10^{-4}$
0.001	$35 \cdot 10^{-7}$	0.001	$37 \cdot 10^{-7}$	± 0.1	$(50 \pm 7) \cdot 10^{-4}$
0.002	$55 \cdot 10^{-6}$	0.002	$46 \cdot 10^{-6}$	± 0.2	$(22 \pm 6) \cdot 10^{-3}$
0.005	$36 \cdot 10^{-4}$	0.005	$28 \cdot 10^{-4}$	0.3	$34 \cdot 10^{-3}$

рядка явно недостаточна. Для детального изучения этих аберраций необходима разработка теории, учитывающей эффекты четвертого и более высоких порядков по η_0 и α_0 .

Литература

- [1] Гликман Л. Г. // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 10. С. 1986—1991.
- [2] Гликман Л. Г., Спивак-Лавров И. Ф. // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 11. С. 2280—2281.
- [3] Гликман Л. Г., Павличкова О. В., Спивак-Лавров И. Ф. // ЖТФ. 1977. Т. 47. Вып. 7. С. 1372—1379.
- [4] Гликман Л. Г., Спивак-Лавров И. Ф. // Изв. АН Каз. ССР. Сер. физ.-мат. 1985. № 2. С. 75—83.
- [5] Павличкова О. В., Спивак-Лавров И. Ф. // Деп. в ВИНТИ. 1977. № 8577. 16 с.
- [6] Теоретические исследования конусовидных призматических систем для малогабаритных ахроматичных статических масс-спектрометров: Отчет о НИР (заключ.) / Спивак-Лавров И. Ф., Доскеев Г. А., Кизнер А. М., Битерман А. В., Шевченко К. В. № ГР 01830047890; инв. № 02850083994. Актюбинск, 1985. 128 с.
- [7] Гликман Л. Г., Кельман В. М., Федулina Л. В. // ЖТФ. 1973. Т. 43. Вып. 9. С. 1783—1798.
- [8] Гликман Л. Г., Кельман В. М., Павличкова О. В. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 1. С. 181—185.
- [9] Гликман Л. Г., Кельман В. М., Павличкова О. В., Спивак-Лавров И. Ф. // ЖТФ. 1976. Т. 46. Вып. 9. С. 1976—1981.
- [10] Баранова Л. А., Нарылков С. Г., Явор С. Я. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 11. С. 2209—2211.
- [11] Баранова Л. А., Нарылков С. Г., Явор С. Я. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 4. С. 804—807.
- [12] Баранова Л. А., Нарылков С. Г., Явор С. Я. // Изв. АН КазССР. Сер. физ.-мат. 1986. № 4. С. 77—87.
- [13] Баранова Л. А., Нарылков С. Г., Явор С. Я. // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 1. С. 156—158.

Актюбинский
педагогический институт

Поступило в Редакцию
13 января 1987 г.

В окончательной редакции
4 декабря 1988 г.